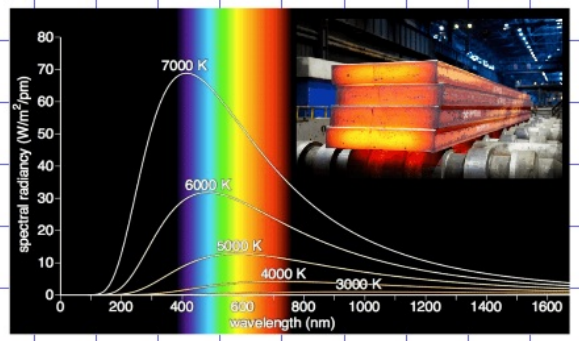
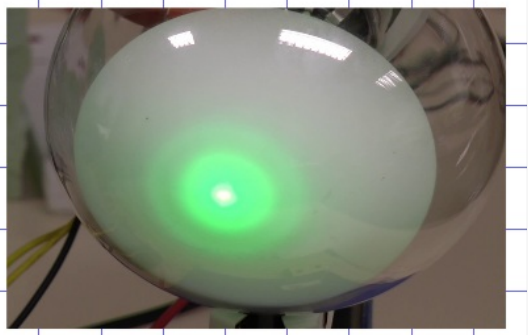
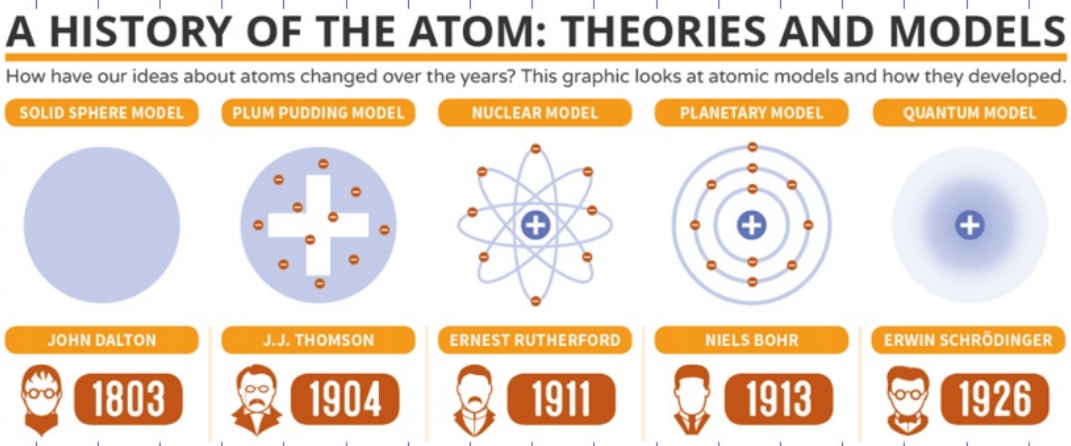
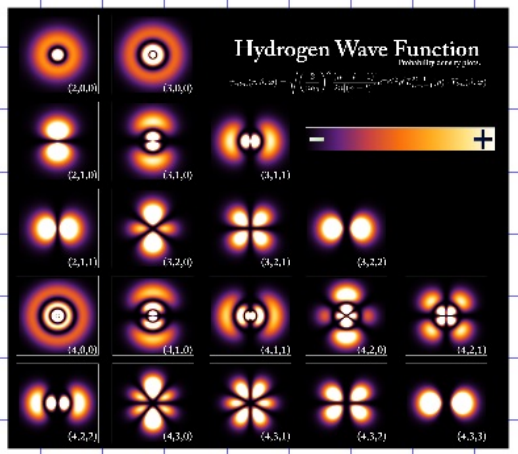
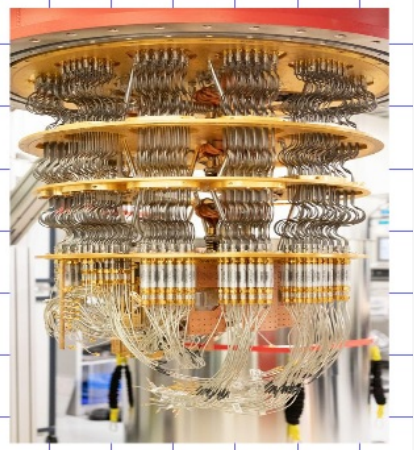




Hoofdstuk 19 Quantumfysica







Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Leer-doelen

§19.1
- **A.** Je kunt uitleggen welke drie kenmerken het **atoommodel van Bohr** heeft en hoe het lijnenspectra van elementen verklaart.
- **B.** Je kunt uitleggen hoe de **golfhypothese** omtrent elektronen **van DeBroglie** de elektronbanen in het atoommodel verklaart.
- **D.** Je kunt rekenen aan **kinetische en potentiële energie** in waterstof, inclusief **nulpuntsenergie** en **energieniveau's**.

§19.2
- **G.** Je kunt voor licht en voor elektronen voorbeelden geven van de **golf/deeltje-dualiteit** en **rekenen aan** deze dualiteit, onder meer met deze formules en het idee van de **DeBroglie-golflengte**.
- **H.** Je kunt rekenen aan versnelde elektronen in de **diffractiebuis** en de **elektronenmicroscoop**.

§19.3
- **I.** Je kunt uitleggen wat bedoeld wordt met de golffunctie van een deeltje en je kunt m.b.v. een gegeven golffunctie de **waarschijnlijkheid** bepalen dat je een deeltje op een plaats zult aantreffen.
- **J.** Je kunt rekenen met de **onbepaaldheidsrelatie** van Heisenberg.

§19.4
- **L.** Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

§19.5
- **M.** Je kunt uitleggen wat het **tunneleffect** is en welke invloed het heeft op amplitude en golflengte van een tunnelend deeltje.

Essentiële subkopjes uit het boek:
1, 3, 7, 9, 11*, 13*, 16, 20 en 22
(* alleen de technieken die in deze subkopjes beschreven zijn, niet de uitleg achter die technieken.)

Nuttige opgaven uit hoofdstuk:
4, 14, 16, 22, 23, 25, 27, 29, 30, 31, 35a, 37, 38ab, 39, 41, 42, 43, 46, 48, 49, 50 en alle toepassingen.
CE's vanaf 2016.

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

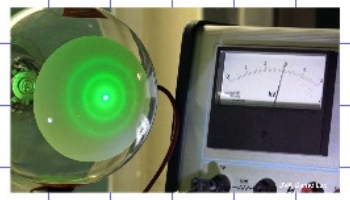
	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

§19.2 **G.** Je kunt voor licht en voor elektronen voorbeelden geven van de **golf/deeltje-dualiteit** en **rekenen aan** deze dualiteit, onder meer met deze formules en het idee van de **DeBroglie-golflengte**.



Extra bordoefening 1a: Een elektron verlaat een kanon met een snelheid van 2,1 x 10^6 m/s. Wat is de impuls en wat is DeBroglie-golflengte van dit elektron?

$$p = m \cdot v = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}1 \cdot 10^{6} = 1{,}9 \cdot 10^{-24} \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}9 \cdot 10^{-24}} = 3{,}5 \cdot 10^{-10} \ \text{m}$$

Extra bordoefening 1b: Een elektron heeft een kinetische energie van 8,50 x 10^{-12} J. Welke DeBroglie-golflengte hoort bij dit elektron?

$$p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k} = \sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 8{,}50 \cdot 10^{-12}} = 3{,}94 \cdot 10^{-21} \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{3{,}94 \cdot 10^{-21}} = 1{,}68 \cdot 10^{-13} \ \text{m}$$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

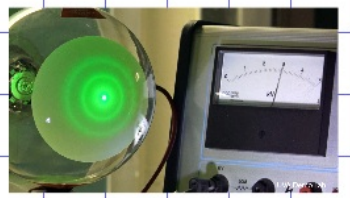
impuls en golflengte van versnelde elektronen

$$E_k = \tfrac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \tfrac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

§19.2

H. Je kunt rekenen aan versnelde elektronen in de **diffractiebuis** en de **elektronenmicroscoop**.



Extra bordoefening 1c: Een elektron wordt versneld over een spanning U = 20,0 kV.
Welke kinetische energie, impuls en DeBroglie-golflengte heeft dit elektron?

$E_{el} = U \cdot q = 20 \cdot 10^{3}\ V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C = 3{,}2 \cdot 10^{-15}\ J \quad (= E_k)$

$E_{el} = U \cdot q$

$p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k} = \sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{-15}} = 7{,}6 \cdot 10^{-23}\ kg \cdot m/s$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{7{,}6 \cdot 10^{-23}} = 8{,}7 \cdot 10^{-12}\ m$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$\lambda = \frac{h}{p}$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

deeltje in een energieput

$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$

$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$

§19.3

J. Je kunt rekenen met de **onbepaaldheidsrelatie** van Heisenberg.

Extra bordoefening 1d: Er zit een onnauwkeurigheid in de versnelspanning van het elektronenkanon uit opg. 1c die resulteert in een relatieve onnauwkeurigheid in de impuls vd elektronen van +/-2,0% . Reken uit:
a. de absolute onzekerheid in impuls van de elektronen.
b. de onzekerheid in de plaats van de elektronen op een tijdstip nadat ze versneld zijn.

a. $2{,}0\,\%$ van $7{,}6\cdot10^{-23}$ is $1{,}5\cdot10^{-24}$ dus $\Delta p = 2\cdot1{,}5\cdot10^{-24} = 3{,}1\cdot10^{-24}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$

b. $\Delta x = \dfrac{h}{4\pi\cdot\Delta x} = \dfrac{6{,}626\cdot10^{-34}}{4\pi\cdot3{,}1\cdot10^{-24}} = 1{,}7\cdot10^{-11}\ \mathrm{m}$

Extra bordoefening 1c: Een elektron wordt versneld over een spanning U = 20,0 kV. Welke kinetische energie, impuls en DeBroglie-golflengte heeft dit elektron?

$E_{el} = U\cdot q = 20\cdot10^{3}\ \mathrm{V}\cdot 1{,}6\cdot10^{-19}\ \mathrm{C} = 3{,}2\cdot10^{-15}\ \mathrm{J}$

$p = \sqrt{2\cdot m\cdot E_k} = \sqrt{2\cdot9{,}11\cdot10^{-31}\cdot3{,}2\cdot10^{-15}} = 7{,}6\cdot10^{-23}\ \mathrm{kg\cdot m/s}$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x\cdot\Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2\cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h\cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2}mv^2$	$p = m\cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$E_k = \frac{1}{2}\cdot m\cdot v^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2\cdot m_e\cdot E_k}$

$\lambda = \frac{h}{p}$ $\quad p = m\cdot v$ $\quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2\cdot m_e\cdot E_k}}$

§19.4 **L.** Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

Extra bordoefening 1e: Een elektron dat vrij kan bewegen in een langwerpig molecuul (lengte = 450 pm) kan gemodelleerd worden als een deeltje in een 1-dimensionale energieput. Moleculen als geheel hebben daardoor ook energietoestanden, net zoals atomen. Op een bepaald moment absorbeert het molecuul een foton waardoor een elektron van de n = 3 toestand naar de n = 4 toestand springt.

a. Bereken de energieën die horen bij deze energieniveau's.

b. Reken de frequentie uit van het geabsorbeerde foton.

c. Reken uit welke golflengte van het elektron in het molecuul hoort bij n = 4.

a. $E_3 = \frac{3^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (450 \cdot 10^{-12})^2} = 2{,}68 \cdot 10^{-18}$ J $\quad E_4 = \frac{4^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (450 \cdot 10^{-12})^2} = 4{,}76 \cdot 10^{-18}$ J

b. $\Delta E = E_4 - E_3 = 4{,}46 \cdot 10^{-18}$ J dus $f = \frac{\Delta E}{h} = 6{,}73 \cdot 10^{15}$ Hz

c. $\lambda_4 = \frac{2 \cdot L}{4} = \frac{450 \cdot 10^{-12}}{2} = 225$ pm

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

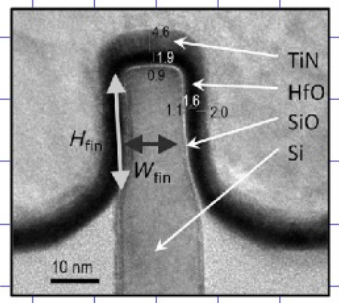
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$

$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$

§19.4 **L.** Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

Extra bordoefening 1f: Een elektron zit opgesloten in een blokje metaal met afmetingen 5,0 nm x 2,0 nm x 10,0 nm (afmetingen x, y en z). Het elektron is in de grondtoestand.
a. Reken uit wat de bijdragen aan de energie van het elektron zijn voor elke orientatie (x, y en z).
b. Bereken de totale energie van het elektron in het blokje.
c. Bereken de totale energie van het elektron voor $n_x = 1$; $n_y = 2$; $n_z = 2$.

uitbreiding 1:
3D-energieput en de invloed van L en n op de energie vh het deeltje in de put.



a.

$$E_x = \frac{n_x^2 \cdot h^2}{8mL_x^2} = \frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (5{,}0 \cdot 10^{-9})^2} = 2{,}4 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

$$E_y = \frac{n_y^2 \cdot h^2}{8mL_y^2} = \frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (2{,}0 \cdot 10^{-9})^2} = 1{,}5 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

$$E_z = \frac{n_z^2 \cdot h^2}{8mL_z^2} = \frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2} = 6{,}0 \cdot 10^{-22}$$

b. totaal, $E = 1{,}8 \cdot 10^{-20}$ J

c. De termen voor E_y en E_z tellen nu $2^2 = 4$ keer zo zwaar als bij opg a en b omdat de getallen n_y en n^z nu 2 zijn in plaats van 1. De optelling $E_{tot} = E_x + E_y + E_z$ wordt dan:

$$2{,}4 \cdot 10^{-21} + 4\text{x}\ 1{,}5 \cdot 10^{-20} + 4\text{x}\ 6{,}0 \cdot 10^{-22} = 6{,}5 \cdot 10^{-20}\ \text{J}$$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

§19.4

L. Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

Extra bordoefening 1g: Een langwerpig molecuul (lengte = 0,90 nm) dat als een 1D-energieput gemodelleerd kan worden heeft 5 mobiele elektronen die vrij door het molecuul kunnen bewegen.

a. Teken een energie-diagram waarin je laat zien hoe de elektronen over de energieniveau's verdeeld zijn in de grondtoestand van het molecuul

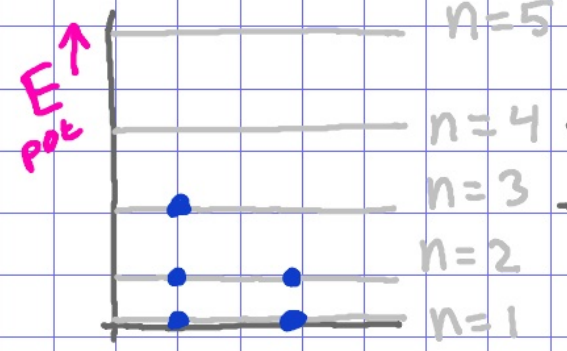
b. Bereken de energiewaarden die horen bij het bovenste bezette energieniveau en de twee niveau's daarboven.

c. Reken uit welke golflengte een foton moet hebben om het molecuul tot het bovenste niveau van opg. b aan te slaan.

d. Bedenk op welke mogelijke manieren het molecuul kan terugvallen naar de grondtoestand.

uitbreiding 2:
meerdere elektronen in de energieput.

a.



b.

$$E_5 = \frac{5^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 1{,}8 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_4 = \frac{4^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 1{,}2 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_3 = \frac{3^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 6{,}7 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

§19.4 **L.** Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

Extra bordoefening 1g: Een langwerpig molecuul (lengte = 0,90 nm) dat als een 1D-energieput gemodelleerd kan worden heeft 5 mobiele elektronen die vrij door het molecuul kunnen bewegen.

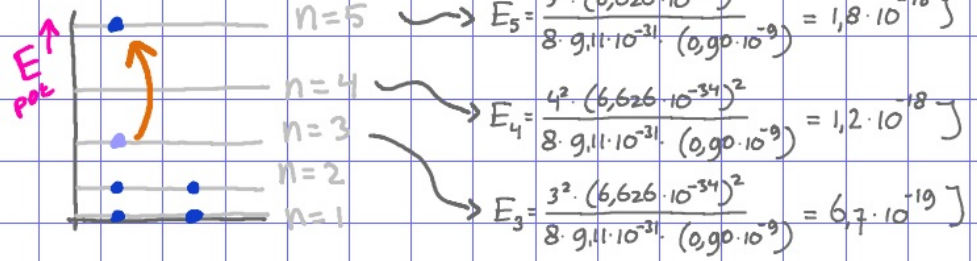
a. Teken een energie-diagram waarin je laat zien hoe de elektronen over de energieniveau's verdeeld zijn in de grondtoestand van het molecuul

b. Bereken de energiewaarden die horen bij het bovenste bezette energieniveau en de twee niveau's daarboven.

c. Reken uit welke golflengte een foton moet hebben om het molecuul tot het bovenste niveau van opg. b aan te slaan.

d. Bedenk op welke mogelijke manieren het atoom van deze aangeslagen toestand kan terugkeren naar de grondtoestand.

uitbreiding 2: meerdere elektronen in de energieput.



$$E_5 = \frac{5^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 1{,}8 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_4 = \frac{4^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 1{,}2 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$$

$$E_3 = \frac{3^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (0{,}90 \cdot 10^{-9})} = 6{,}7 \cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

c. $\Delta E = E_5 - E_3 = 1{,}8 \cdot 10^{-18}\ \text{J} - 6{,}7 \cdot 10^{-19}\ \text{J} = 1{,}18 \cdot 10^{-18}\ \text{J}$

$$\lambda = \frac{hc}{\Delta E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{1{,}18 \cdot 10^{-18}} = 1{,}7 \cdot 10^{-7}\ \text{m} \quad (= 170\ \text{nm, UV})$$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

§19.4 **L.** Je kunt rekenen aan het **deeltje-in-een-energieput-model** en voorbeelden noemen waarin dit model geldig is.

Extra bordoefening 1h: Van een langwerpig molecuul is achterhaald dat de fotonfrequentie van $3{,}64 \times 10^{14}$ Hz hoort bij de overgang van een elektron in n = 6 naar n = 7.
a. Bereken de energie die hoort bij deze fotonfrequentie.
b. Bereken de lengte van dit molecuul volgens het deeltje-in-een-energieputmodel.

uitbreiding 3:
lengte vd energieput afleiden uit energie van uitgezonden fotonen

a. $E_{foton} = h \cdot f = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}64 \cdot 10^{14} = 2{,}41 \cdot 10^{-19}$ J

b. $E_7 - E_6 = \frac{7^2 \cdot h^2}{8mL^2} - \frac{6^2 \cdot h^2}{8mL^2} = \frac{13 \cdot h^2}{8mL^2}$ $(= \Delta E)$

$$L = \sqrt{\frac{13 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot \Delta E}} = \sqrt{\frac{13 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}41 \cdot 10^{-19}}} = 1{,}8 \text{ nm}$$

DeBroglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

onzekerheidsrelatie van Heisenberg

$$\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$$

deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

rekenen aan golf/deeltje-dualiteit

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

impuls en golflengte van versnelde elektronen

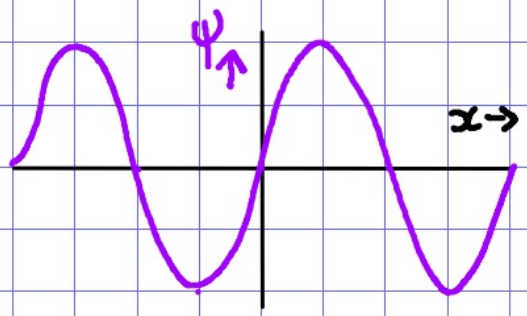
$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$

$\lambda = \frac{h}{p}$ $\quad p = m \cdot v$ $\quad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$

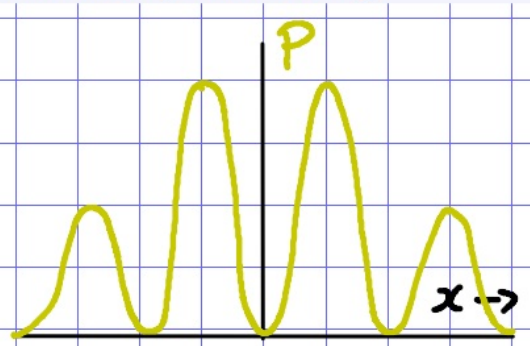
§19.4

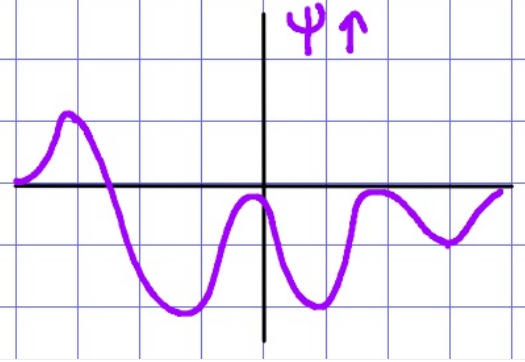
I. Je kunt uitleggen wat bedoeld wordt met de golffunctie van een deeltje en je kunt m.b.v. een gegeven golffunctie de **waarschijnlijkheid** bepalen dat je een deeltje op een plaats zult aantreffen.

Extra bordoefening 1i: Bekijk de golffunctie hieronder. Schets de waarschijnlijkheidsverdeling bij deze golffunctie.



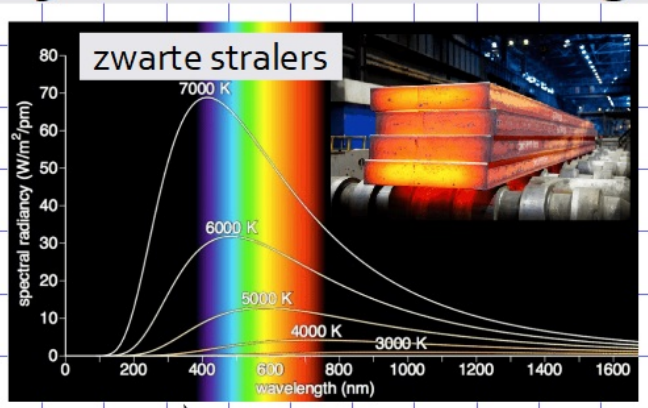
Extra bordoefening 1j: Bekijk de waarschijnlijkheidsverdeling hieronder. Schets een *mogelijke* golffunctie bij deze verdeling



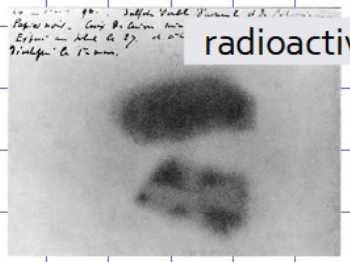


"Welke verschijnselen waren nog onverklaard in 1900?"

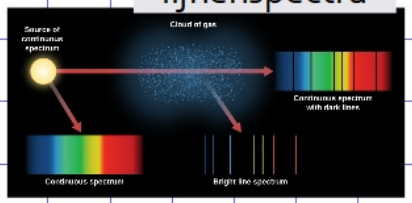
rontgenstraling



zwarte stralers



radioactiviteit



lijnenspectra

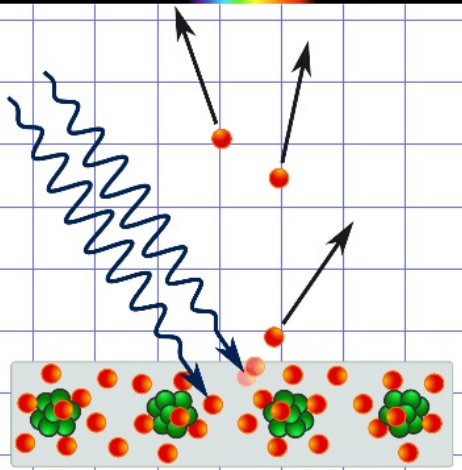
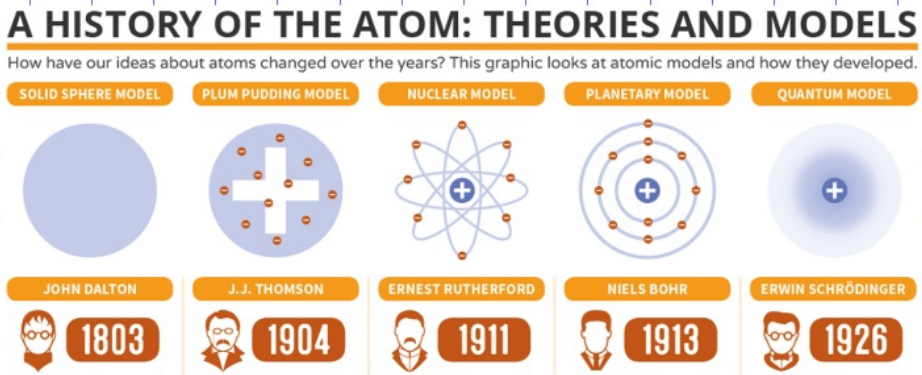


foto-elektrisch effect



hoe het atoom in elkaar zit

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Hoe zitten atomen in elkaar?"

A HISTORY OF THE ATOM: THEORIES AND MODELS

How have our ideas about atoms changed over the years? This graphic looks at atomic models and how they developed.

SOLID SPHERE MODEL	PLUM PUDDING MODEL	NUCLEAR MODEL	PLANETARY MODEL	QUANTUM MODEL
JOHN DALTON	J.J. THOMSON	ERNEST RUTHERFORD	NIELS BOHR	ERWIN SCHRÖDINGER
1803	1904	1911	1913	1926
Dalton drew upon the Ancient Greek idea of atoms (the word '…om' comes from the Greek '…omos' meaning indivisible). …s theory stated that atoms …indivisible, those of a given …lement are identical, and …pounds are combinations of …different types of atoms.	Thomson discovered electrons (which he called 'corpuscles') in atoms in 1897, for which he won a Nobel Prize. He subsequently produced the 'plum pudding' model of the atom. It shows the atom as composed of electrons scattered throughout a spherical cloud of positive charge.	Rutherford fired positively charged alpha particles at a thin sheet of gold foil. Most passed through with little deflection, but some deflected at large angles. This was only possible if the atom was mostly empty space, with the positive charge concentrated in the centre: the nucleus.	Bohr modified Rutherford's model of the atom by stating that electrons moved around the nucleus in orbits of fixed sizes and energies. Electron energy in this model was quantised; electrons could not occupy values of energy between the fixed energy levels.	Schrödinger stated that electrons do not move in set paths around the nucleus, but in waves. It is impossible to know the exact location of the electrons; instead, we have 'clouds of probability' called orbitals, in which we are more likely to find an electron.
+ RECOGNISED ATOMS OF A PARTICULAR ELEMENT DIFFER FROM OTHER ELEMENTS	+ RECOGNISED ELECTRONS AS COMPONENTS OF ATOMS	+ REALISED POSITIVE CHARGE WAS LOCALISED IN THE NUCLEUS OF AN ATOM	+ PROPOSED STABLE ELECTRON ORBITS; EXPLAINED THE EMISSION SPECTRA OF SOME ELEMENTS	+ SHOWS ELECTRONS DON'T MOVE AROUND THE NUCLEUS IN ORBITS, BUT IN CLOUDS WHERE THEIR POSITION IS UNCERTAIN
– ATOMS AREN'T INDIVISIBLE - THEY'RE COMPOSED FROM SUBATOMIC PARTICLES	– NO NUCLEUS; DIDN'T EXPLAIN LATER EXPERIMENTAL OBSERVATIONS	– DID NOT EXPLAIN WHY ELECTRONS REMAIN IN ORBIT AROUND THE NUCLEUS	– MOVING ELECTRONS SHOULD EMIT ENERGY AND COLLAPSE INTO THE NUCLEUS; MODEL DID NOT WORK WELL FOR HEAVIER ATOMS	+ STILL WIDELY ACCEPTED AS THE MOST ACCURATE MODEL OF THE ATOM

A Better Way to Picture Atoms (YouTube 5min)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Was de natuurkunde "af" in 1900?"

elektromagnetisme

Maxwell's Equations

Differential form	Integral form
$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$
$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$	$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{a}$
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$
$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$	$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc} + \mu_0 \varepsilon_0 \int \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$

$$U_{ind} = \frac{\Delta \Phi}{\Delta t} \cdot N$$

thermodynamica

The Laws of Thermodynamics

0. Two bodies in thermal equilibrium are at same T
1. Energy can never be created or destroyed.

$$\Delta E = q + w$$

2. The total entropy of the UNIVERSE (= system plus surroundings) MUST INCREASE in every spontaneous process.

$$\Delta S_{TOTAL} = \Delta S_{system} + \Delta S_{surroundings} > 0$$

3. The entropy (S) of a pure, perfectly crystalline compound at T = 0 K is ZERO. (no disorder)

$$S_{T=0} = 0 \text{ (perfect xll)}$$

10 Nov 97 Entropy & Free Energy (Ch 20) - lect. 2 16

mechanica

NEWTON'S LAWS

Newton's First Law

An object at rest will stay at rest, and an object in motion will remain in motion UNLESS acted upon by an unbalanced force.

IN OTHER WORDS...

A toy car that is sitting on a sidewalk will never, ever move unless someone pushes it to start motion. Then the toy car will never, ever stop moving until a force stops it.

Law of Inertia

Newton's First Law is sometimes called the Law of Inertia. Inertia is an object's tendency to resist changes in motion. When a car breaks quickly, the passenger is sometimes thrown forward in his seat because his inertia is trying to keep him going forward.

Want to see Newton's First Law in action? Click on the link below.
http://mybigcampus.com/library/210493

Newton's Second Law F=ma

F= MxA

IN OTHER WORDS...

To make an object accelerate, or move, you have to apply a force. The greater the mass of the object, the more force needed to make it accelerate. For this reason, a 50 kg rock is much harder to move than a 5 g rock.

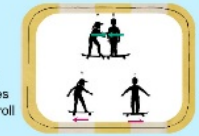
Click on the link below to hear a fun song about Newton's Second Law of Motion.
http://mybigcampus.com/library/433344

Newton's Third Law

For every action, there is an equal and opposite reaction.

IN OTHER WORDS...

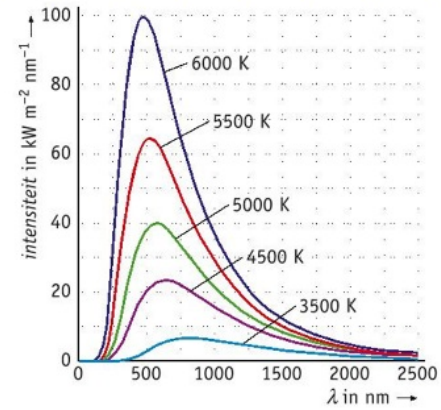
Two children on skateboards are standing side by side. The action takes place when one child pushes the other. The reaction is when both skateboards roll in opposite directions.



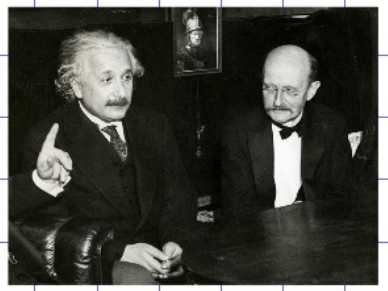
Click on the link below to learn more about Newton's Third Law of Motion.
https://www.khanacademy.org/science/physics/forces-newtons-laws/newtons-laws-of-motion/v/newton-s-third-law-of-motion

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

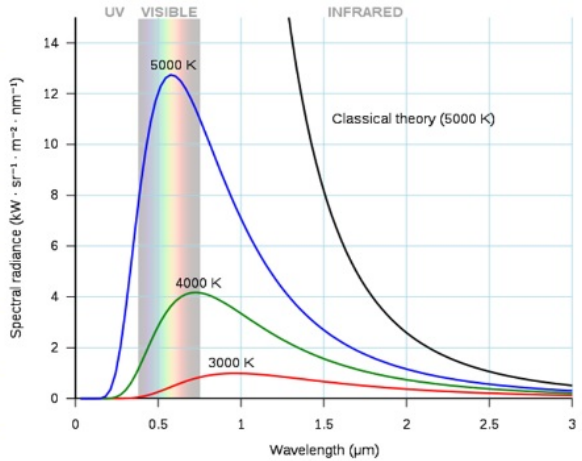
"Waar komt de naam "kwantum" vandaan?"

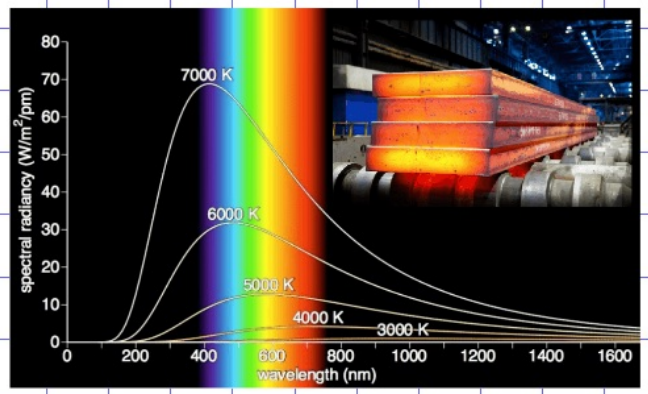


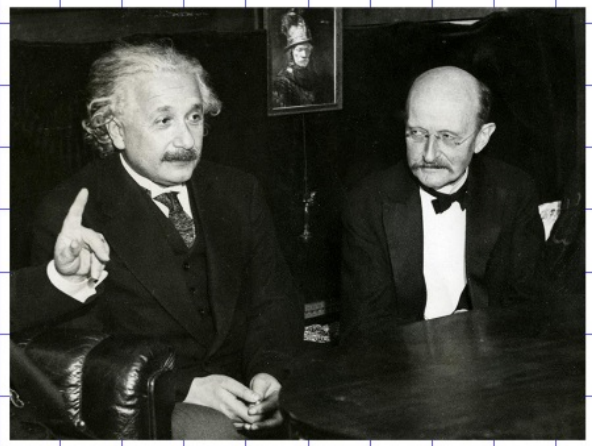
▲ **Figuur 18.28** Intensiteitsverdeling bij verschillende temperaturen



"Waar komt de naam "kwantum" vandaan?"

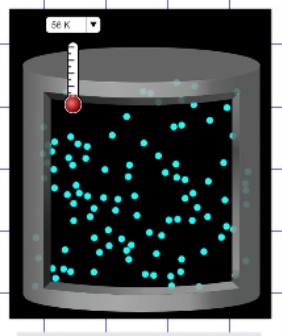




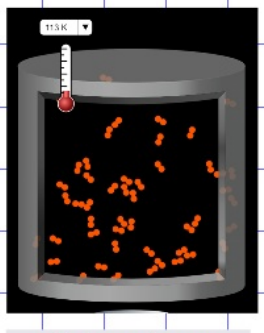


Ultravioletcatastrofe
Klassieke natuurkunde: "Volgens het equipartitieprincipe krijgt elke resonante manier van trillen van de oscillatoren energie ter waarde van E = 3/2 kT." Dichter bij λ = 0 liggen zulke manieren (eigenfrequenties) steeds dichter bij elkaar.

Pragmatische oplossing Max Planck:
Elke resonante manier van trillen kan alleen in vaste stapjes in amplitude toenemen. De energie per stapje hangt van de frequentie af, volgens E = h*f



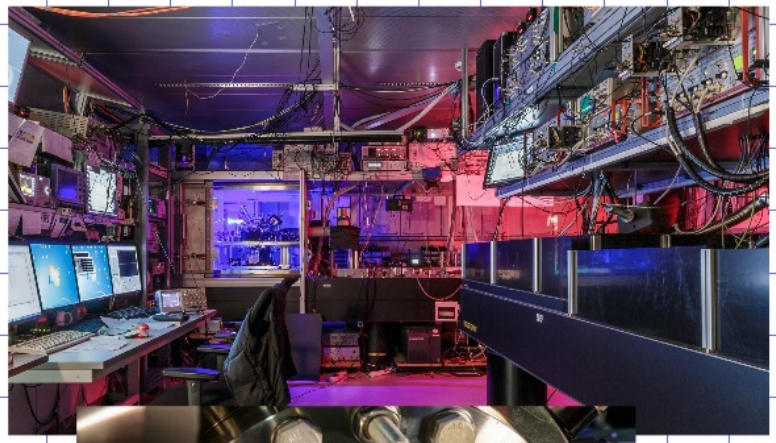
mono-atomair gas:
E = 3/2 * k * T

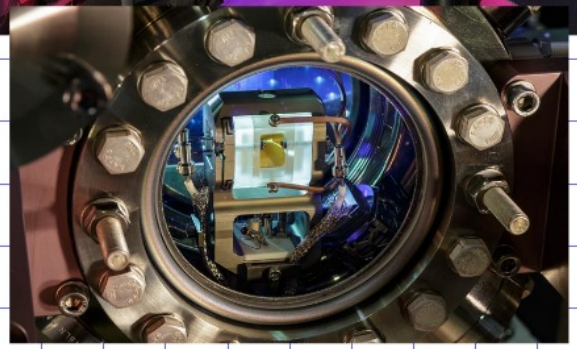


di-atomair gas:
E = 5/2 * k * T

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Wat zijn kwantumcomputers?"





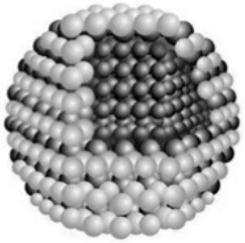
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Hoe werkt kwantum-dot-technologie?"

Qled-tv

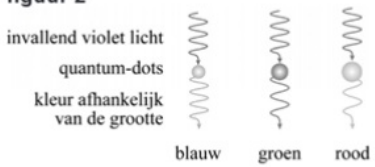
In het scherm van een Qled-tv valt violet licht afkomstig uit leds op een laagje met quantum-dots. Quantum-dots zijn kleine bolletjes met afmetingen variërend van 1 tot 20 nm, gemaakt van een speciaal materiaal.
In figuur 1 staat een artist's impression van één quantum-dot (opgebouwd uit atomen).
De quantum-dots absorberen het violette licht waarmee ze bestraald worden en zenden daarna zelf licht uit met een andere kleur dan violet.

figuur 1



Voor de werking van een Qled-tv zijn quantumdots nodig die blauw, groen of rood licht uitzenden. De kleur van het uitgezonden licht hangt af van de grootte van de quantum-dot. Zie figuur 2.

figuur 2

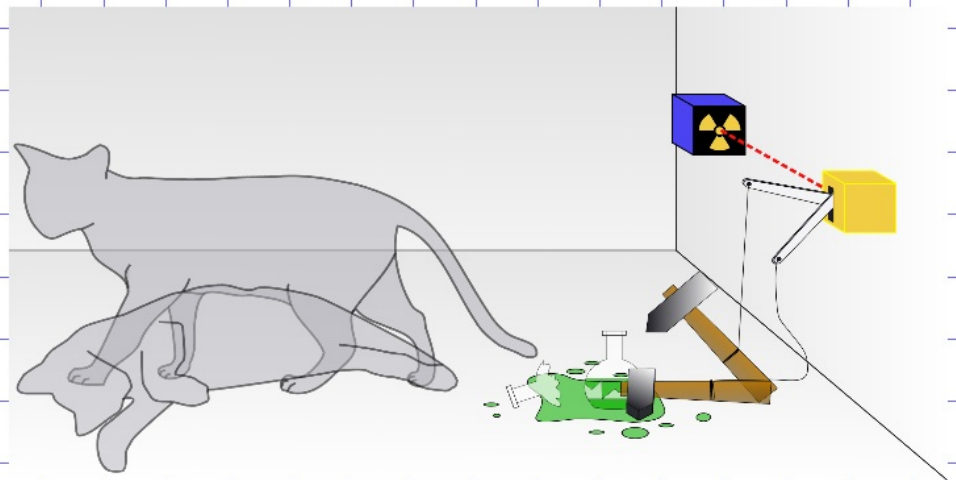


De quantum-dots in een Qled-tv worden met violet licht bestraald.

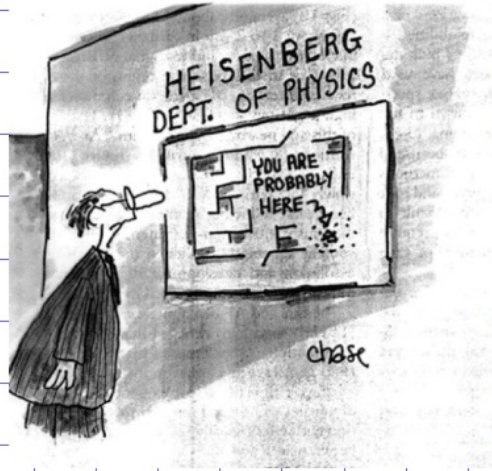
2p **6** Leg uit waarom gekozen is voor violet licht in plaats van een andere kleur uit het zichtbare spectrum.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Wat is Schrödingers kat?"



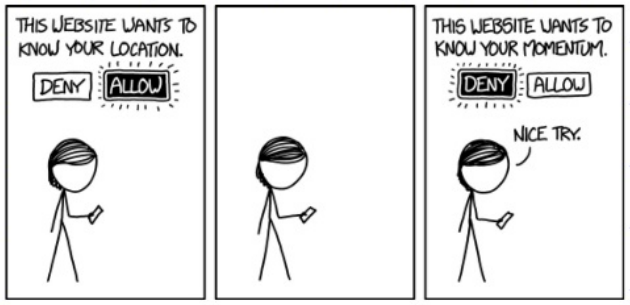
"Wat is het Heisenberg onzekerheidsprincipe?"

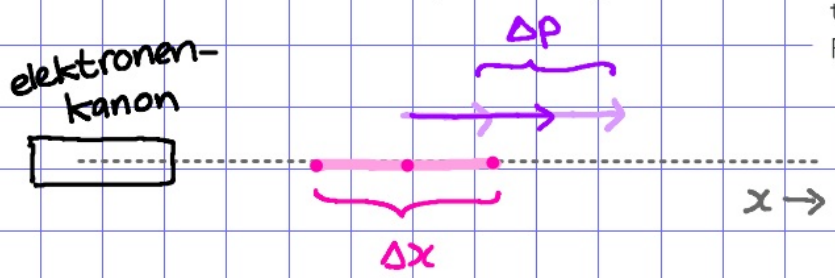


Gordon Ramsay demonstrates the Heisenberg Uncertainty Principle

onzekerheid in positie v.h. deeltje → $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ ← $5{,}275 \cdot 10^{-34}$

onzekerheid in impuls v.h. deeltje



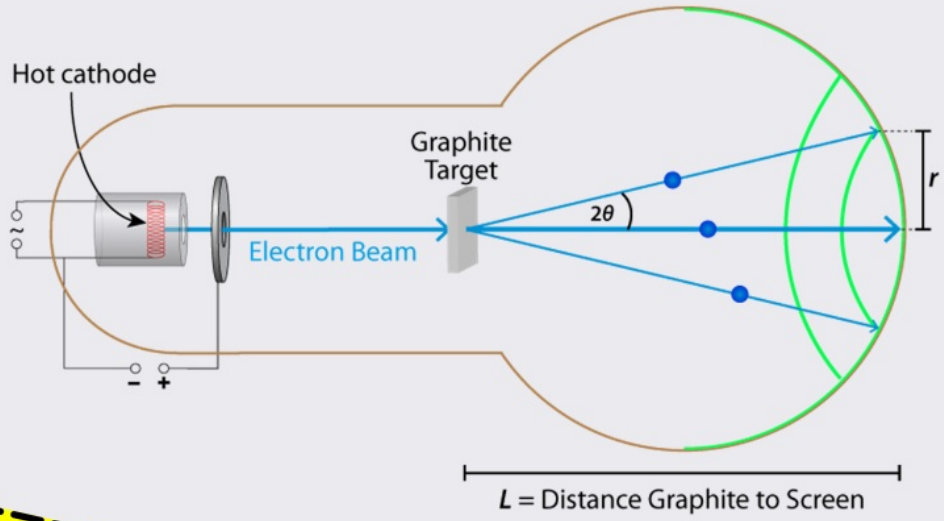


"momentum" = impuls

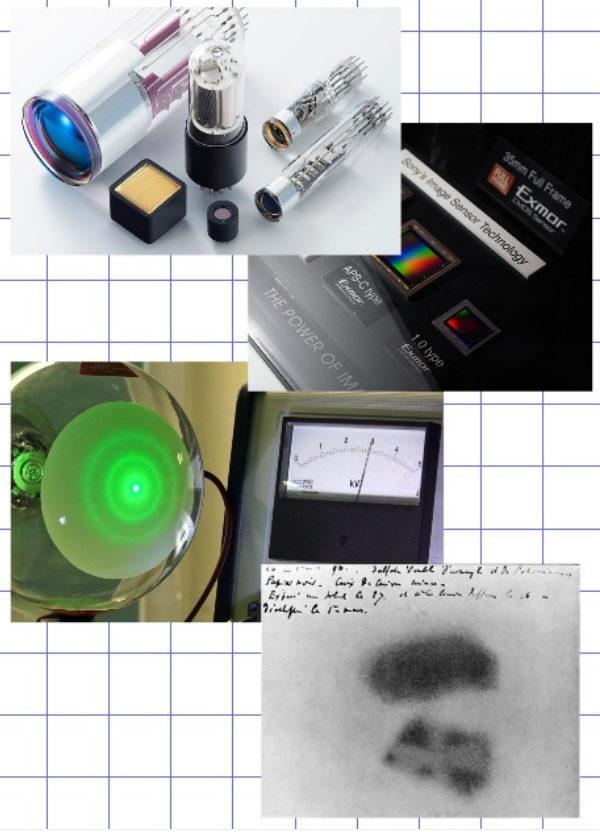
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

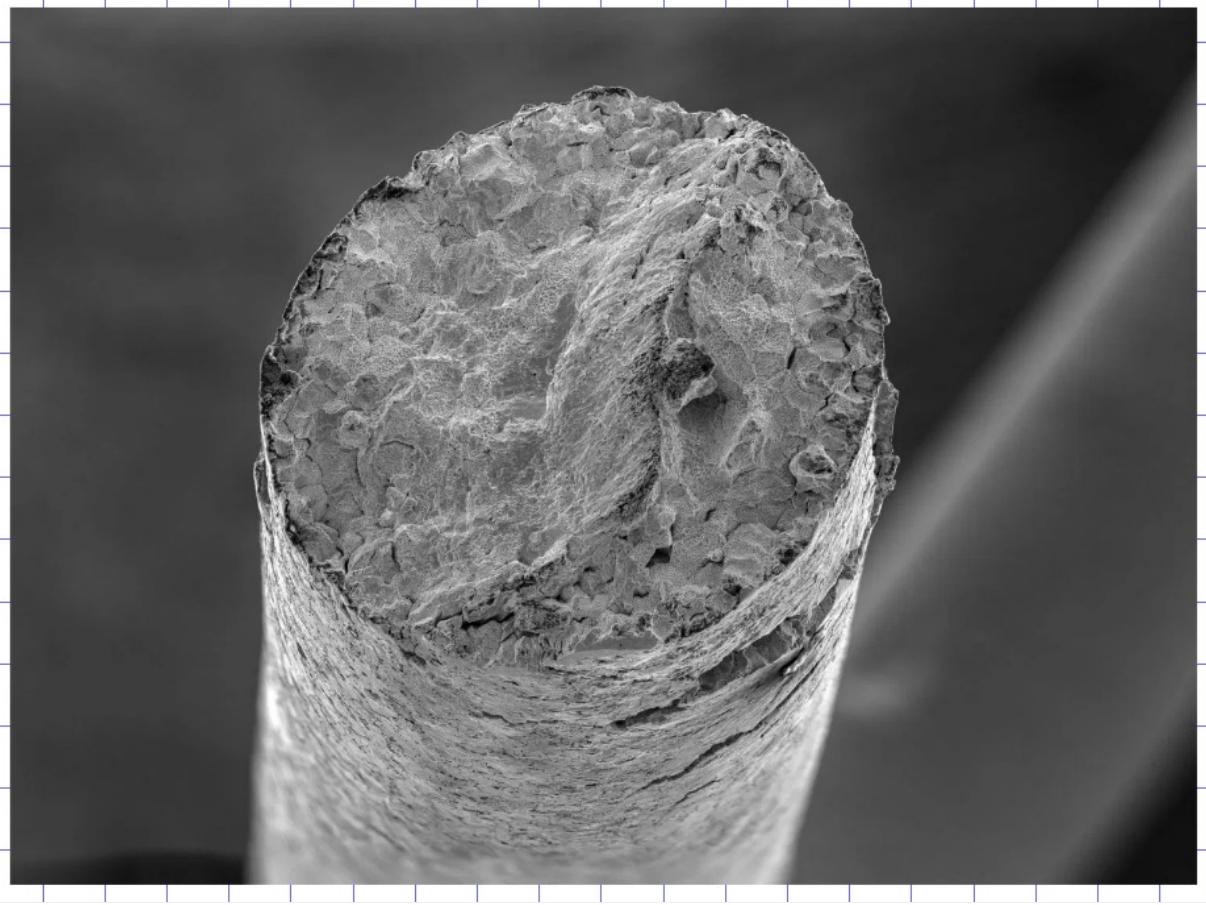
"Wanneer gedraagt een elektron zich als golf en wanneer gedraagt het zich als deeltje?"

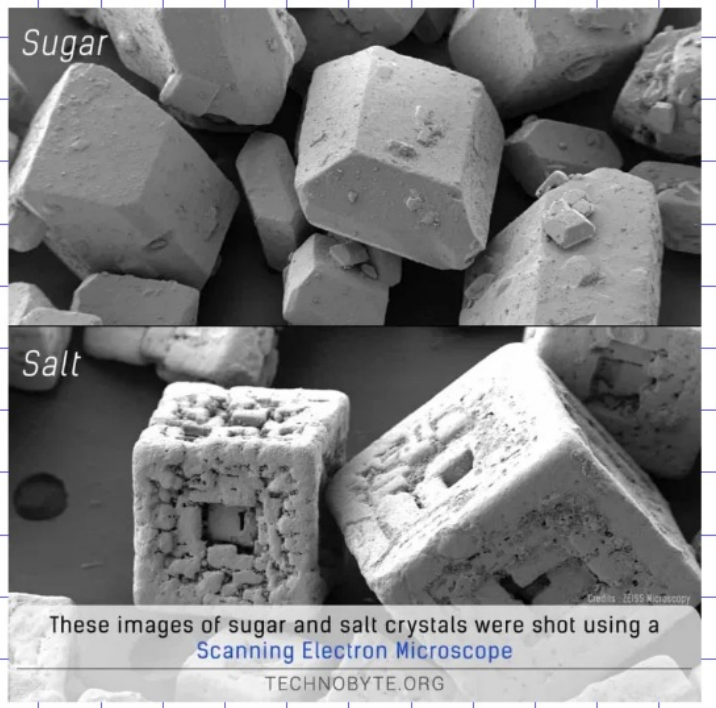


Meest centrale inzicht van het hoofdstuk!



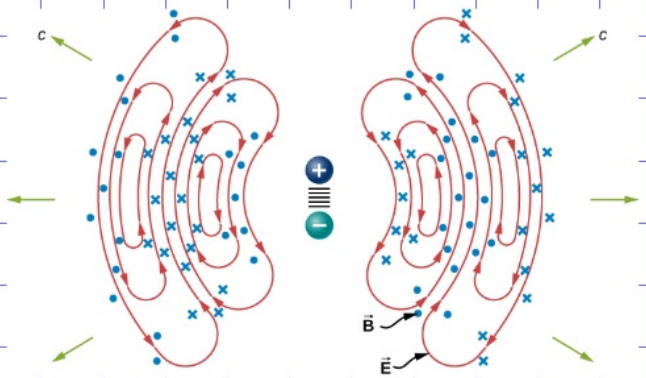
"Hoe werken elektronenmicroscopen?"

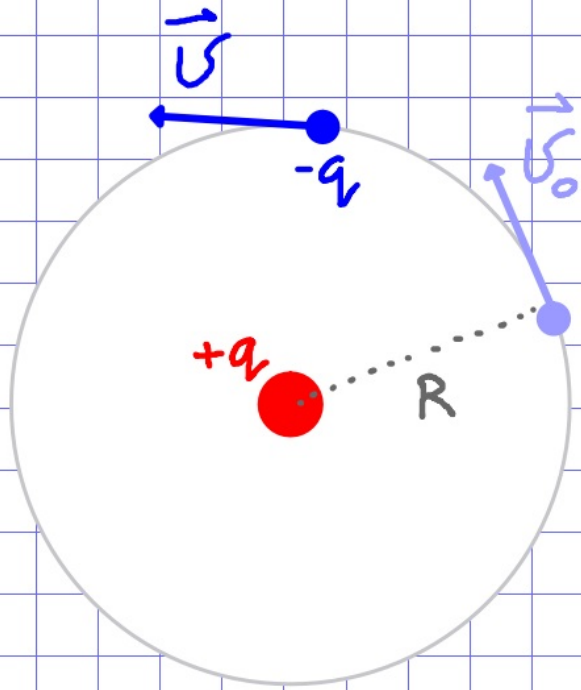




Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"*Waarom kon de klassieke natuurkunde de bouw van atomen niet verklaren?*"



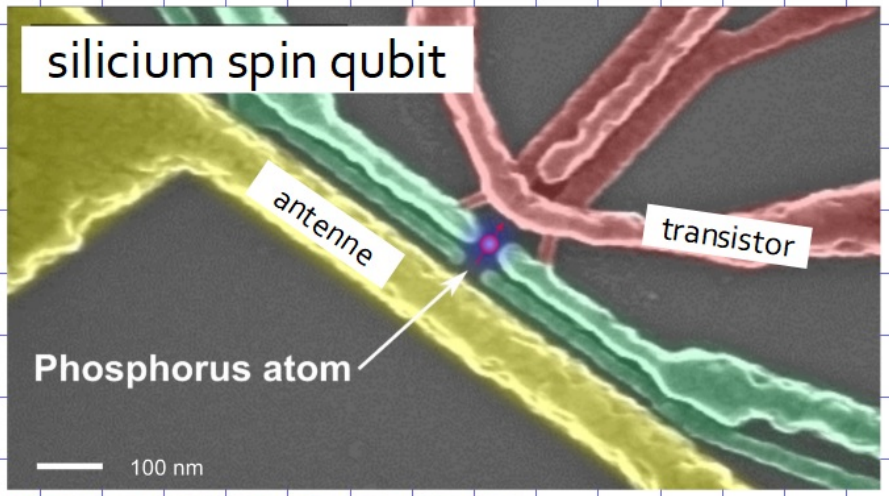


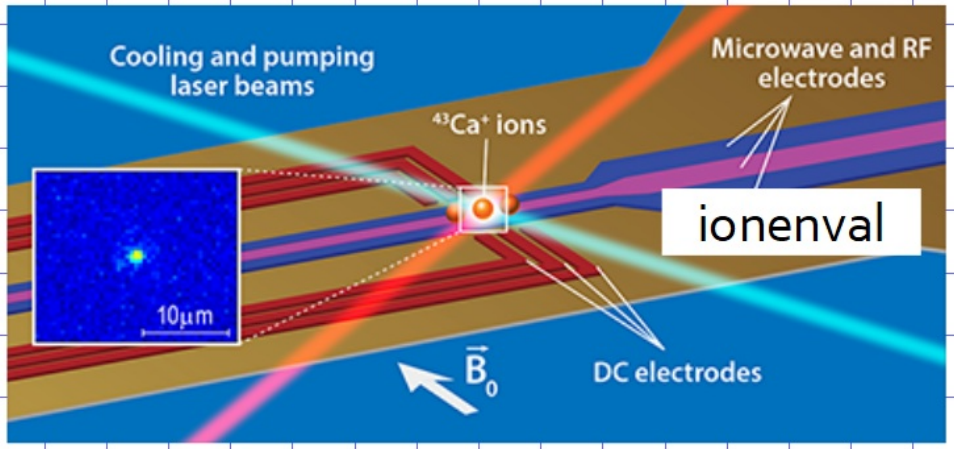
$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

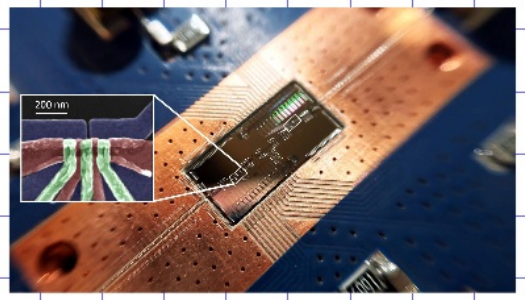
Animatie Dipoolantenne (wiki)

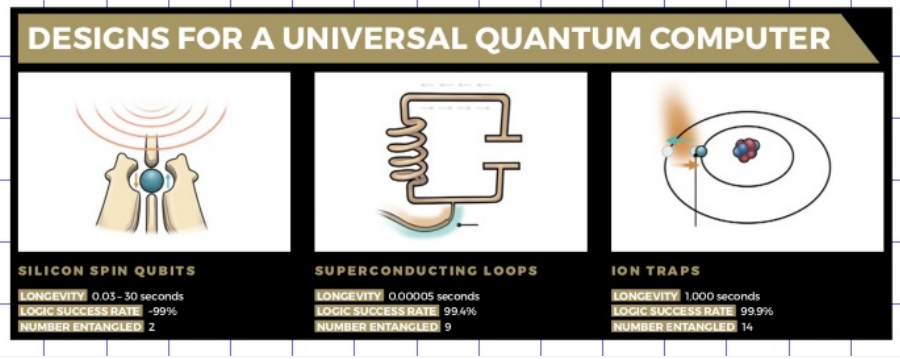
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

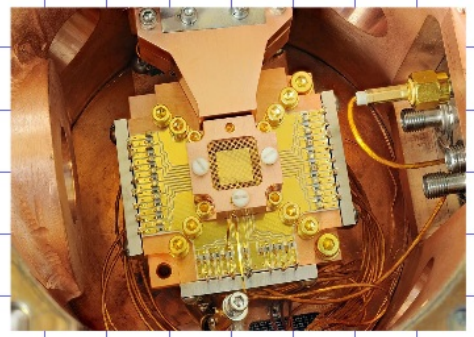
"Wat zijn kwantumcomputers?"







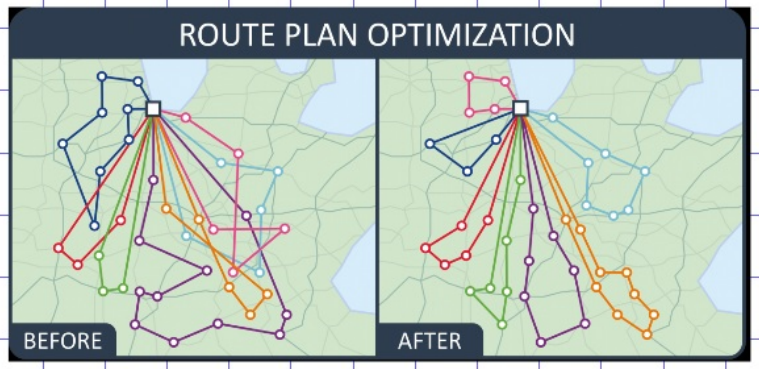


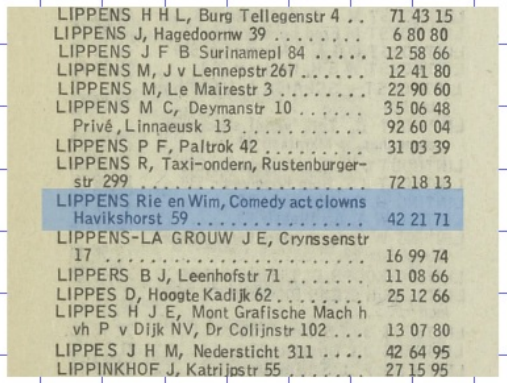


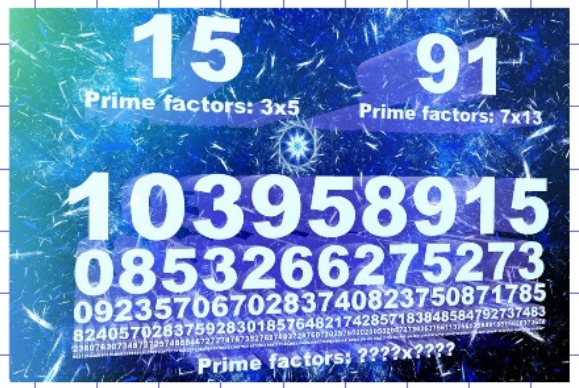
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

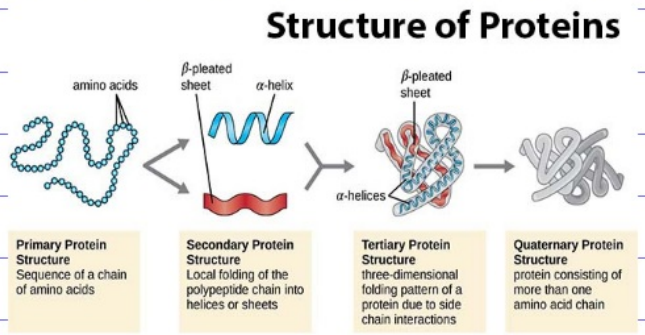
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

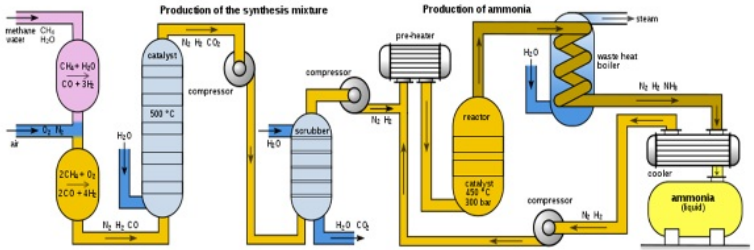
"Voor welke soort rekentaken zijn kwantum-computers extra goed geschikt?"

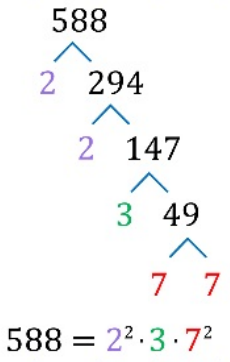



LIPPENS H H L, Burg Tellegenstr 4 . . 71 43 15
LIPPENS J, Hagedoornw 39 . . . . . 6 80 80
LIPPENS J F B Surinamepl 84 . . . . . 12 58 66
LIPPENS M, J v Lennepstr 267 . . . . . 12 41 80
LIPPENS M, Le Mairestr 3 . . . . . 22 90 60
LIPPENS M C, Deymanstr 10 . . . . . 35 06 48
Privé, Linnaeusk 13 . . . . . 92 60 04
LIPPENS P F, Paltrok 42 . . . . . 31 03 39
LIPPENS R, Taxi-ondern, Rustenburger-str 299 . . . . . 72 18 13
LIPPENS Rie en Wim, Comedy act clowns Havikshorst 59 . . . . . 42 21 71
LIPPENS-LA GROUW J E, Crynssenstr 17 . . . . . 16 99 74
LIPPERS B J, Leenhofstr 71 . . . . . 11 08 66
LIPPES D, Hoogte Kadijk 62 . . . . . 25 12 66
LIPPES H J E, Mont Grafische Mach h vh P v Dijk NV, Dr Colijnstr 102 . . . 13 07 80
LIPPES J H M, Nederstricht 311 . . . . 42 64 95
LIPPINKHOF J, Katrijpstr 55 . . . . . 27 15 95





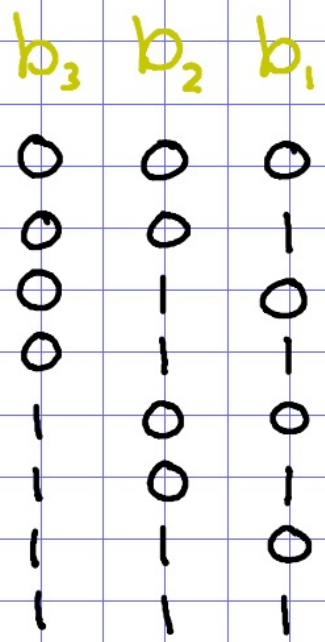




"Hoe kunnen qubits data opslaan?"

klassieke computer

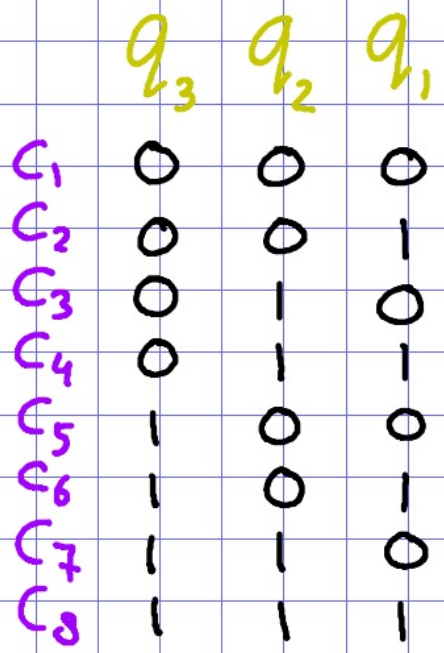
3 bits (een 0 of een 1)



Met een 3 bits geheugen kun je 8 verschillende waarden maken waarvan je er 1 tegelijk kunt opslaan.

kwantumcomputer

3 qubits (een superpositie van 0 en 1)



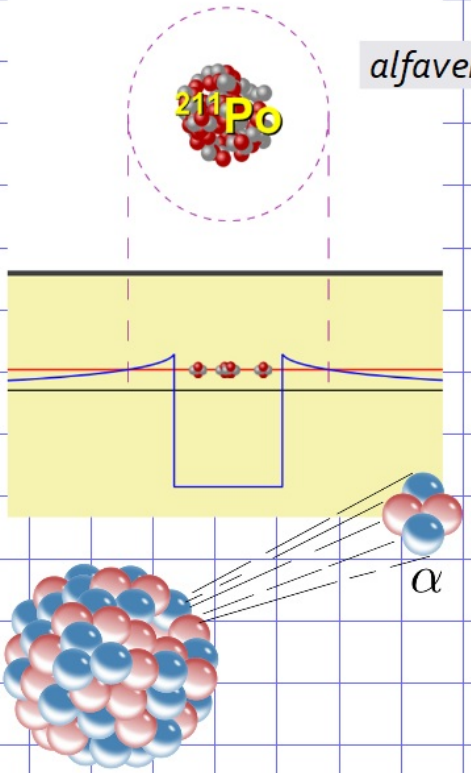
Met een geheugen van 3 qubits kun je een *serie van 8* waarden opslaan.

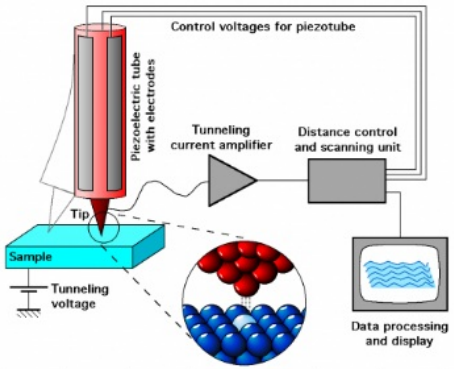
↳ $2^3 = 8$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

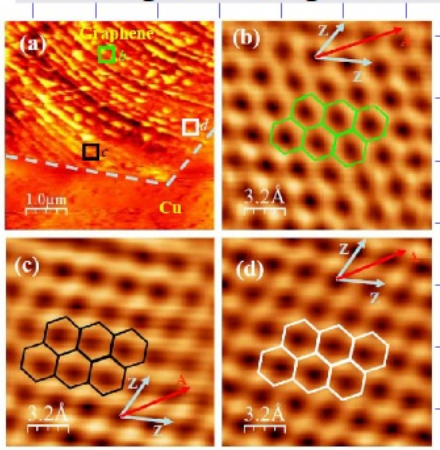
"Welke verschijnselen zijn van het tunneleffect afhankelijk?"

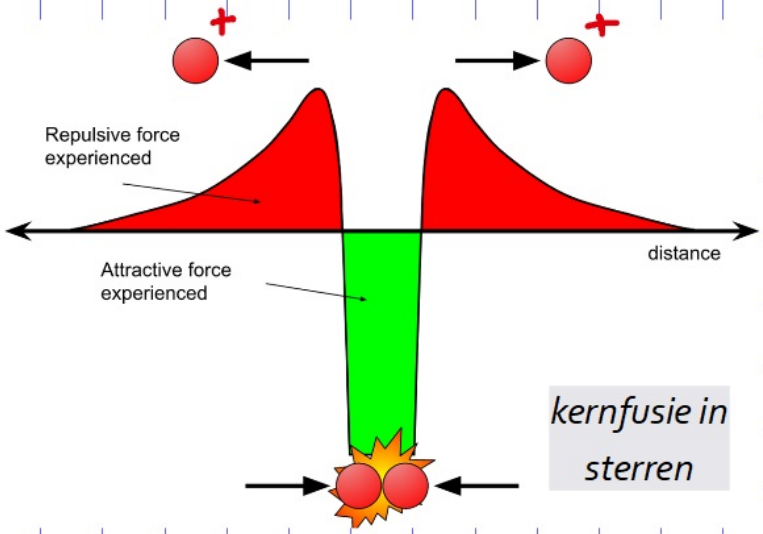
alfaverval



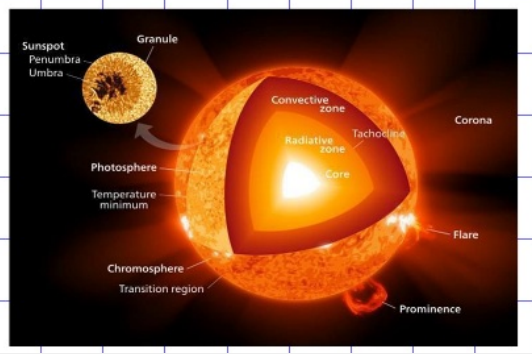


scanning-tunnelingmicroscopie

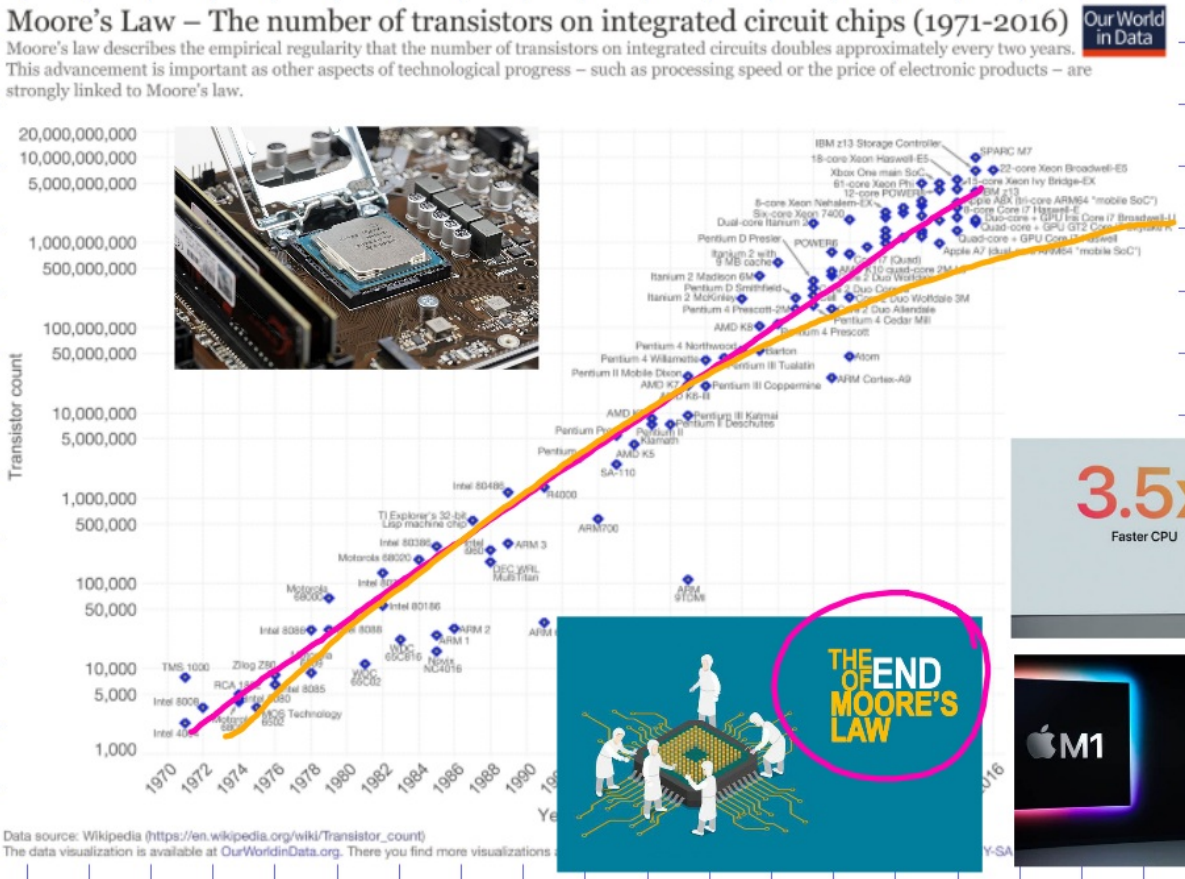


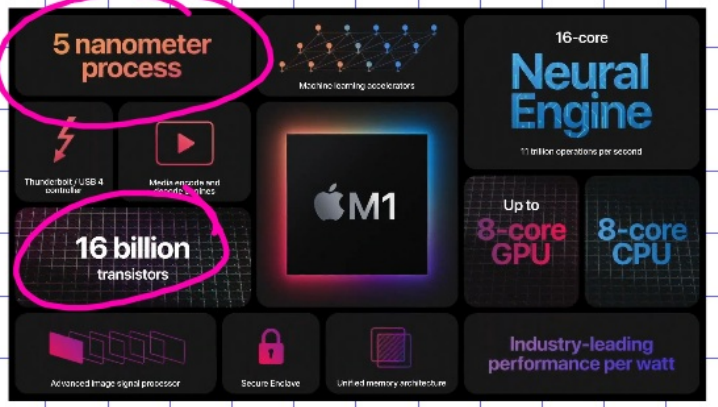


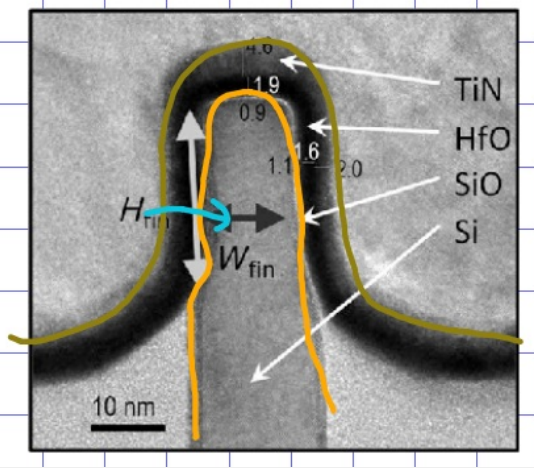
kernfusie in sterren



"Hoe ver kunnen klassieke computerchips nog verbeterd worden?"

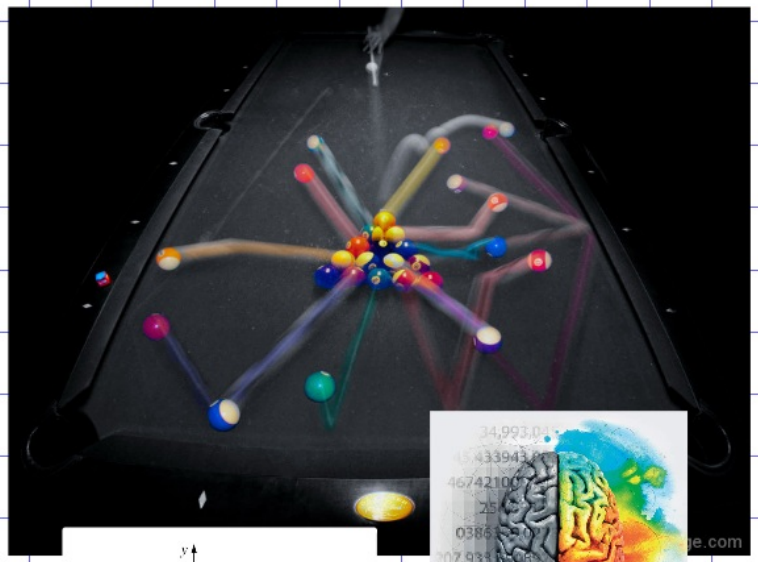


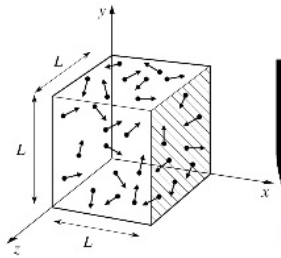


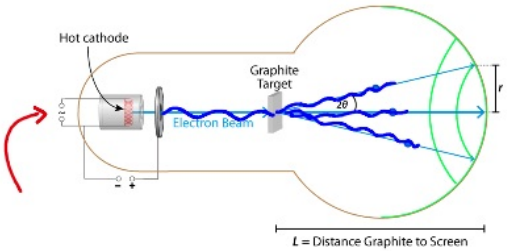


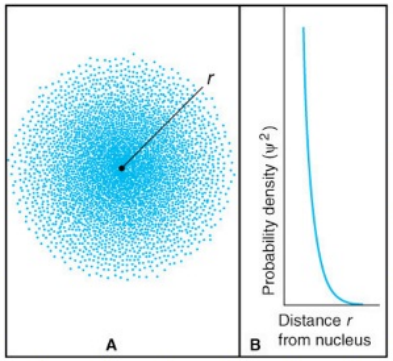
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Wat wordt bedoeld met (Laplaciaans) determinisme..."









onzekerheid in positie v.h. deeltje → $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ ← $5{,}275 \cdot 10^{-34}$

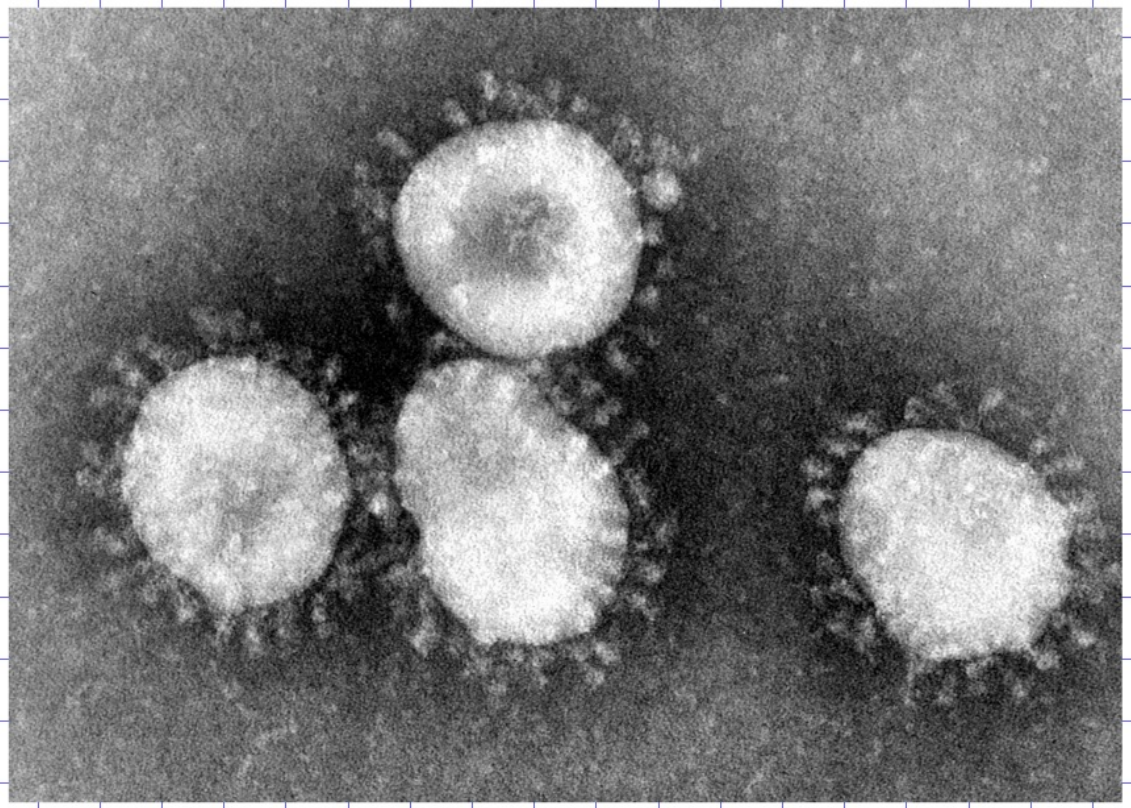
onzekerheid in impuls v.h. deeltje

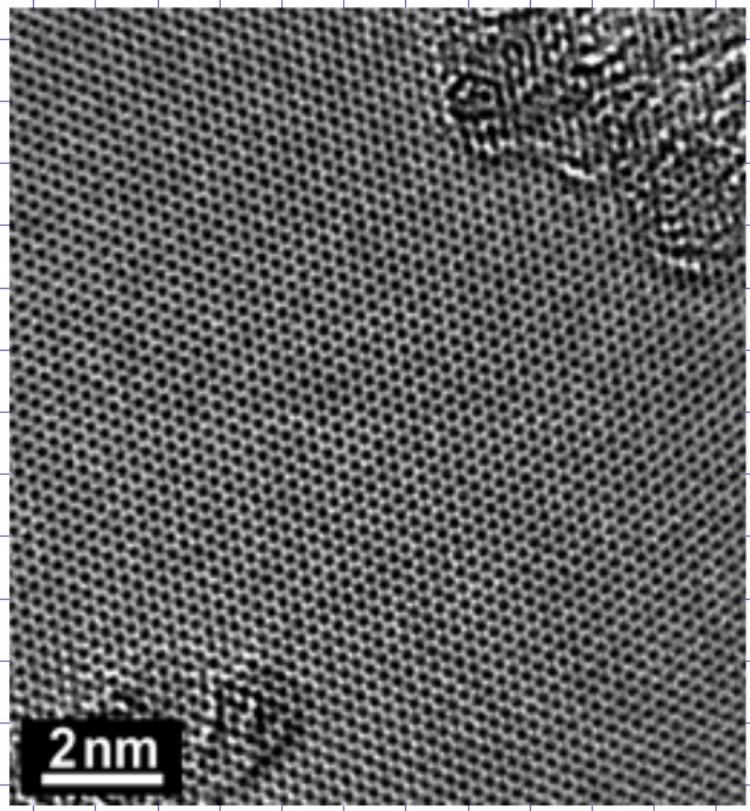
"Volgens het onzekerheidsprincipe van Heisenberg kun je niet precies weten waar een deeltje zich bevindt en welke snelheid het heeft."

... en hoe maakte kwantummechanica daar een einde aan?"

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

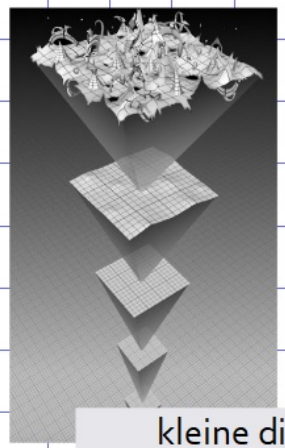
"Hoe werken elektronenmicroscopen?"

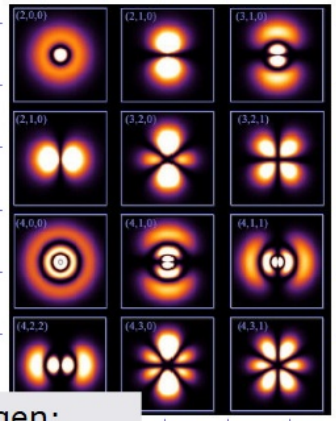




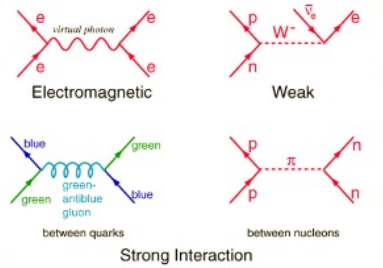
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

*"Onopgeloste kwestie: hoe zijn kwantummechanica en relativiteit te verenigen tot een **theorie van alles**?"*





kleine dingen:
kwantummechanica

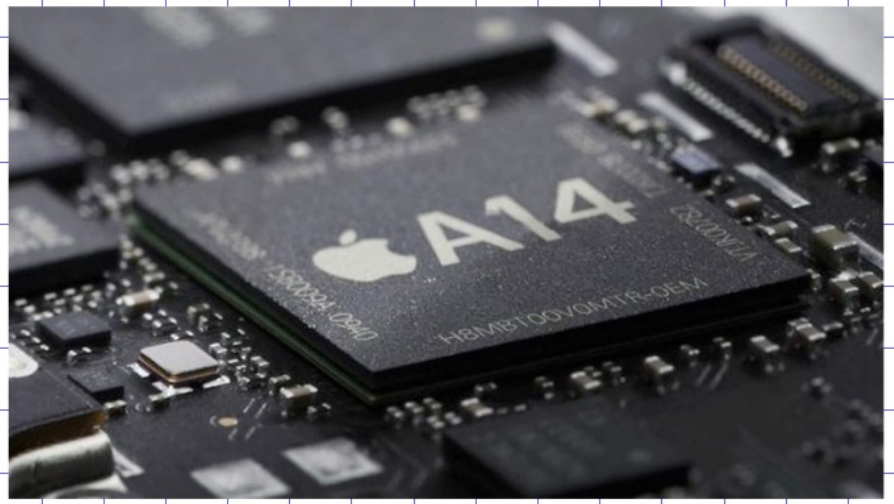


kwantum en relativiteit *beide tegelijk* nodig voor het verklaren van **zwarte gaten** en de **oerknal**

grote dingen:
relativiteit
(zwaartekracht)

Hoofdstuk 20: Relativiteit

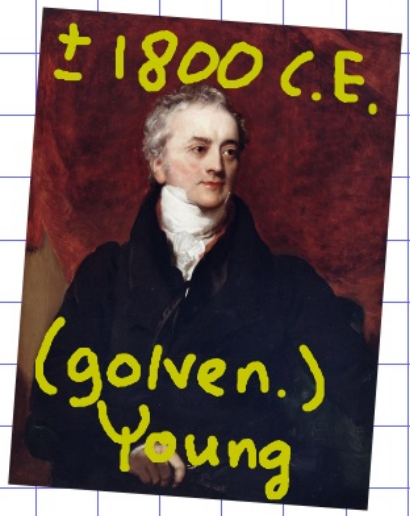
"Welke dagelijkse verschijnselen zijn alleen met kwantumtheorie te verklaren?"



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Wat is licht?"


± 1700 C.E.
(golven!)
Huygens
(deeltjes!)
Newton


± 1800 C.E.
(golven.)
Young


1905 C.E.
(deeltjes.)
Einstein

"Welke natuurkundigen staan er op deze foto?"

"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2017 eerste tijdvak

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Omdat de elektronen in Sirius B zo dicht op elkaar zitten, is er een vereenvoudigd quantummodel opgesteld: alle elektronen van Sirius B bevinden zich in een één-dimensionale energieput met $L = 5{,}8 \cdot 10^{6}$ m.

→ §19.4

In dit quantummodel wordt Sirius B dus beschouwd als één gigantisch atoom. Net als bij een gewoon atoom kunnen niet alle elektronen hetzelfde energieniveau bezetten: hoe meer elektronen er zijn, des te meer energieniveaus bezet zijn. Voor het quantumgetal n dat hoort bij het hoogst bezette energieniveau van Sirius B geldt: $n_{max} = 8{,}4 \cdot 10^{18}$.

De elektronen zijn in dit model te beschrijven als golven met een debroglie-golflengte waarvoor de formule geldt: $\lambda_B = \frac{2L}{n}$.

→ §19.2

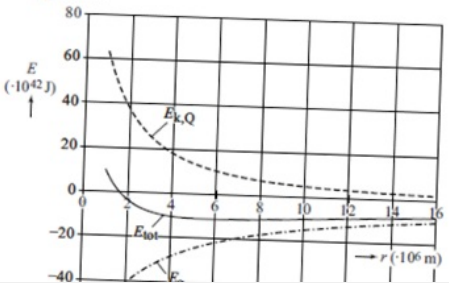
4p **14** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leid deze formule af.
- Bereken de minimale debroglie-golflengte van elektronen in Sirius B.
- Leg daarmee uit dat Sirius B terecht beschouwd wordt als een quantumsysteem.

Met het quantummodel zijn model-energie-berekeningen gemaakt. De resultaten zijn weergegeven in figuur 1. Deze figuur staat vergroot weergegeven op de uitwerkbijlage.

$E_{k,Q}$ de quantumfysische kinetische energie. Deze is gelijk aan de som van de elektron-energieën van alle gevulde energieniveaus.
E_g de gravitatie-energie.
E_{tot} de totale energie.

Er geldt:

figuur 1



"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2017
tweede
tijdvak

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§19.2

Bij lagere temperaturen (< 2000 K, zie figuur 4) neemt de 'klassieke' thermische emissie snel af en vindt er alleen nog emissie via het tunneleffect plaats.
Minieme bedekkingen (coatings) als een laagje van enkele moleculen dikte blijken grote invloed te hebben op de thermische emissie.
Met de coating wordt de elektronen een kansrijke (tunnel)weg naar buiten geboden. Doordat de coating een andere uittree-energie heeft dan wolfraam, wordt de effectieve uittree-energie veranderd.

Voor de debroglie-golflengte van vrije elektronen in een metaal bij een temperatuur T geldt:

$$\lambda_B = \frac{7{,}45 \cdot 10^{-8}}{\sqrt{T}}.$$

3p **24** Voer de volgende opdrachten uit:
- Ga met een schatting na of dit effect van de coating bij $T = 2000$ K een quantumverschijnsel zou kunnen zijn.
- Leg uit of dit effect sterker is bij lagere temperaturen.

De emissie door deze coating-tunneling wordt bepaald door:
- de dikte van de coating-laag;
- de grootte van de uittree-energie van de coating.

2p **25** Geef aan, aan welke eisen beide grootheden moeten voldoen om de emissie-kans bij lagere temperaturen zo groot mogelijk te maken.

§19.5

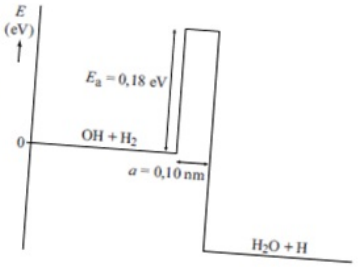
"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2018 eerste tijdvak

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Deze reactie vindt plaats aan het oppervlak van microscopische stofdeeltjes waarbij ijsmantels om de stofdeeltjes worden gevormd. Zoals bij veel reacties moet ook bij deze reactie een activeringsenergie E_a overwonnen worden. Zie figuur 1.

figuur 1



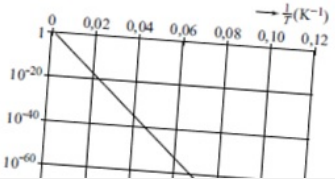
Over deze reactie zijn twee theorieën opgesteld.

- **theorie 1**
  De activeringsenergie E_a wordt geleverd door de thermische energie van de betrokken deeltjes. Bij 2100 K hebben de deeltjes een gemiddelde thermische energie van 0,18 eV.
- **theorie 2**
  De energiebarrière wordt doorbroken door het quantum-tunneleffect.

over theorie 1

De waarschijnlijkheid W dat de reactie optreedt volgens theorie 1 is alleen afhankelijk van de temperatuur T. In figuur 2 is deze waarschijnlijkheid W weergegeven als functie van $\frac{1}{T}$

figuur 2



§19.5

over theorie 2

Als een H_2-deeltje en een OH-deeltje zich voldoende dicht bij elkaar aan het oppervlak van een vast stofdeeltje bevinden, kan er een reactie door het quantum-tunneleffect plaatsvinden. In deze reactie 'verhuist' een H-atoom van het H_2-deeltje naar het OH-deeltje, over een afstand $a = 10^{-10}$ m.

Voor deeltjes met een massa m geldt voor de debroglie-golflengte λ in een omgeving met temperatuur T:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2\pi m k_B T}}$$

Hierin is:
- k_B de constante van Boltzmann;
- h de constante van Planck.

3p 9 Leg met behulp van deze formule en met figuur 1 uit of er onder deze omstandigheden een redelijke kans is op het quantum-tunneleffect.

Wetenschappers onderzoeken deze reactie in een laboratorium. Ze vervangen daarbij alle waterstofkernen (^1_1H) door deuteriumkernen ($^1_1D = {}^2_1H$). Dit levert de volgende reactie:

(2) $OD + D_2 \rightarrow D_2O + D$

Voor reactie (2) zijn de hoogte en de breedte van de energiebarrière gelijk aan die van reactie (1), zoals weergegeven in figuur 1. Maar reactie (2) heeft een andere kans op het quantum-tunneleffect dan reactie (1).

2p 10 Leg uit of de kans dat het quantum-tunneleffect optreedt met deuteriumkernen groter of kleiner is dan met waterstofkernen.

Tim heeft moeite met theorie 2. Hij zegt: "In figuur 1 blijven de hoogte en breedte van de energiebarrière constant, dus je kunt net zo makkelijk 'terug-tunnelen' en dan wordt het water weer even snel afgebroken."

2p 11 Leg uit of Tim gelijk heeft.

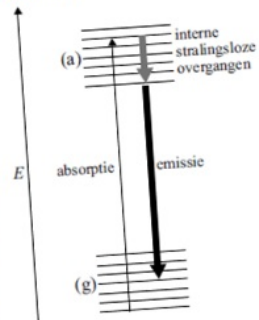
Water maakt leven op een planeet mogelijk. In tabel 32H van BiNaS en in

§19.2

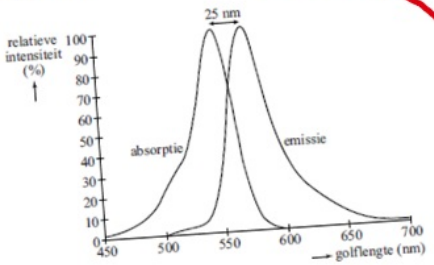
"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2018
tweede
tijdvak

figuur 3a



figuur 3b



2p **12** Leg uit waarom het emissiespectrum naar rechts verschoven is.

Een Rhodamine-6G-molecuul kan men ook beschrijven met een eenvoudig model van een eendimensionale energieput waarin 22 elektronen opgesloten zijn. Hierbij zijn een aantal energieniveaus (n-waarden) steeds gevuld met twee elektronen per niveau. Samen vormt dit de grondtoestand (g).
Als het molecuul door absorptie van een foton aangeslagen wordt, gaat één elektron van de hoogste bezette n-waarde naar de volgende n-waarde.

Dan geldt voor de lengte van de energieput: $L = \sqrt{\frac{\lambda \cdot (12^2 - 11^2) \cdot h}{8mc}}$.

Hierin is:
- λ de golflengte die vereist is om het molecuul aan te slaan;
- h de constante van Planck;
- m de massa van een elektron;
- c de lichtsnelheid.

4p **13** Leid deze formule af gebruikmakend van formules uit een tabellenboek.

figuur 4

Figuur 4 geeft de structuur van

1,70 nm

→ §19.4

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

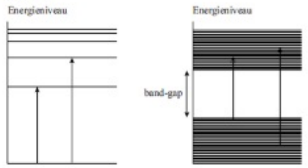
"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2019 eerste tijdvak

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Om veilig gedurende een langere tijd in de zon te kunnen liggen, kan men zonnebrandcrème op de huid smeren. In zonnebrandcrème zit een stof die fotonen met een bepaalde energie kan absorberen. Deze energie moet overeenkomen met een sprong in het energieniveauschema van de stof.
In figuur 7 staan twee typen energieniveauschema's weergegeven. De linker figuur kent discrete niveaus. De rechterfiguur kent twee groepen [illegible] energieniveaus dicht op elkaar met daartussen een sprong, de zogenaamde 'band-gap'.

figuur 7



Een stof met een band-gap is beter geschikt voor zonnebrandcrème dan een stof met een discreet energieniveauschema.

2p **17** Leg uit waarom.

Voor een goede zonnebrandcrème gelden twee specificaties:
- De crème absorbeert het UV-B.
- De crème absorbeert geen zichtbaar licht.

In tabel 1 staan drie stoffen met een band-gap gegeven die in zonnebrandcrème verwerkt kunnen worden. De stoffen worden in de vorm van nanodeeltjes toegevoegd aan de crème.

tabel 1

stof	band-gap-energie (eV)
galliumoxide Ga_2O_3	4,4
titaandioxide TiO_2	3,3
zilveroxide Ag_2O	1,5

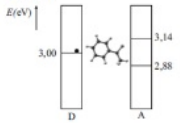
Slechts een van de stoffen in tabel 1 is geschikt als werkend bestanddeel in zonnebrandcrème.

5p **18** Voer de volgende opdrachten uit:
- Leg uit, onder andere met een berekening, welke stof dat is.
- Leg uit waarom de andere twee stoffen niet geschikt zijn.

→ Hfd 12 + Hfd 18 + Hfd 19

figuur 3

figuur 4



geur-receptor

Als een elektron van donor D via een geurmolecuul naar acceptor A beweegt, wordt er bij A een signaal afgegeven dat naar de hersenen gaat, waardoor het geurmolecuul wordt waargenomen.
Het model van Turin is een combinatie van quantum-tunneling en energieoverdracht. Zie figuur 4 voor een schematische weergave.
In figuur 4 bevindt zich een elektron in donor D in het aangegeven energieniveau. Van acceptor A zijn twee energieniveaus weergegeven.
Zonder geurmolecuul kan het elektron niet van D naar A gaan.
Als een geurmolecuul dat past bij de receptor tussen D en A zit, kan dit geurmolecuul energie opnemen van het elektron zodat het elektron wel van D naar A kan komen.

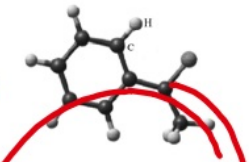
2p **20** Leg uit in welke van de twee energieniveaus van A het elektron dan komt.

Een voorbeeld van een geurmolecuul is acetofenon. Zie figuur 5.
De energie-uitwisseling met het geurmolecuul kan in een vereenvoudigd model worden beschreven. In dit vereenvoudigd model wordt elke C – H -binding van het geurmolecuul beschouwd als een (quantumfysisch) massa-veer-systeem. Zie figuur 6 voor de energieput met de discrete energieniveaus van dit massa-veer-systeem voor een van de C – H -bindingen van acetofenon.
Voor de energieniveaus geldt:

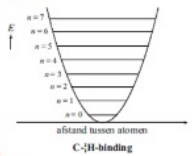
$$E_n = hf\left(n+\tfrac{1}{2}\right).$$

Hierin is:
- E_n De energie van niveau n,
- h De constante van Planck,
- f De frequentie van het massa-veer-systeem.

figuur 5



figuur 6



C-H-binding

"Hoe komt quantumfysica terug in het CE?"

2019 tweede tijdvak

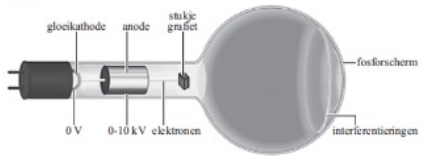
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

Elektronendiffractie

G.P. Thomson toonde experimenteel elektronendiffractie aan. Hij liet zien dat er een interferentiepatroon ontstaat als elektronen op een stukje vaste stof geschoten worden. Hiermee toonde hij aan dat elektronen een golfkarakter hebben. In 1937 ontving hij hiervoor de Nobelprijs.

Bob en Marly gaan het experiment van Thomson uitvoeren met een elektronendiffractiebuis. Zij willen daarmee de afstanden tussen de atomen in grafiet bepalen. Zij gebruiken de opstelling die weergegeven is in figuur 1.

figuur 1



De gloeikathode levert elektronen. Deze elektronen hebben een verwaarloosbare snelheid. De elektronen doorlopen een versnelspanning die variabel is tot 10 kV. De elektronen gaan door het stukje grafiet, waarna ze op een fosforscherm een interferentiepatroon geven. Dit interferentiepatroon kan worden verklaard doordat de elektronen een golfkarakter vertonen.

Voor de debroglie-golflengte van de elektronen geldt:

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2emU}} \qquad (1)$$

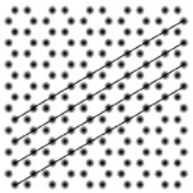
Hierin is:
- h de constante van Planck;
- e de lading van het elektron;
- m de massa van het elektron;
- U de versnelspanning.

2p **15** Leid formule (1) af.

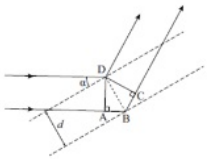
2p **16** Bereken de debroglie-golflengte van de elektronen nadat ze een versnelspanning van 5,0 kV hebben doorlopen.

In grafiet liggen de koolstofatomen in lagen op elkaar. In de afzonderlijke lagen liggen de koolstofatomen in regelmatige zeshoeken.
Het effect van elektronendiffractie vindt plaats binnen één laag en niet tussen de lagen. In figuur 2 is één zo'n laag weergegeven.
In een laag liggen de atomen in evenwijdige lijnen. Aan deze lijnen vindt reflectie plaats, de zogenaamde Braggreflectie. De elektronengolven die terugkaatsen van de verschillende evenwijdige lijnen hebben een verschil in weglengte waardoor ze interfereren. Dit is schematisch weergegeven in figuur 3.

figuur 2



figuur 3



Er treedt constructieve interferentie op als:

$$2d\sin\alpha = n\lambda \text{ met } n = 1,2,3,\ldots \qquad (2)$$

Hierin is:
- d de afstand tussen de roosterlijnen;
- α de hoek waaronder de elektronenbundel de roosterlijn treft;
- λ de debroglie-golflengte van de elektronen.

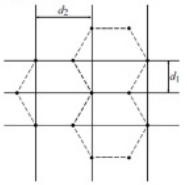
Figuur 3 staat ook op de uitwerkbijlage.

4p **17** Voer de volgende opdrachten uit:
- Geef op de uitwerkbijlage het verschil in weglengte tussen de twee stralen aan.
- Leid hiermee formule (2) af.

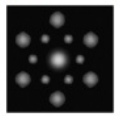
In figuur 4 zijn verschillende lijnen te zien waaraan reflectie plaats k vinden. De afstanden tussen verschillende lijnen zijn aangegeven m d_1 en d_2.

Bij een interferentiepatroon aan een monokristallijne laag grafiet (dat wil zeggen een laag die uit één kristal grafiet bestaat) ontstaat het patroon van figuur 5 op het scherm van de elektronendiffractiebuis uit figuur 1.

figuur 4



figuur 5



figuur 6

Als er in de diffractiebuis geen monokristallijne laag grafiet zit maar een polykristallijne laag (dat wil zeggen dat er vele kristallen kriskras door elkaar zitten), ziet het interferentiepatroon eruit als in figuur 6.

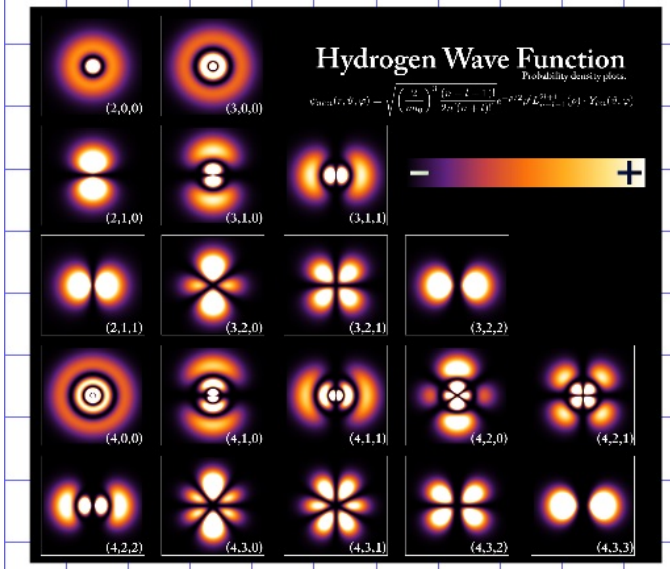
2p **18** Leg uit of de buitenste ring komt van interferentie aan lijnen met afstand d_1 of met afstand d_2.

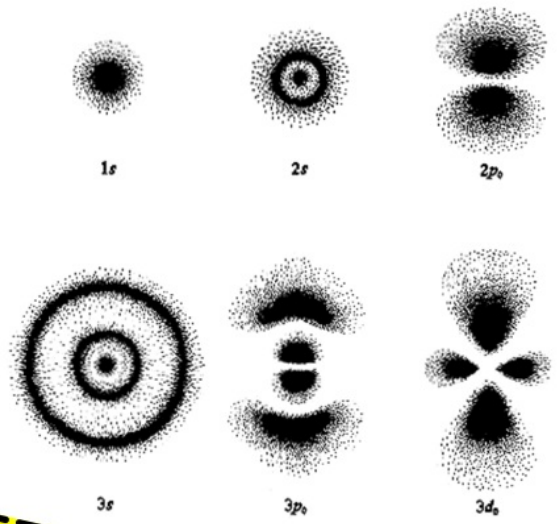
Bob en Marly meten bij verschillende versnelspanningen de straal van de ringen op het scherm.
Bij lage versnelspanningen verschijnen geen ringen op het scherm.
Dan is alleen de stip in het midden op het scherm te zien.

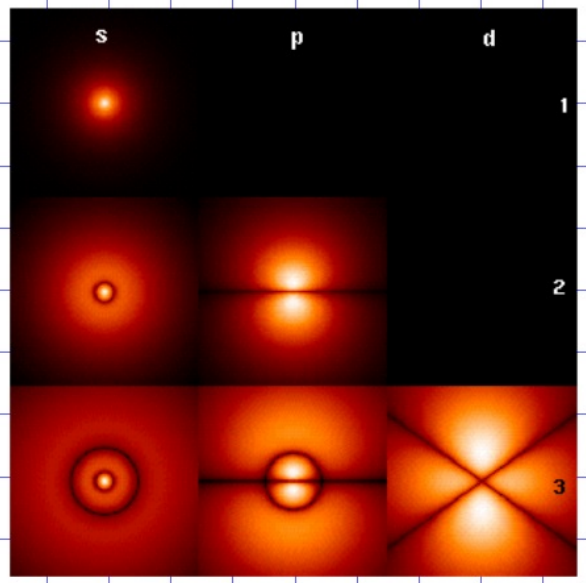
2p **19** Leg uit waarom bij lage versnelspanningen geen ringen verschijnen op het scherm.

fig. 2

"Hoe kun je je de mogelijke golffuncties van elektronen in waterstof voorstellen?"





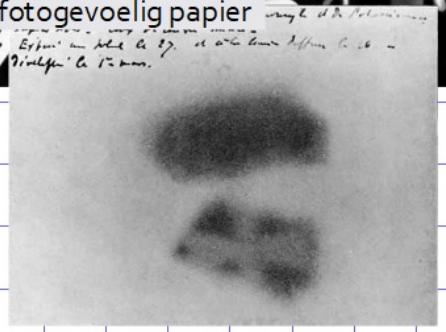


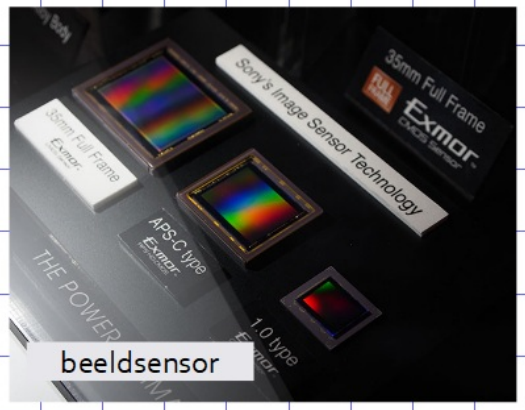
Meest centrale inzicht van het hoofdstuk!

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"*Hoe kun je kijken waar het elektron is?*"

fotogevoelig papier





beeldsensor

fotomultiplicatorbuizen

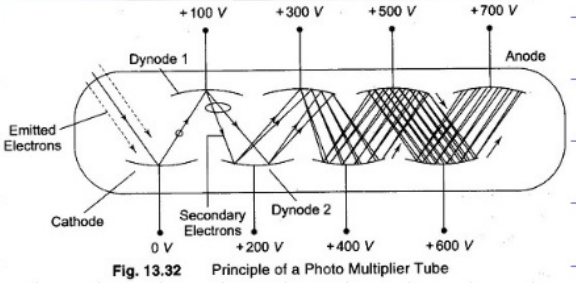
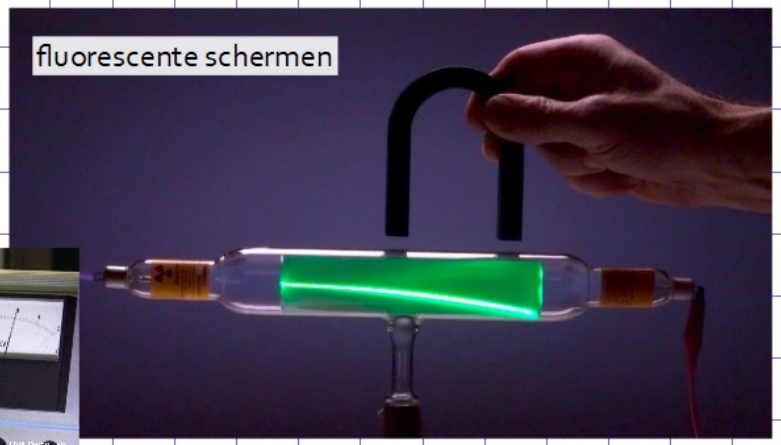
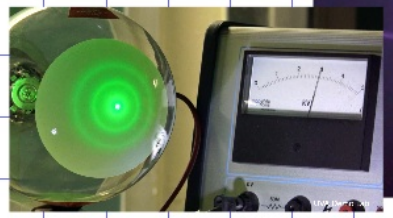


Fig. 13.32 Principle of a Photo Multiplier Tube

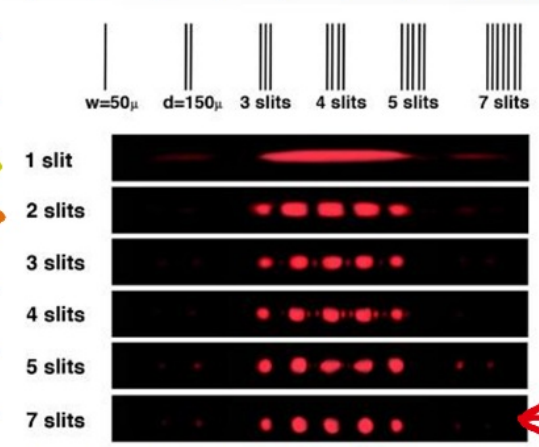


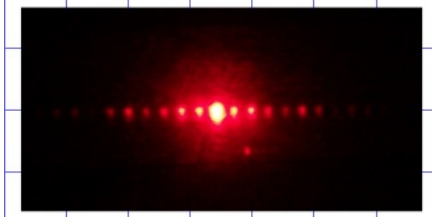
fluorescente schermen

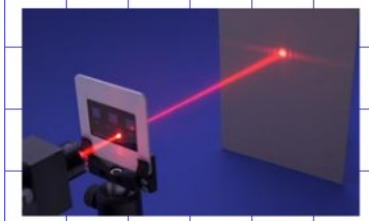


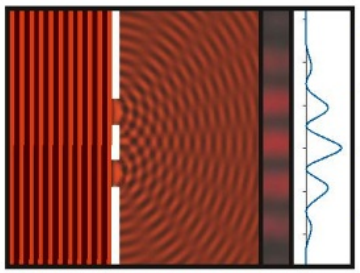
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Welke experimenten tonen aan dat licht een golfkarakter heeft?"









▲ **Figuur 19.11** Het tweespletenexperiment

constructieve interferentie:

$$\Delta s = m \cdot \lambda$$

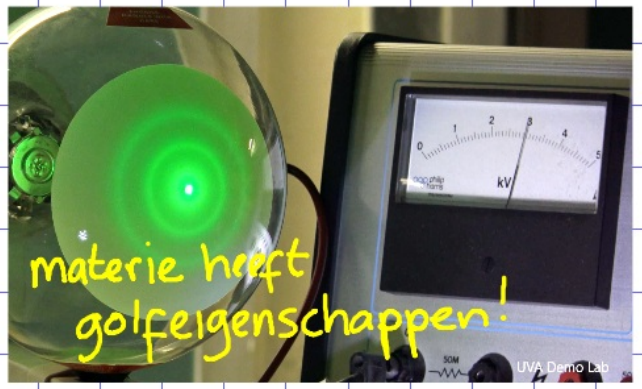
$$d \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$$

$$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Vuistregel:
De maxima liggen verder uit elkaar als de verhouding λ/d groter is.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

"Welke experimenten kun je doen die kwantumgedrag bevestigen?"



elektronen, golflengte

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot U \cdot e}}$$

Comptonverstrooiing

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{mc}(1 - \cos\theta)$$

comptoneffectapparaat

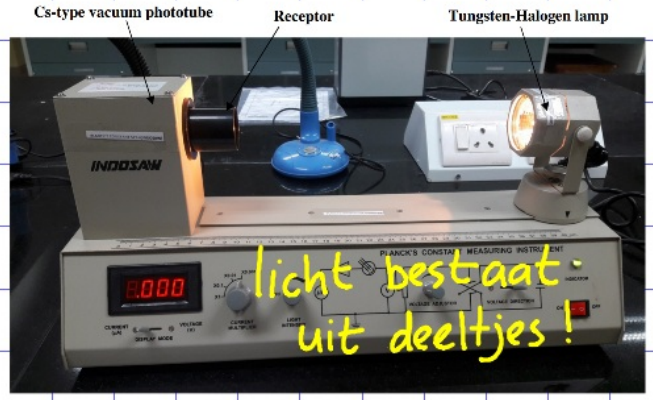
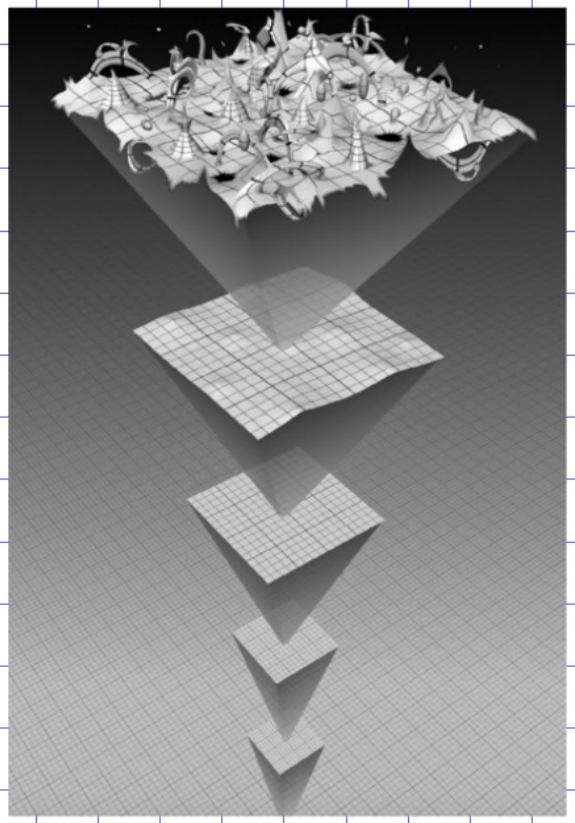
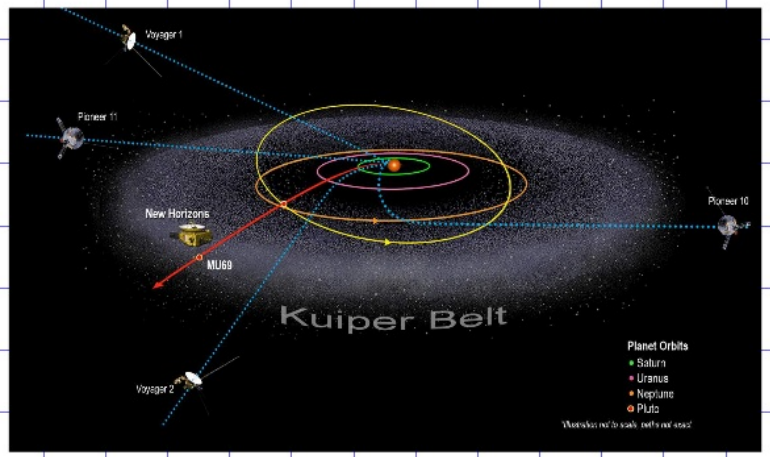


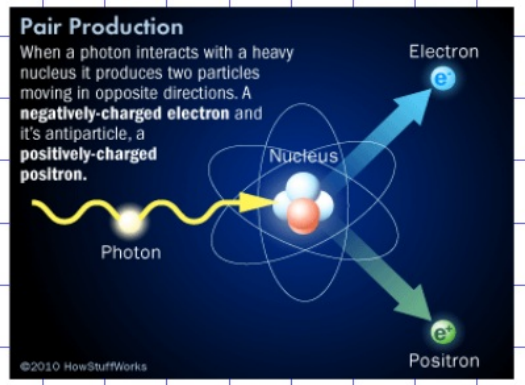
foto-elektrisch effect

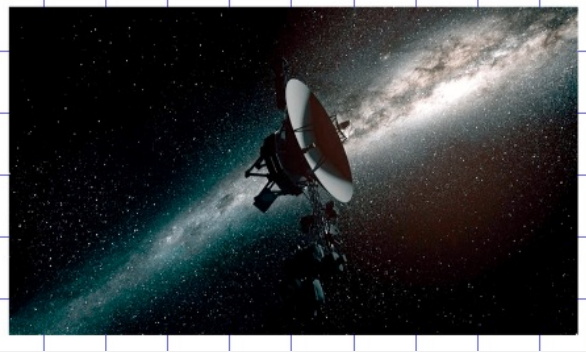
$$E_k = h \cdot f - E_{uit}$$

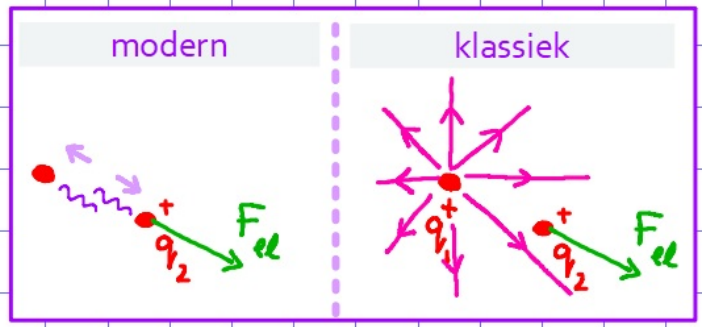
"Hoe ziet de "lege ruimte" er uit op het kleinste niveau?"





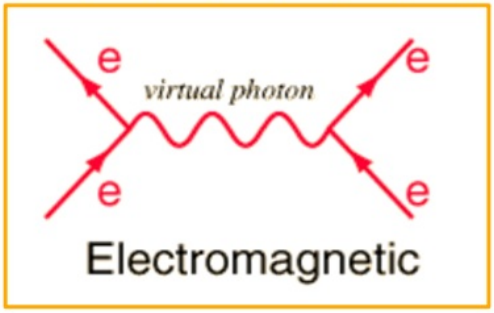




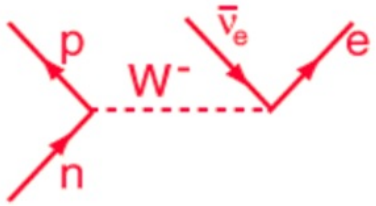


Hoofdstuk 19: Quantumfysica

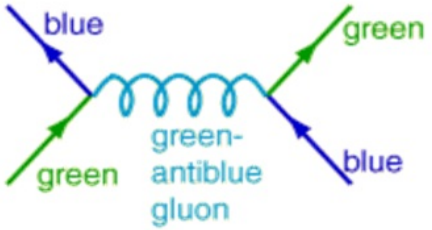
"Hoe worden in het standaardmodel de krachten overgebracht?"



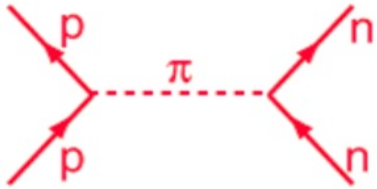
Electromagnetic



Weak

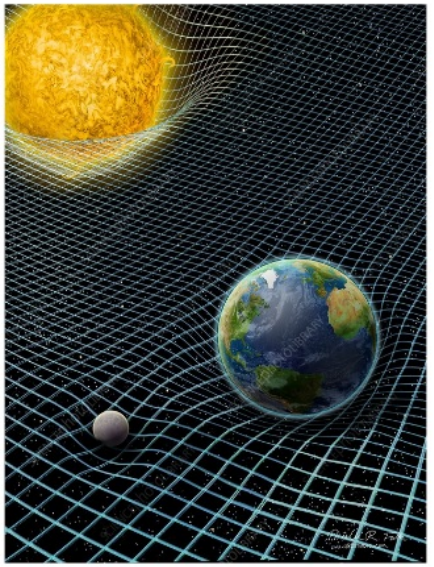


between quarks



between nucleons

Strong Interaction



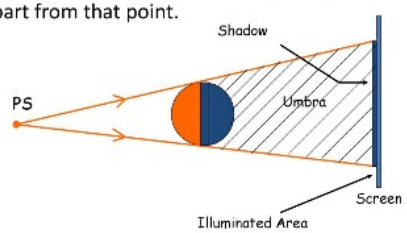
gravitonen ?

Zwaartekracht

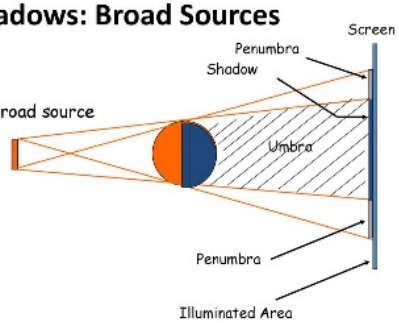
"Voor welke verschijnselen volstaat de straalbenadering van licht?"

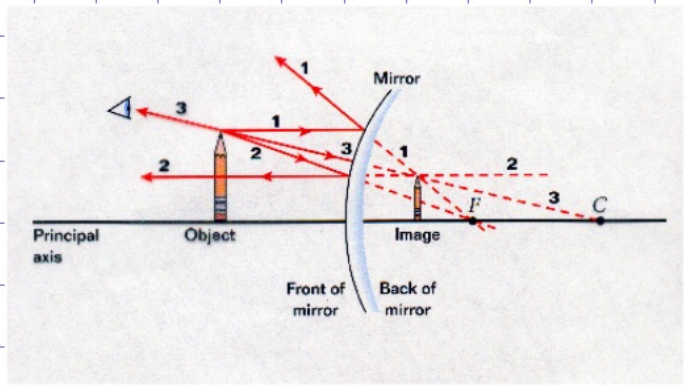
1. Shadows: Point Sources

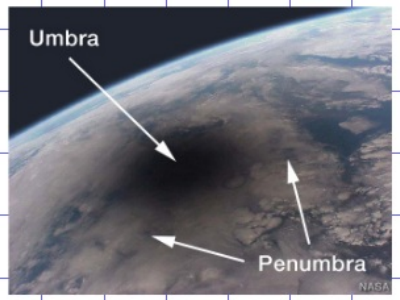
- A **point source** is such a small light source that it can be considered a point. All light rays depart from that point.



2. Shadows: Broad Sources

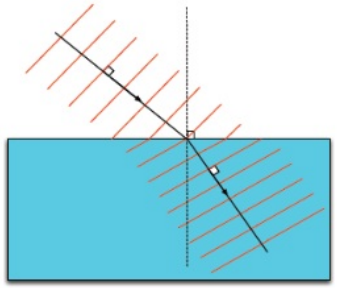






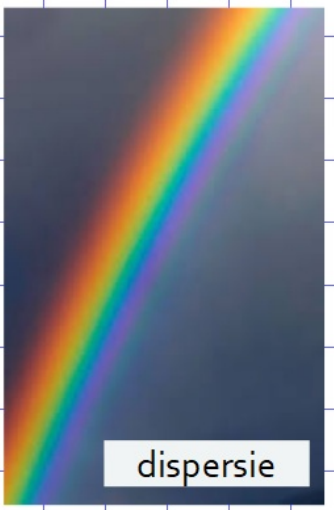
Hoofdstuk 9: Golven

"Voor welke verschijnselen is de golfbenadering van licht nodig?"



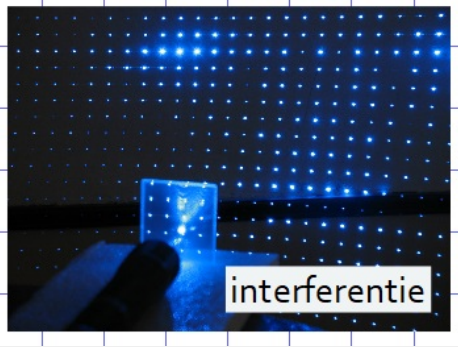
dunne-laaginterferentie


breking


dispersie


verstrooiing

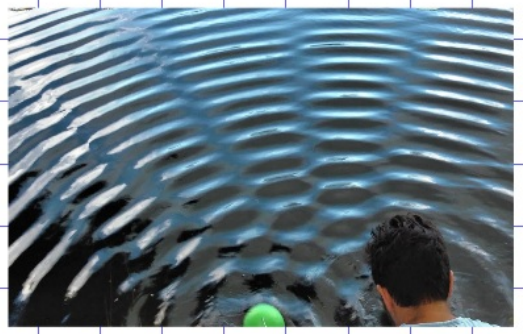

polarisatie

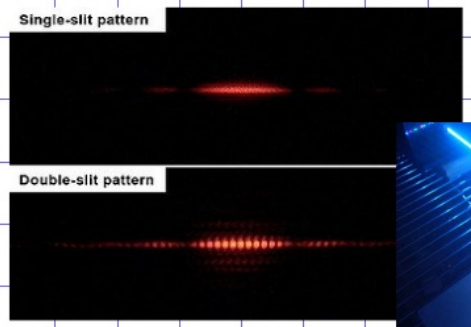

interferentie

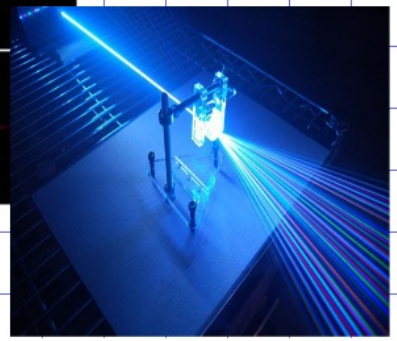

verstrooiing

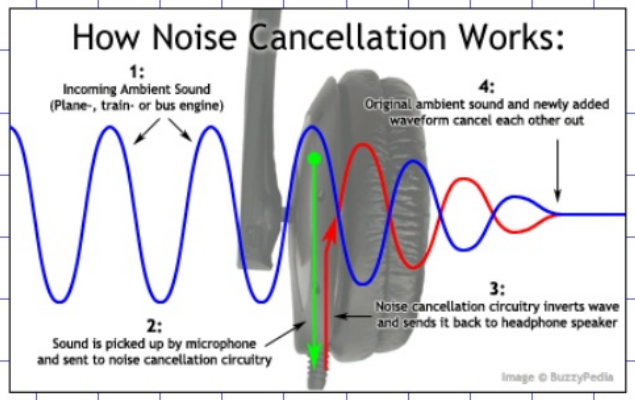
Hoofdstuk 9: Golven

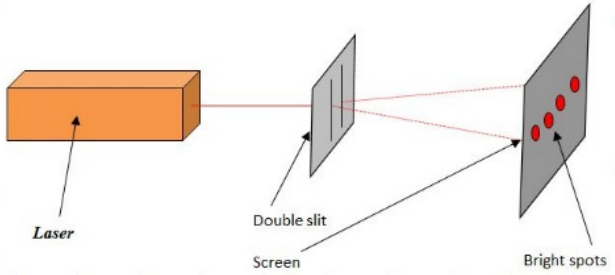
"Welke verschijnselen worden door interferentie veroorzaakt?"





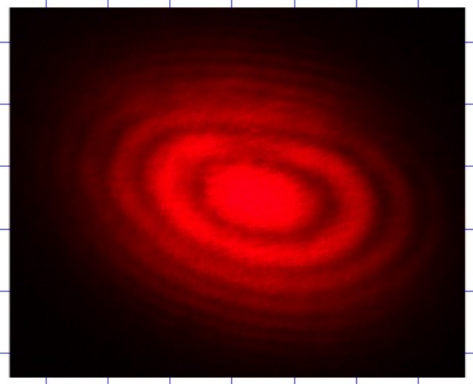


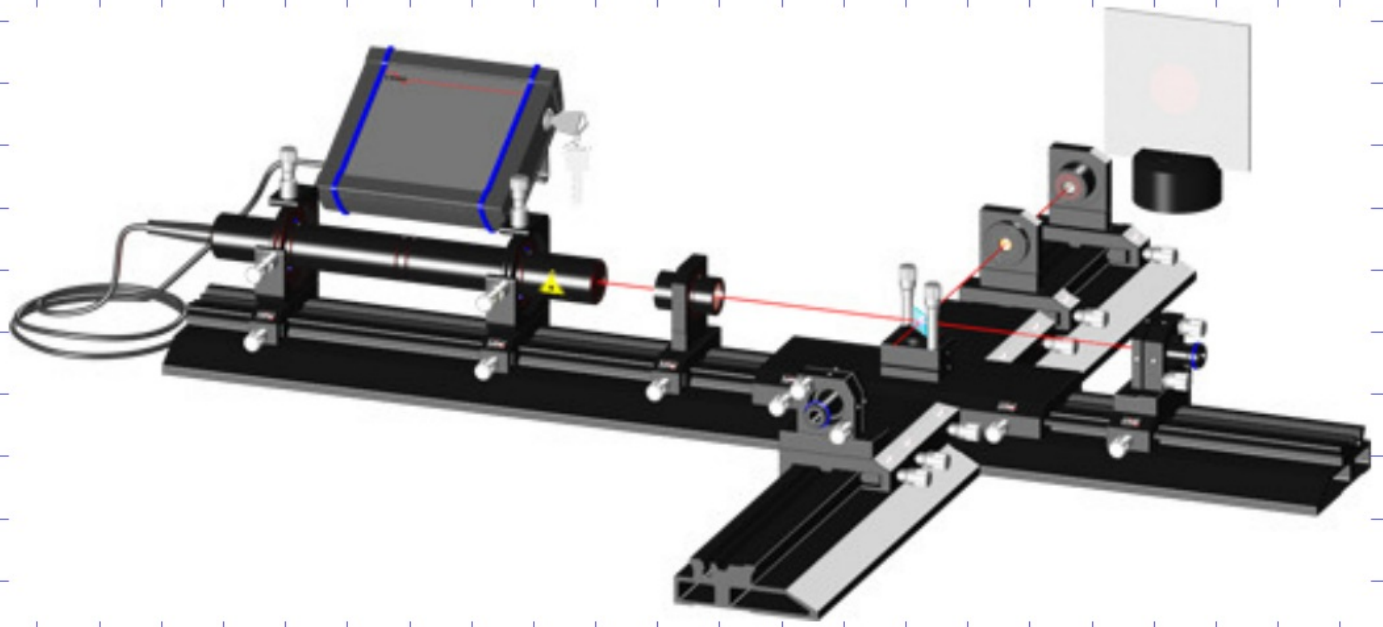


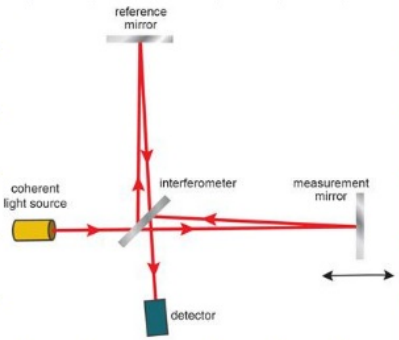


Hoofdstuk 9: Golven

"Welke meettechnieken maken gebruik van interferentie?"







Hoofdstuk 19: Quantumfysica

- UITLEG & AANTEKENINGEN -

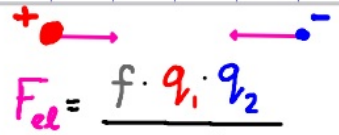
De volgende dia's zijn de aantekeningen die je in de les overgenomen hebt. Alles wat hier tussn de rode lijnen staat zou ook in je schrift moeten staan. Dit is de essentiele stof voor het proefwerk en deze moet je proberen volledig te begrijpen. Je vindt hier ook de tekst bij de bordoefeningen waarvan je als het goed is alleen de uitwerkingen hebt opgeschreven.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

1. Niels Bohr kwam als eerste met een **atoommodel** dat lijnenspectra en de stabiliteit van atomen kon verklaren:

- Elektronen worden bij de kern gehouden door **elektrische kracht** (hfd11)



$$F_{el} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

- Elektronen kunnen alleen in banen met bepaalde **vastliggende baanstralen (r)** rond de kern draaien volgens:

$$2\pi r m_e v = nh$$

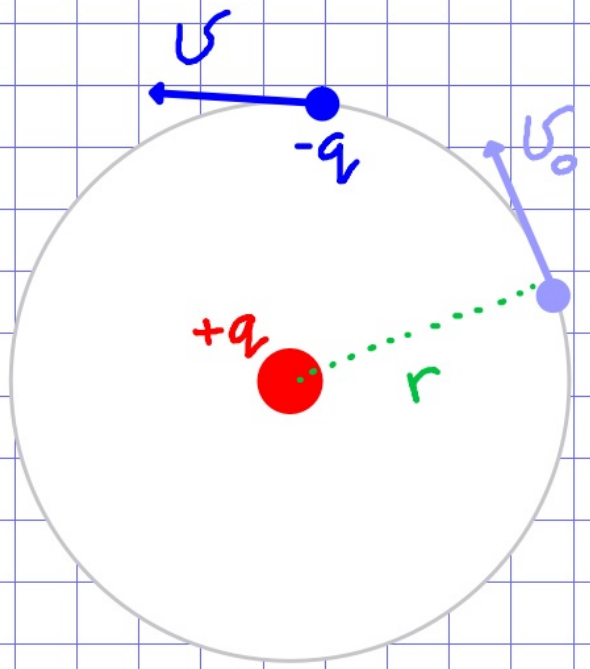
baanstraal ↗

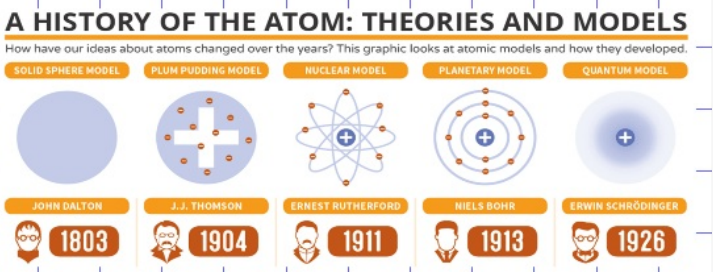
baangetal (1,2,3,...) ↗

← constante v. Planck $6{,}626 \cdot 10^{-34}$ J/s

- Elektronen kunnen **overspringen** van een lagere baan naar een hogere baan en terug waarbij een **foton** wordt geabsorbeerd of uitgezonden (hfd 12).

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E}$$

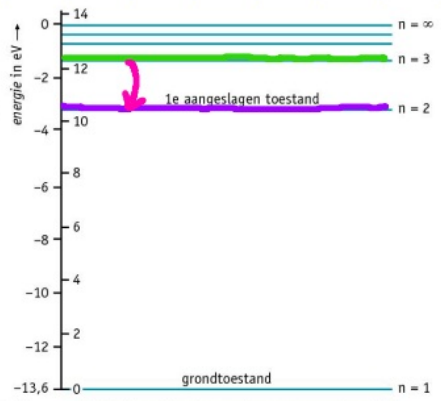




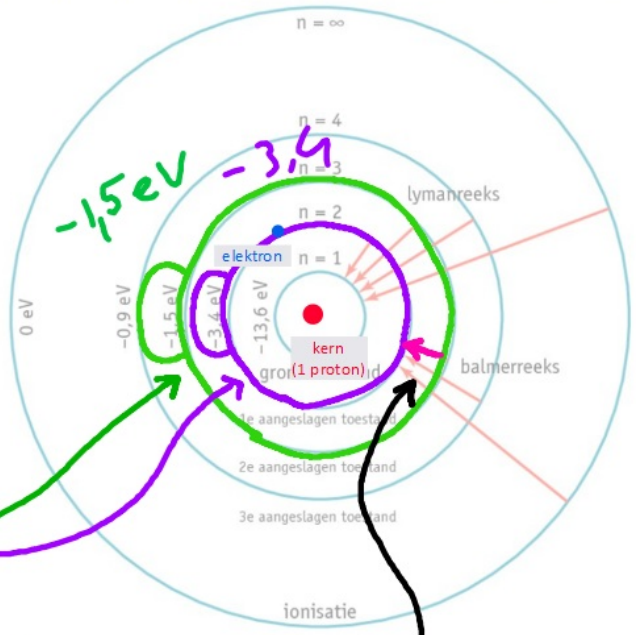
$2\pi r m_e v = nh$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica



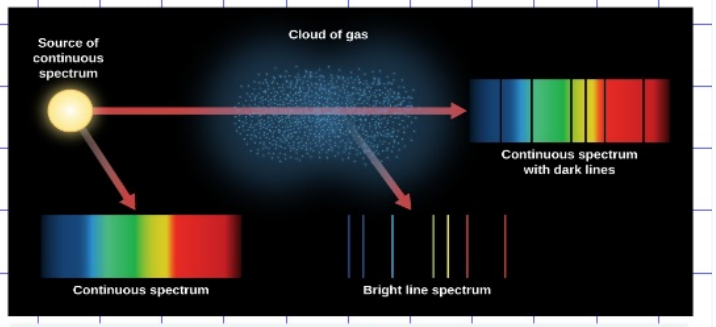
▲ **Figuur 12.37** Energieniveauschema van waterstof



▲ **Figuur 12.38**

Elektronen kunnen alleen in banen met bepaalde **vastliggende baanstralen (r)** rond de kern draaien.

Elektronen kunnen **overspringen** van een lagere baan naar een hogere baan en terug waarbij een **foton** wordt geabsorbeerd of uitgezonden (hfd 12).



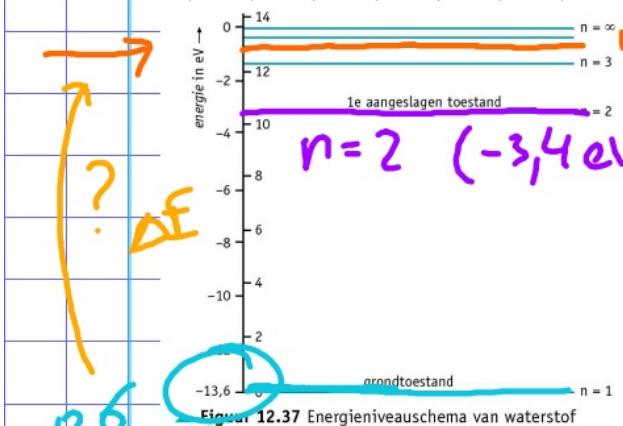
Bordoefening 1a. Bereken van welke golflengte een foton wordt uitgezonden door een waterstofatoom dat vervalt van de 2e aangeslagen toestand naar de eerste aangeslagen toestand.

$$E_{foton} = |-3{,}4\ eV - (-1{,}5\ eV)|$$

$$= |-1{,}9\ eV| = 1{,}9\ eV$$

$$= 3{,}04 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{3{,}04 \cdot 10^{-19}} = 6{,}54 \cdot 10^{-7} = 654\ nm$$



Figuur 12.37 Energieniveauschema van waterstof

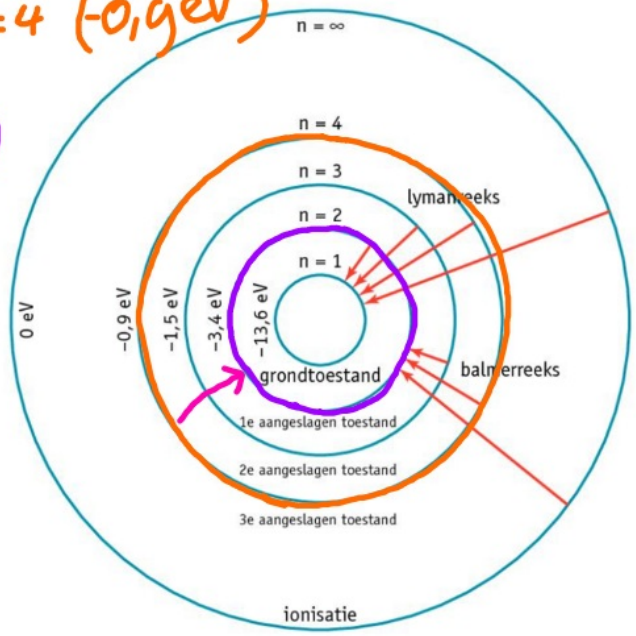
n=4 (-0,9eV)

n=2 (-3,4eV)

?

ΔE

-13,6 eV



Figuur 12.38

Bordoefening 1c. Bereken de maximale golflengte dat een foton nog mag hebben zodat het een waterstofatoom kan aanslaan vanuit de grondtoestand naar de toestand met n = 4. Gebuik informatie die hier op deze bordpagina staat. Zoek naderhand in Binas 21A op of je de juiste waarde gevonden hebt.

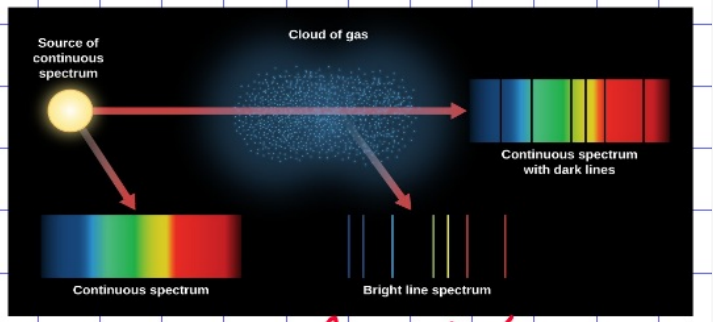
$\Delta E = -0{,}9\ eV - -13{,}6\ eV$

$= 12{,}7\ eV = 2{,}03 \cdot 10^{-18}\ J$

$\lambda = \frac{h \cdot c}{E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{2{,}03 \cdot 10^{-18}} = 9{,}8 \cdot 10^{-8}\ m = 98\ nm$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica



$\lambda_{4\to2} = 486\ nm$

Bordoefening 1b. Zoek in binas op van welke golflengte een foton wordt uitgezonden door een waterstofatoom dat vervalt van de 3e aangeslagen toestand naar de eerste aangeslagen toestand.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

2 **a** Stel de middelpuntzoekende kracht op het elektron in het bohrmodel gelijk aan de elektrische kracht en leidt hiermee af dat

$$v^2 = \frac{fe^2}{m_e r}$$

b Gebruik de quantisatieregel van Bohr om af te leiden dat $v_n^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}$

$2\pi r m_e v = nh$

waarin r de straal van de baan is,
m_e de massa van het elektron,
v de snelheid van het elektron,
n het baangetal (n = 1, 2, 3...),
h de constante van Planck.

c Combineer a en b en leid af dat

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e fe^2} \text{ en } v_n^2 = \frac{4\pi^2 f^2 e^4}{n^2h^2}$$

d De totale energie E_n van een elektron in baan n wordt gegeven door de formule

$$E_n = \tfrac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{fe^2}{r_n}$$

Leid hieruit af dat:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2h^2}$$

e Laat zien dat $r_1 = 5{,}26 \cdot 10^{-11}$ m en $E_1 = -13{,}6$ eV.

---

② $F_{mpz} = F_{el}$

a. $\frac{mv^2}{r} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$v^2 = \frac{f \cdot e^2}{m \cdot r}$

b. $v = \frac{nh}{2\pi r m_e}$

$v^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 \cdot r^2 \cdot m_e^2}$

$e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ C

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

2 **a** Stel de middelpuntzoekende kracht op het elektron in het bohrmodel gelijk aan de elektrische kracht en leidt hiermee af dat

$$v^2 = \frac{fe^2}{m_e r}$$

b Gebruik de quantisatieregel van Bohr om af te leiden dat $v_n^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}$

c Combineer a en b en leid af dat

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e f e^2} \text{ en } v_n^2 = \frac{4\pi^2 f^2 e^4}{n^2h^2}$$

d De totale energie E_n van een elektron in baan n wordt gegeven door de formule

$$E_n = \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{fe^2}{r_n}$$

Leid hieruit af dat:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2h^2}$$

e Laat zien dat $r_1 = 5{,}26 \cdot 10^{-11}$ m en $E_1 = -13{,}6$ eV.

ook nodig

2

a.

$F_{mpz} = F_{el}$

$\frac{mv^2}{r} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$v^2 = \frac{f \cdot e^2}{m \cdot r}$

b.

$v = \frac{nh}{2\pi r m_e}$

$v^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 \cdot r^2 \cdot m_e^2}$

resultaat: een formule waarmee je de baanstralen van het elektron in een waterstofatoom kunt uitrekenen.

c.

$\frac{f \cdot e^2}{m \cdot r} = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 r^2 m^2}$

$r = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 \cdot m \cdot f \cdot e^2}$

$2\pi r m_e v = nh$

waarin r de straal van de baan is,
m_e de massa van het elektron,
v de snelheid van het elektron,
n het baangetal (n = 1, 2, 3...),
h de constante van Planck.

$m = \frac{f \cdot e^2}{v^2 \cdot r} \rightarrow \frac{f \cdot e^2}{v^2 \cdot r} = \frac{nh}{2\pi r v}$ $\leftarrow m = \frac{nh}{2\pi r v}$

$v = \frac{2\pi f e^2}{nh}$ $\quad v^2 = \frac{4\pi f^2 e^4}{n^2h^2}$

resultaat: een formule waarmee je de snelheid van het elektron in de verschillende mogelijke banen kunt uitrekenen.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

2 **a** Stel de middelpuntzoekende kracht op het elektron in het bohrmodel gelijk aan de elektrische kracht en leidt hiermee af dat

$$v^2 = \frac{fe^2}{m_e r}$$

b Gebruik de quantisatieregel van Bohr om af te leiden

dat $v_n^2 = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}$

$2\pi r m_e v = nh$

waarin r de straal van de baan is, m_e de massa van het elektron, v de snelheid van het elektron, n het baangetal (n = 1, 2, 3...), h de constante van Planck.

c Combineer a en b en leid af dat

$$r_n = \frac{n^2h^2}{4\pi^2 m_e f e^2} \text{ en } v_n^2 = \frac{4\pi^2 f^2 e^4}{n^2h^2}$$

d De totale energie E_n van een elektron in baan n wordt gegeven door de formule

$$E_n = \frac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{fe^2}{r_n}$$

Leid hieruit af dat:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2h^2}$$

e Laat zien dat $r_1 = 5{,}26 \cdot 10^{-11}$ m en $E_1 = -13{,}6$ eV.

---

(2)

d.

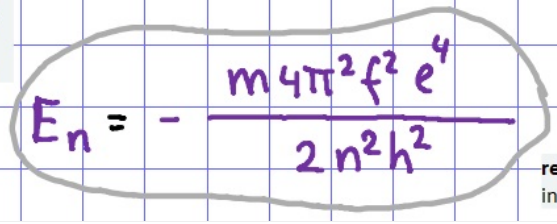
$r = \frac{n^2h^2}{4\pi \cdot m \cdot f \cdot e^2}$ $\quad v = \frac{2\pi f e^2}{nh}$

$E_n = \frac{1}{2}mv_n^2 + -\frac{f \cdot e^2}{r_n}$

$E_n = \frac{1}{2}m\left(\frac{2\pi f e^2}{nh}\right)^2 - \frac{f \cdot e^2}{\frac{n^2h^2}{4\pi^2 m f e^2}}$

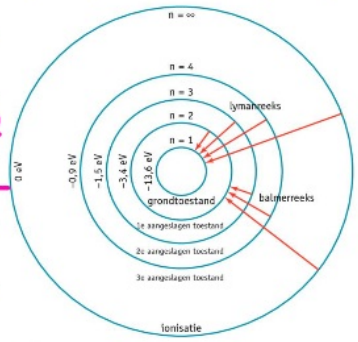
$E_n = \frac{m\,4\pi^2 f^2 e^4}{2n^2h^2} - \frac{fe^2 fe^2 m\,4\pi^2}{n^2h^2}$

$E_n = -\frac{m\,4\pi^2 f^2 e^4}{2n^2h^2}$



resultaat: een formule waarmee je de totale energie van het elektron in een bepaalde baan in een waterstofatoom kunt uitrekenen.

xtra inzicht:
bsolute waarde van e elektrische otentiële energie is wee keer zo groot ls die van de inetische energie.



▲ Figuur 12.38

$F_{el} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r^2}$

$E_{el} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r}$

$E_{tot} = E_k + E_{el}$

2

e.

$$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 \cdot m \cdot f \cdot e^2}$$

$$= \frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{4\pi^2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 8{,}99 \cdot 10^{9} \cdot (1{,}60 \cdot 10^{-19})^2} = 5{,}26 \cdot 10^{-11} \text{ m}$$

$$E_n = -\frac{m 4\pi^2 f^2 e^4}{2 n^2 h^2}$$

$$= -\frac{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 4\pi^2 \cdot (8{,}99 \cdot 10^{9})^2 \cdot (1{,}60 \cdot 10^{-19})^4}{2 \cdot 1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}$$

$$= -2{,}167 \cdot 10^{-18} \text{ J} = -13{,}5 \text{ eV}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

2 **a** Stel de middelpuntzoekende kracht op het elektron in het bohrmodel gelijk aan de elektrische kracht en leidt hiermee af dat

$$v^2 = \frac{fe^2}{m_e r}$$

b Gebruik de quantisatieregel van Bohr om af te leiden dat $v_n^2 = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e^2 r_n^2}$

$2\pi r m_e v = nh$

waarin r de straal van de baan is,
m_e de massa van het elektron,
v de snelheid van het elektron,
n het baangetal ($n = 1, 2, 3\ldots$),
h de constante van Planck.

c Combineer a en b en leid af dat

$$r_n = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 m_e f e^2} \text{ en } v_n^2 = \frac{4\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

d De totale energie E_n van een elektron in baan n wordt gegeven door de formule

$$E_n = \tfrac{1}{2} m_e v_n^2 - \frac{fe^2}{r_n}$$

Leid hieruit af dat:

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

e Laat zien dat $r_1 = 5{,}26 \cdot 10^{-11}$ m en $E_1 = -13{,}6$ eV.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

3 Het bohrmodel is zowel bruikbaar voor atomair waterstof als voor eenmaal geïoniseerd helium.

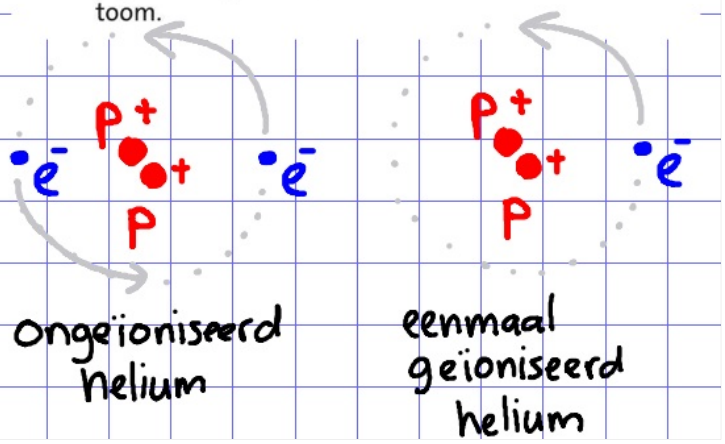
a Leg uit waarom een model voor atomair waterstof waarschijnlijk ook goed werkt voor eenmaal geïoniseerd helium.

b Leg uit dat de energieniveaus van eenmaal geïoniseerd helium een factor 4,0 verschillen met die van atomair waterstof, en controleer in *Binas* of dit klopt voor de ionisatie-energie.

c Wat verandert dit aan de formule voor r?

d Bereken de baanstraal van het elektron in de grondtoestand van eenmaal geïoniseerd helium.

e Leg uit wat groter is, een helium- of een waterstofatoom.



(3)

b. waterstof

$$E_n = -\frac{m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

in waterstof: $(e^2)^2 \leftrightarrow (e \cdot e)^2$

in helium $(2e \cdot e)^2 = 4 \cdot e^4$?

$$E_{el} = \frac{f \cdot q_1 \cdot q_2}{r}$$

c. $$r = \frac{n^2 h^2}{4\pi^2 \cdot m \cdot f \cdot e^2}$$

uit $e \cdot e$ in H wordt $2e \cdot e$ in He

$$r = \frac{n^2 h^2}{8\pi^2 \cdot m \cdot f \cdot e^2}$$

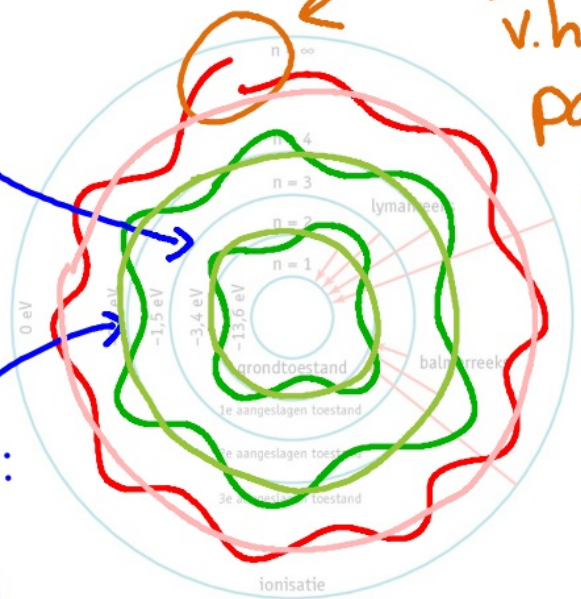
d. Helft van r_1 in H, dus $2{,}63 \cdot 10^{-11}$ m

1 (vervolg). Louis De Broglie bedacht dat de gekwantiseerde banen van Bohr te verklaren waren door het **elektron als een golvend iets** voor te stellen. Alleen banen waarin een staande golf ontstaat zijn mogelijk.

golflengte v.h. elektron past wel in baanomtrek:

$$2\pi r = n \cdot \lambda$$

golflengte v.h. elektron past niet geheel aantal keer in baanomtrek



Figuur 12.38

VWO Natuurkunde 2021 1e tijdvak opgave 2

Cirkelgolf

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

$$2\pi r m_e v = nh$$

waarin r de straal van de baan is,
m_e de massa van het elektron,
v de snelheid van het elektron,
n het baangetal (n = 1, 2, 3...),
h de constante van Planck.

(zie paragraaf 19.2)

De Broglie-golflengte van deeltjes

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

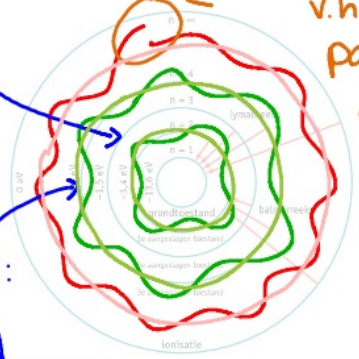
(4)

$$\frac{2\pi r}{n} = \frac{h}{m_e v}$$

golflengte v.h. elektron past niet geheel aantal keer in baanomtr

golflengte v.h. elektron past wel in baanomtrek:

$2\pi r = n \cdot \lambda$



Figuur 12.38

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

Opdrachten

4 Volgens het model van Louis de Broglie draait het elektron, net als in het bohrmodel, in een cirkelbaan om de atoomkern.

a Leg uit dat in zulke banen de mogelijke golflengten λ_n moeten voldoen aan

$$\lambda_n = \frac{2\pi r}{n}$$

b Als de golflengten bovendien voldoen aan:

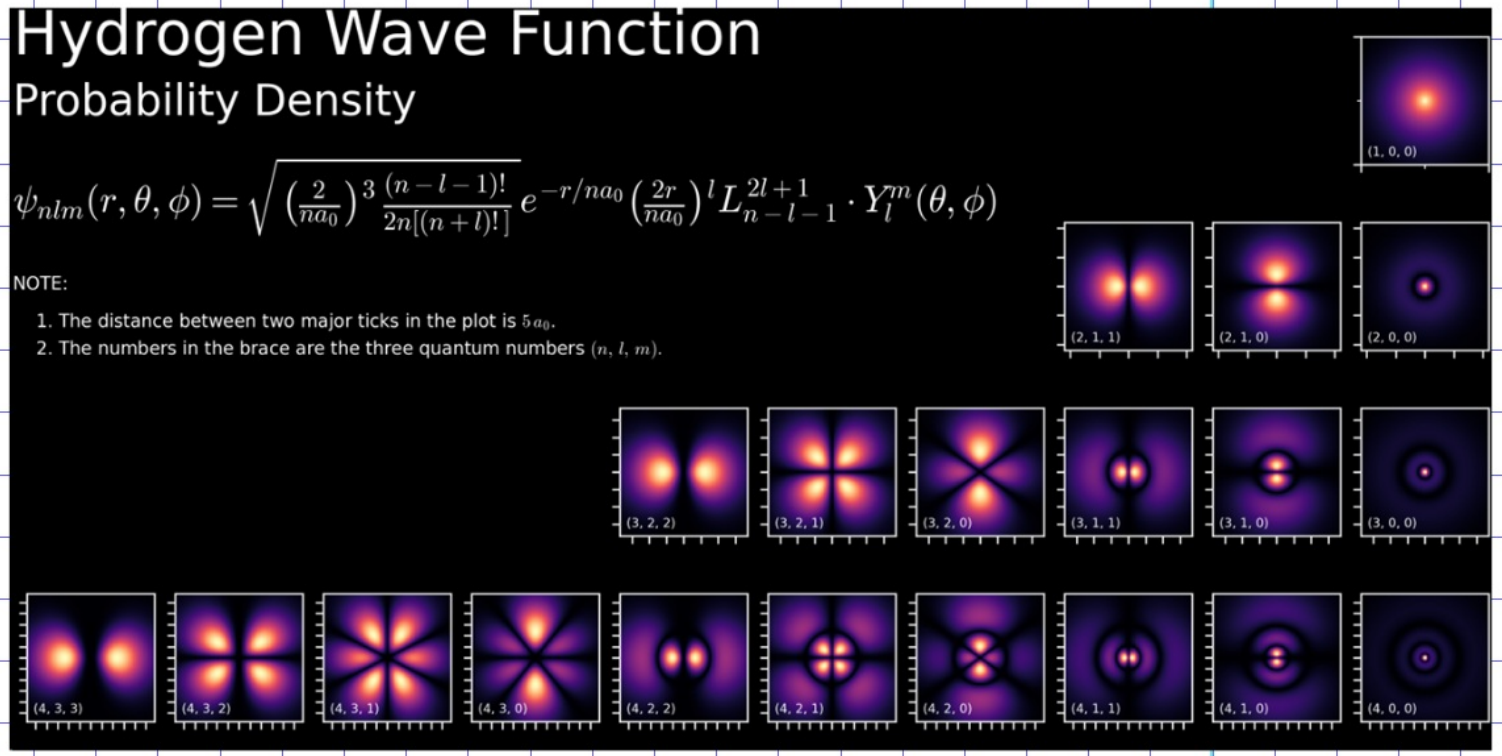
$$\lambda = \frac{h}{m_e v}$$ ← §19.2

volgt uit deze formule en de formule uit vraag a dat:
$2\pi rmv = nh$ (de quantisatieregel van Bohr)
Leid dit af.

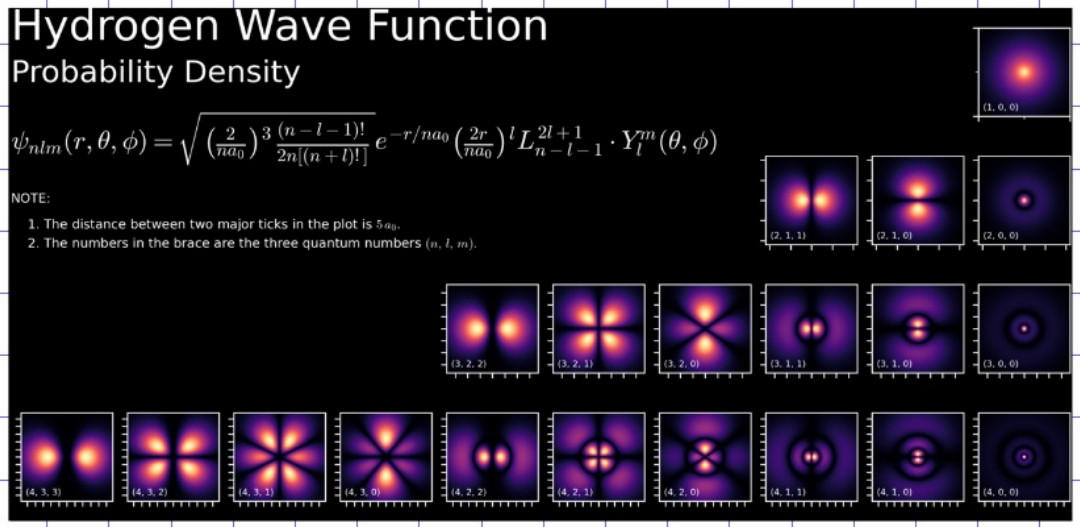
De kennis voor opg. 4b leer je pas in paragraaf 19.2. Daar leer je pas voor het eerst officieel dat p = mv en dat λ = h/p

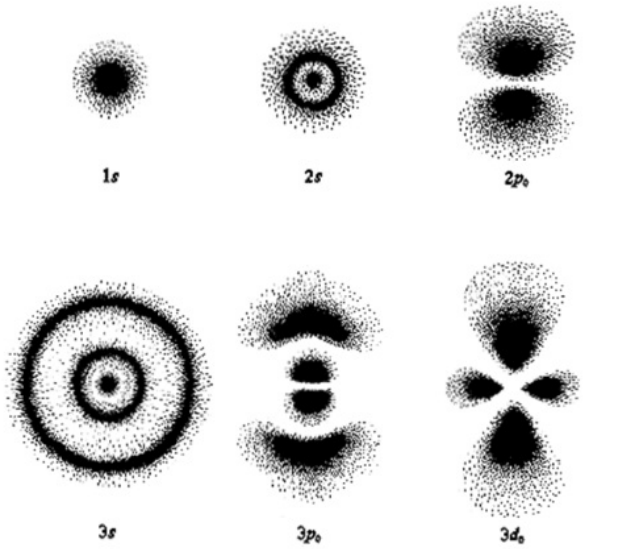
$\lambda = \frac{h}{p}$ $p = m \cdot v$

2. Het blijkt dat elektronen helemaal **niet voorgesteld kunnen worden** als balletjes die rond een kern draaien in cirkelbanen (zoals in het Bohr-model). In het **kwantummodel** van het atoom is er alleen een **kansverdeling om het elektron ergens aan te treffen** als je het zou proberen te detecteren.



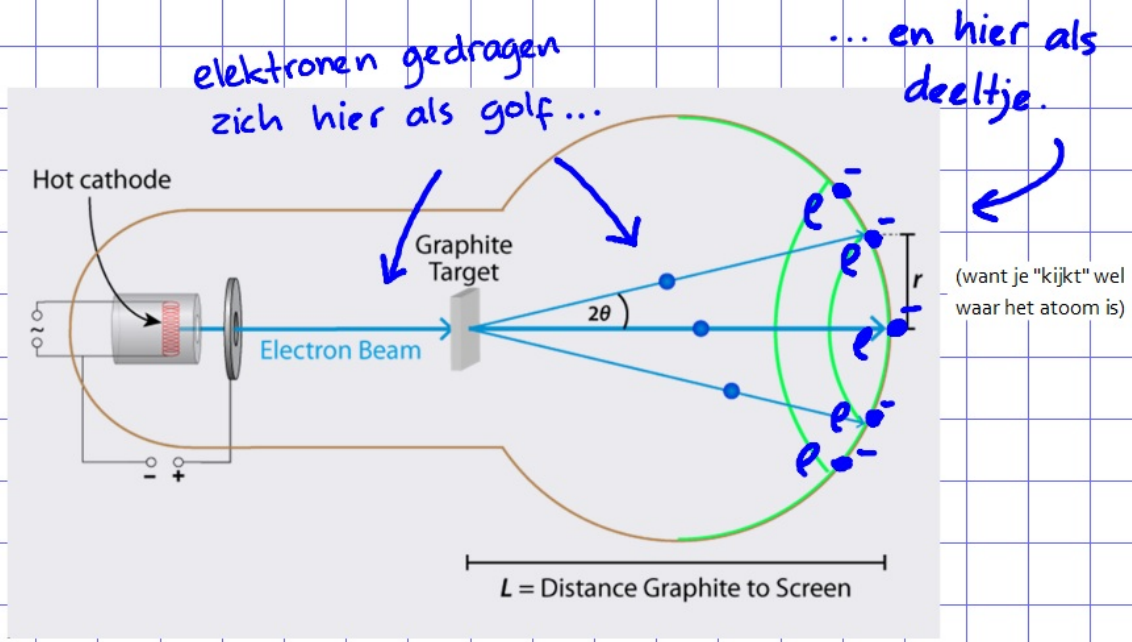
2. Het blijkt dat elektronen helemaal **niet voorgesteld kunnen worden** als balletjes die rond een kern draaien in cirkelbanen (zoals in het Bohr-model). In het **kwantummodel** van het atoom is er alleen een **kansverdeling om het elektron ergens aan te treffen** als je het zou proberen te detecteren.





In het kwantummodel van het atoom is het elektron dus niet langer een balletje dat rondjes draait om een kern, maar is het simpelweg een **wolkje van kans genaamd een "golffunctie"**. Daar waar het wolkje een grote waarde heeft is de kans om het elektron bij een meting daar aan te treffen ook groot.

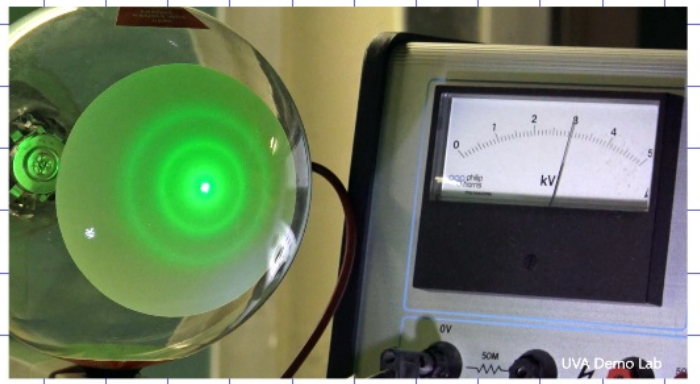
2 (vervolg). Het blijkt dat vrije elektronen ook **niet voorgesteld kunnen worden** als balletjes die van A naar B vliegen. Ook **vrije elektronen** moeten met hun golffucntie voorgesteld worden. Hierdoor is onbepaald waar het elektron op een gegeven moment is. Pas als je het elektron probeert te detecteren "stort de golffunctie in" en manifesteert het elektron zich plotseling als deeltje.

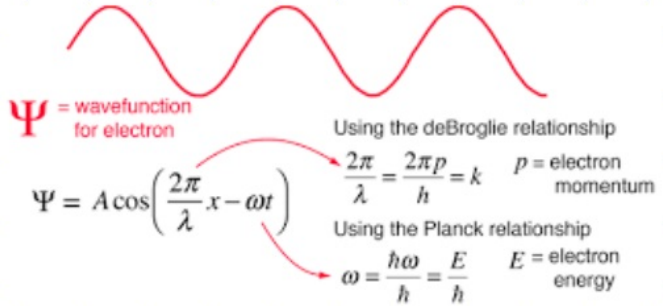


(want je "kijkt" wel waar het atoom is)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

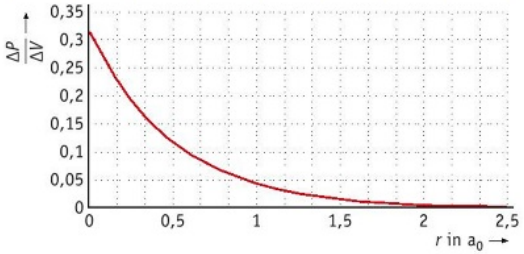




Hoofdstuk 19: Quantumfysica

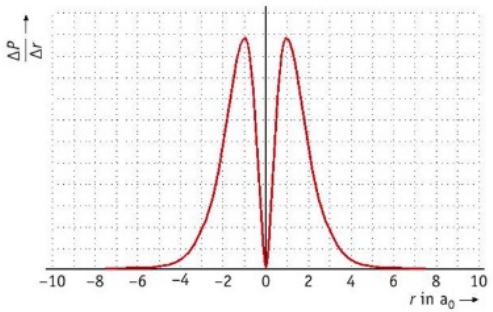
§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

2. Het blijkt dat elektronen helemaal **niet voorgesteld kunnen worden** als balletjes die rond een kern draaien in cirkelbanen. In het kwantummodel van het atoom is er alleen een **kansverdeling om het elektron ergens aan te treffen** als je het zou proberen te detecteren.



▲ **Figuur 19.3** De waarschijnlijkheid per volume-eenheid van een elektron in de grondtoestand van het H-atoom

ergens in een mm³ op afstand r



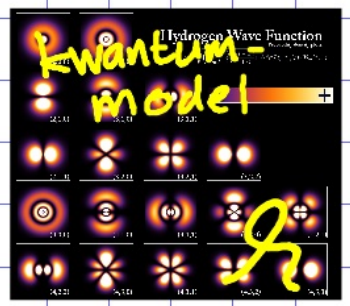
▲ **Figuur 19.4** De waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen op een afstand *r* van de kern.

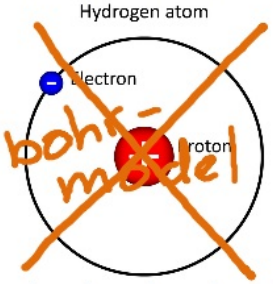
ergens in een schil op afstand r

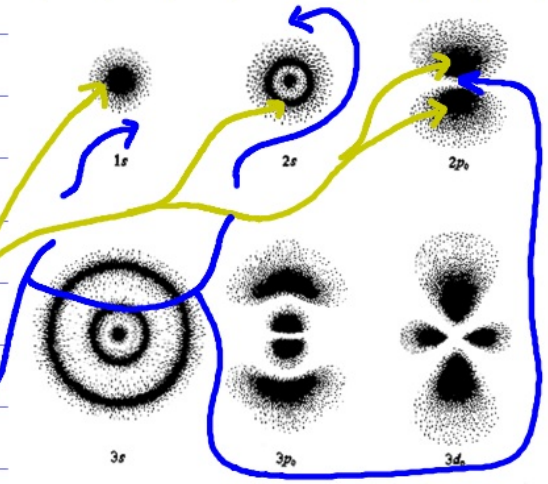
In het kwantummodel van het atoom is het elektron dus niet langer een balletje dat rondjes draait om een kern, maar is het simpelweg een **wolkje van kans**. Daar waar het wolkje een grote waarde heeft is de kans om het elektron bij een meting daar aan te treffen ook groot.

kleine kans

grote kans

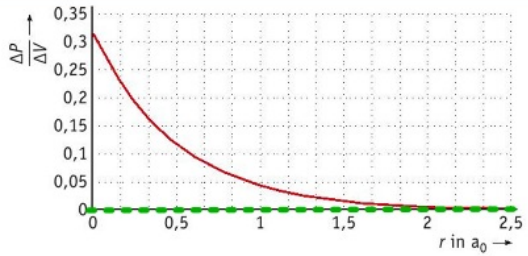






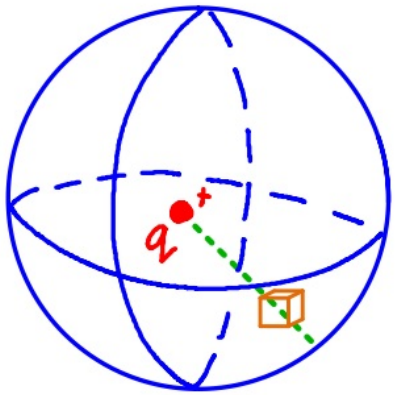
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

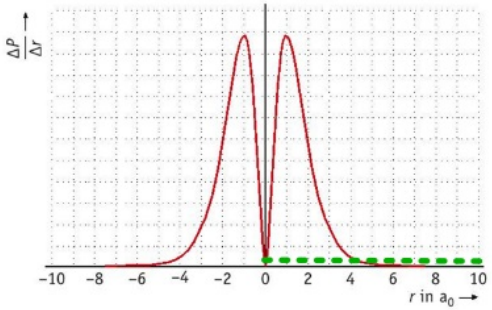


Figuur 19.3 De waarschijnlijkheid per volume-eenheid van een elektron in de grondtoestand van het H-atoom

*kans **ΔP** om het elektron aan te treffen in een blokje volume van grootte **ΔV** op een **afstand r** van het centrum*

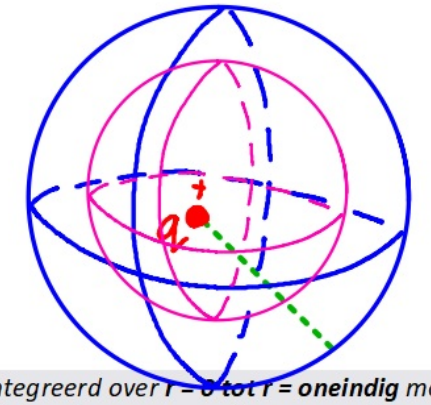


*Geïntegreerd over **de hele ruimte** moeten alle beetjes **ΔP** opgeteld samen 1 zijn. Dat is omdat het elektron zeker ergens in het heelal is.*

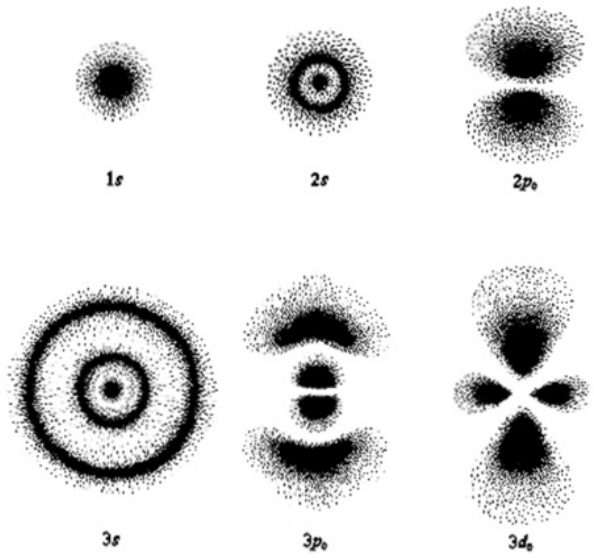


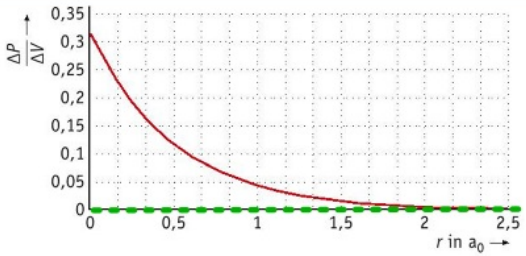
Figuur 19.4 De waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen op een afstand *r* van de kern.

*kans **ΔP** om het elektron aan te treffen in een schil met dikte **dr** (oneindig dun) op een **afstand r** van het centrum*



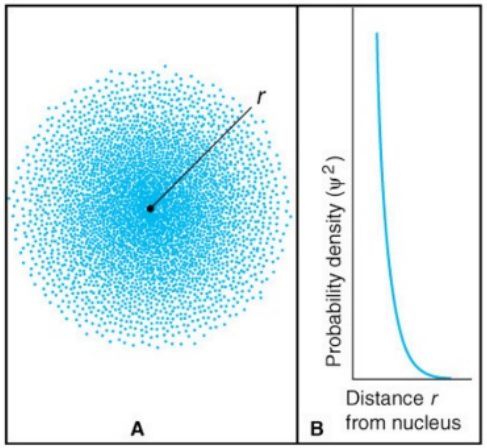
*Geïntegreerd over **r = 0 tot r = oneindig** moeten alle beetjes **ΔP** opgeteld samen 1 zijn. Dat is omdat het zich zeker op een afstand r van de kern bevindt, hoe groot deze ook kan zijn.*

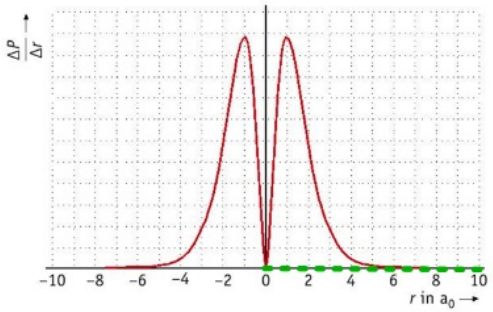




Figuur 19.3 De waarschijnlijkheid per volume-eenheid van een elektron in de grondtoestand van het H-atoom

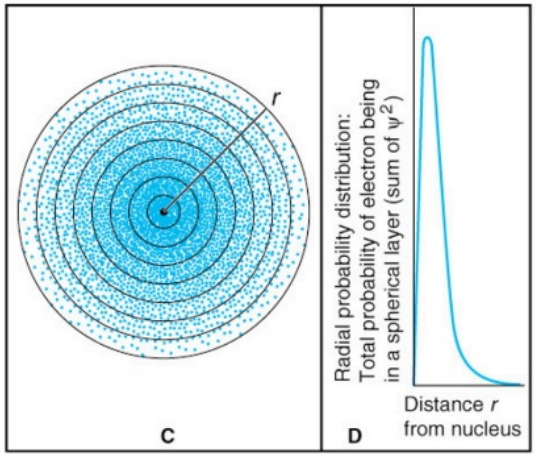
*kans **ΔP** om het elektron aan te treffen in een <u>blokje volume</u> van grootte **ΔV** op een **afstand r** van het centrum*





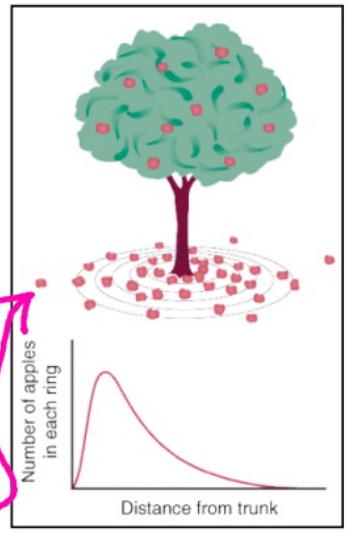
Figuur 19.4 De waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen op een afstand *r* van de kern.

*kans **ΔP** om het elektron aan te treffen in een <u>schil</u> met dikte **dr** (oneindig dun) op een **afstand r** van het centrum*



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica



*Vergelijkbaar (in 2D) met de vraag "hoeveel appels vallen er in een ring van bijna oneindig dunne dikte dr rondom de boomstam? De meeste appels vallen dicht bij de stam. Echter, omdat de oppervlakte van de allerbinnenste ringen heel klein is (A = 2πr*dr) vallen daar maar weinig appels in. De binnenste ring heeft zelfs oppervlakte nul, dus is het aantal appels in die ring nul.*

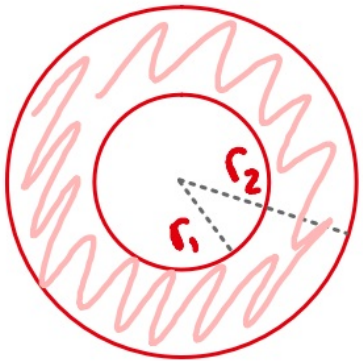
*Interpretatie van figuur 19.4: Dit is de kansdichtheid om het elektron aan te treffen zoals in fig. 19.3 maar dan **vermenigvuldigd met het volume ($4\pi r^2 * dr$) van een oneindig dun schilletje** op een afstand r van de kern. Omdat het volume van dit schilletje nul is bij r = 0 is de waarde van deze grafiek daar ook nul.*

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

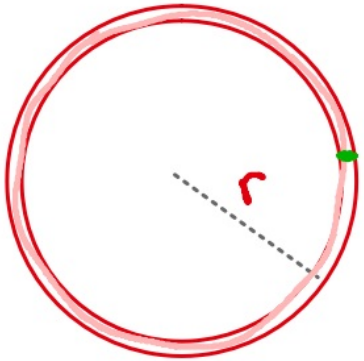
Wiskundig intermezzo: infinitesimaal denken in schillen van bollen en schijven van **bijna oneindig dunne dikte**

Wat is het volume van deze bolschillen?

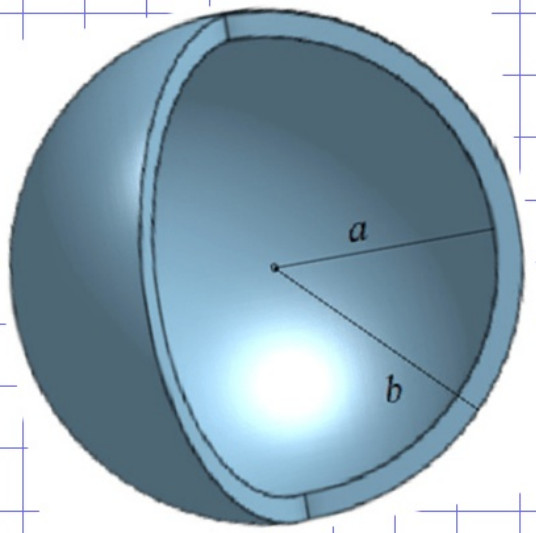


$$V = \frac{4}{3}\pi r_2^3 - \frac{4}{3}\pi r_1^3$$

$$= \frac{4}{3}\pi (r_2 - r_1)^3$$

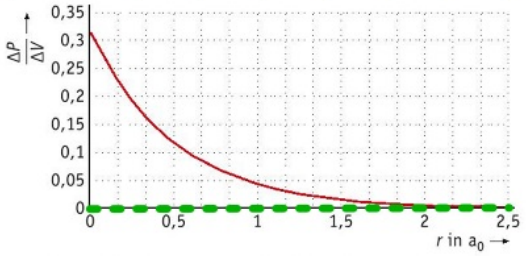


$$V = 4\pi r^2 \cdot dr$$



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica



Figuur 19.3 De waarschijnlijkheid per volume-eenheid van een elektron in de grondtoestand van het H-atoom

5 Volgens de hedendaagse quantumfysica geeft figuur 19.3 de waarschijnlijkheid per volume-eenheid om het elektron op een afstand r van de kern aan te treffen. Langs de verticale as staat

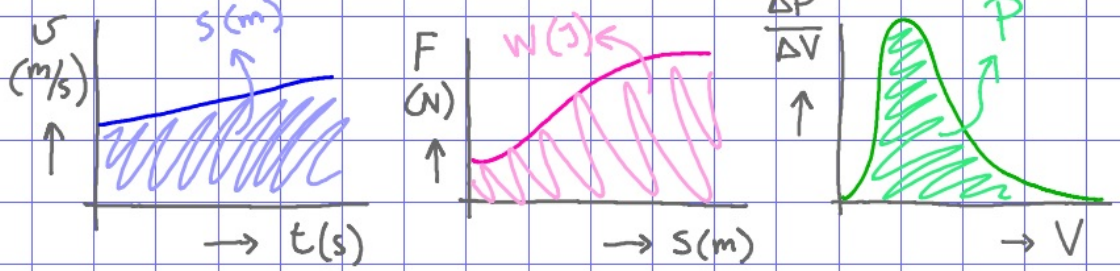
$$\frac{\Delta P}{\Delta V}(r)$$

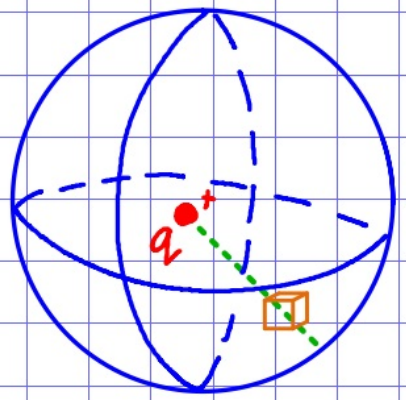
en hierin is ΔP de bijdrage die het volume ΔV levert aan de totale waarschijnlijkheid.

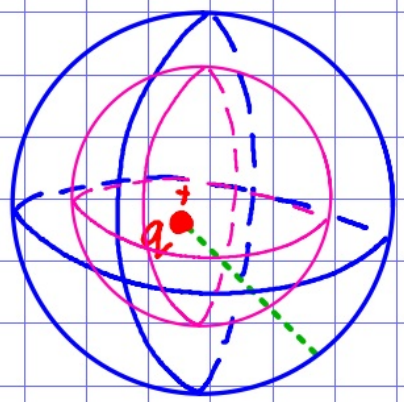
a Leg uit waarom de oppervlakte onder de grafiek niet gelijk is aan 1.

b Leg uit dat als $\Delta P/\Delta V$ wordt geïntegreerd over de gehele ruimte rond het atoom het resultaat wel 1 moet zijn.

5







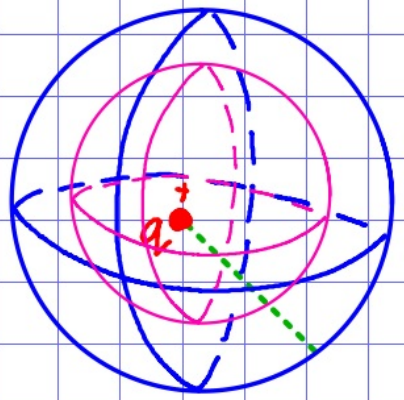
$$P = \int_{\text{gehele ruimte}} \frac{\Delta P}{\Delta V} \cdot dV = 1$$

$$P = \int_{r=0}^{r=\infty} 4\pi r^2 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta r} \cdot dr = 1$$

5

c.

kans dat elektron in deze bolschil is.



$$\Delta P = 4\pi r^2 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta r}$$

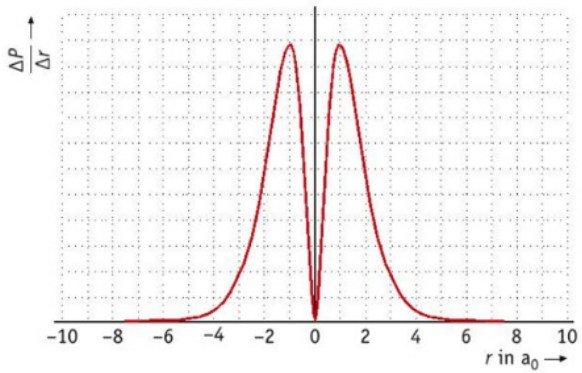
oppervlak van de bolschil

$$P = \int_{r=0}^{r=\infty} 4\pi r^2 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta r} \cdot dr = 1$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

c Met $\frac{\Delta P}{\Delta r}(r)$ wordt de waarschijnlijkheid bedoeld om het elektron aan te treffen ergens in een bolschil met dikte Δr en op afstand r vanaf de kern. Deze waarschijnlijkheid wordt gevonden door $\frac{\Delta P}{\Delta r}(r)$ te vermenigvuldigen met $4\pi r^2$. Leg dit uit.



▲ **Figuur 19.4** De waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen op een afstand r van de kern.

Figuur 19.4 De waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen op een afstand r van de kern.

d De grafiek van $\frac{\Delta P}{\Delta r}(r)$ staat afgebeeld in figuur 19.4. Verklaar de vorm van deze grafiek

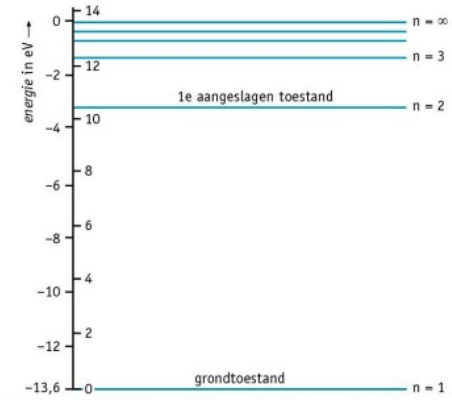
e Uit berekeningen blijkt dat het maximum van deze grafiek toevallig (?!) precies op een afstand van 1 bohrstraal a_0 van de kern ligt. Controleer dit in de grafiek.

$\Delta P = 4\pi r^2 \cdot \frac{\Delta P}{\Delta r}$

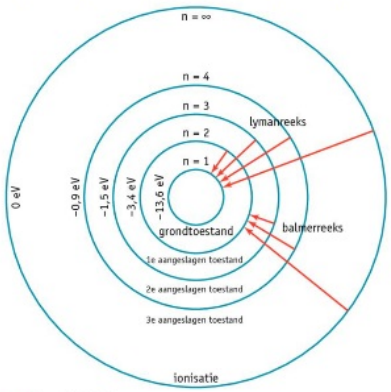
hier 0

hier 0

3. Het elektron heeft in het Bohr-model potentiële energie en kinetische energie. Zelfs in de grondtoestand heeft het elektron kinetische energie die het nooit kwijt kan raken. Deze energie heet de **nulpuntsenergie**.



▲ **Figuur 12.37** Energieniveauschema van waterstof



▲ **Figuur 12.38**

$E_{tot} = E_k + E_{el}$

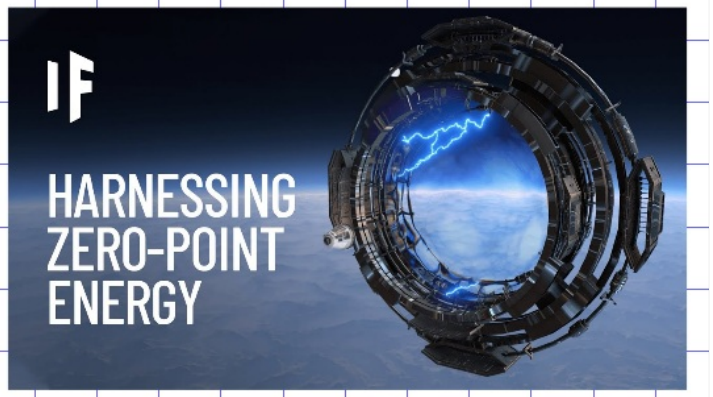
$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 + -\frac{f \cdot e^2}{r_n}$

nulpunts-energie → $13{,}6$ eV

$-27{,}2$ eV

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica



⑥

$E_{tot} = E_k + E_{el}$

$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 + -\frac{f \cdot e^2}{r_n}$

nulpunts-energie → $13{,}6$ eV ↑ $-27{,}2$ eV

resultaat van opgave 2d.

$$E_n = \frac{m\,4\pi^2 f^2 e^4}{2 n^2 h^2} - \frac{f e^2 f e^2 m 4\pi^2}{n^2 h^2}$$

$$E_n = -\frac{m\,4\pi^2 f^2 e^4}{2 n^2 h^2}$$

Extra inzicht:
absolute waarde van de elektrische potentiële energie is twee keer zo groot als die van de kinetische energie.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

Opdrachten

6 Controleer met behulp van een berekening dat voor waterstof de nulpuntsenergie volgens het bohrmodel gelijk is aan 13,6 eV. Gebruik hiervoor de resultaten van opdracht 2.

7 Bereken de nulpuntsenergie van eenmaal geïoniseerd helium.

8 De golflengten van het waterstofspectrum kunnen worden berekend met behulp van de formule

$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2 h^2}$$ (zie opdracht 2d)

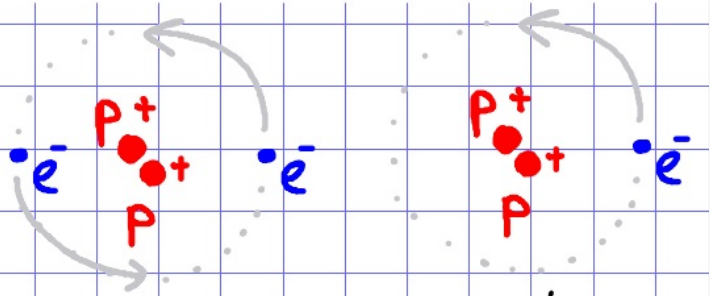
Laat zien dat uit deze formule volgt dat:

$$\frac{1}{\lambda_{n,m}} = \frac{E_n - E_m}{hc} = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

7 Bereken de nulpuntsenergie van eenmaal geïoniseerd helium.



ongeïoniseerd helium

eenmaal geïoniseerd helium

(7)

waterstof

$$E_n = -\frac{m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

in waterstof:

$(e^2)^2 \leftrightarrow (e \cdot e)^2$

in helium

$(2e \cdot e)^2 = 4 \cdot e^4$

helium, 1x geïoniseerd

$$E_n = -4 \cdot \frac{m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

↳ 4x zo veel als die van H, dus 54,4 eV

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

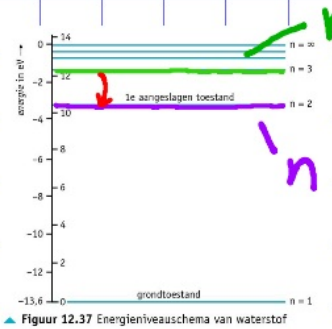
§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

8 De golflengten van het waterstofspectrum kunnen worden berekend met behulp van de formule

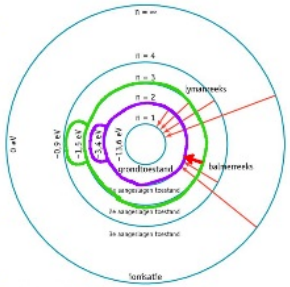
$$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2 h^2}$$ (zie opdracht 2d)

Laat zien dat uit deze formule volgt dat:

$$\frac{1}{\lambda_{n,m}} = \frac{E_n - E_m}{hc} = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{h^3 c}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right)$$



▲ **Figuur 12.37** Energieniveauschema van waterstof



▲ **Figuur 12.38**

n en m zijn hier twee verschillende energieniveaus

⑧ gebruik: $\Delta E = E_n - E_m$

$E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{n^2 h^2}$ $\quad E_n = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{m^2 h^2}$

en ook (hfd 12): $E = h \cdot f = \frac{h \cdot c}{\lambda}$ dus $\lambda = \frac{hc}{E}$

$\lambda_{m \to n} = \frac{hc}{\Delta E}$

$\frac{1}{\lambda_{m \to n}} = \frac{\Delta E}{hc} = -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{c n^2 h^3} - -\frac{2\pi^2 m_e f^2 e^4}{c m^2 h^3}$

$$E_n = -\frac{m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

in waterstof:

$(e^2)^2 \leftrightarrow (e \cdot e)^2$

in helium

$(2e \cdot e)^2 = 4 \cdot e^4$

$$E_n = -\frac{4 \cdot m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

in lithium

$(3e \cdot e)^2 = 9 \cdot e^4$

$$E_n = -\frac{9 \cdot m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

dus algemeen voor waterstofachtige ionen:

$$E_n = \frac{Z^2 m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.1 De aanloop naar de quantumfysica

9 De energieniveau's van waterstof en die van eenmaal geïoniseerd helium kunnen worden berekend met behulp van de formule

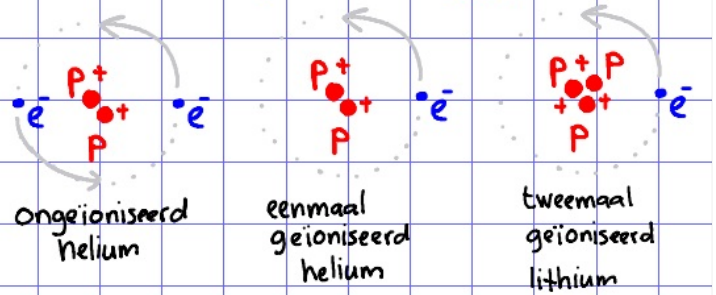
$$E_n = -\frac{2\pi^2 Z^2 m_e f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

waarbij Z het atoomnummer is, dus $Z = 1$ voor waterstof en $Z = 2$ voor eenmaal geïoniseerd helium.

a Dat dit klopt voor waterstof is al afgeleid in opdracht 2d. Wat verandert er aan die afleiding als $Z > 1$? Laat zien dat met $Z = 2$ de formule inderdaad klopt voor eenmaal geïoniseerd helium.

b Bereken de nulpuntsenergie van tweemaal geïoniseerd lithium volgens het bohr-model.

$= -E_{tot}$

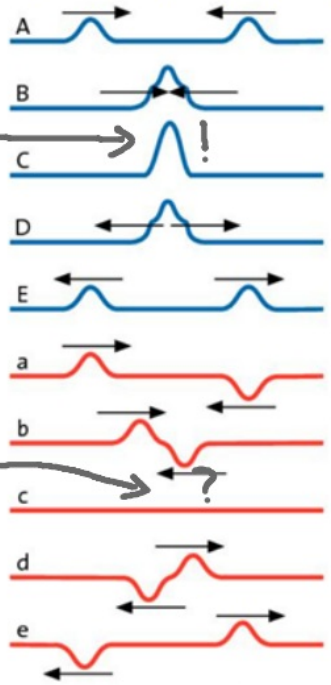


§ 19.2 Deeltjes en golven

4. Twee golven die elkaar tegenkomen **interfereren** met elkaar. Zulke interferentie kan **constructief of destructief** zijn.

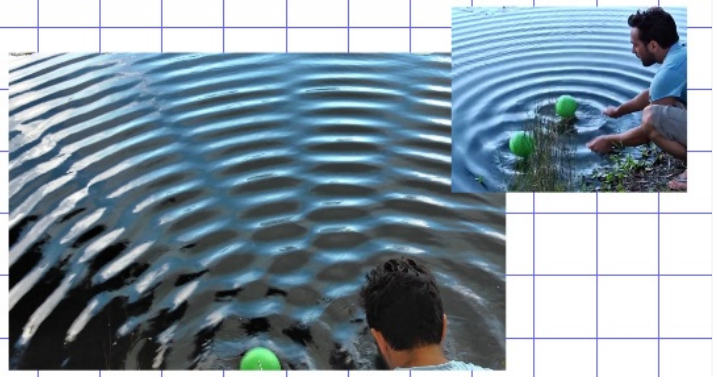
constructieve interferentie: *twee golftoppen versterken elkaar*

destructieve interferentie: *een golftop en een golfdal "doven elkaar uit"*

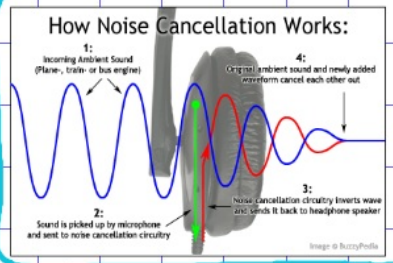


▲ **Figuur 9.18** Twee golven ontmoeten elkaar.

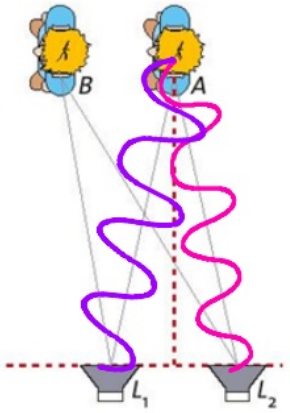
Wave Interference (PhET)



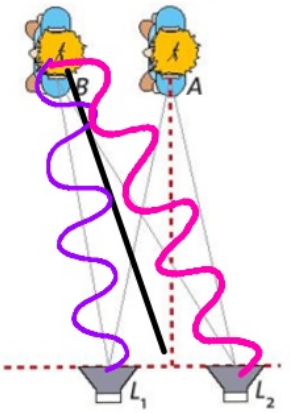
▲ **Figuur 19.7** De eerste boventoon ($n = 2$) in een trillende snaar



5. Je kunt uitrekenen **onder welke hoek** t.o.v. twee bronnen er destructieve of constructieve interferentie optreedt. Hoeken van constructieve interferentie leveren **buiklijnen**, hoeken van destructieve interferentie leveren **knooplijnen** op.



▲ **Figuur 19.8**



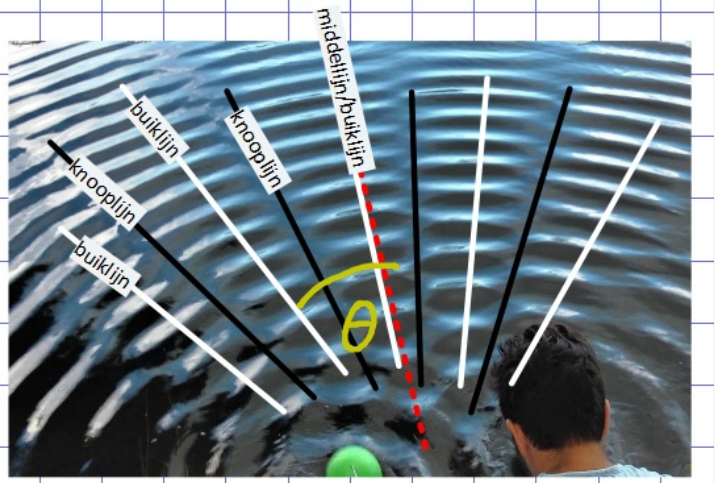
▲ **Figuur 19.8**

Constructieve interferentie:
Golven komen aan bij ontvanger met **faseveschil = 0** omdat het weglengteverschil precies een **geheel aantal golflengten** is.
Dus Δs = 1λ; 2λ; 3λ; enz.

Destructieve interferentie:
Golven komen aan bij ontvanger met **faseverschil = 0,5** omdat het weglengteverschil precies een **halftallig aantal golflengten** is.
Dus Δs = 0,5λ; 1,5λ; 2,5λ; enz.

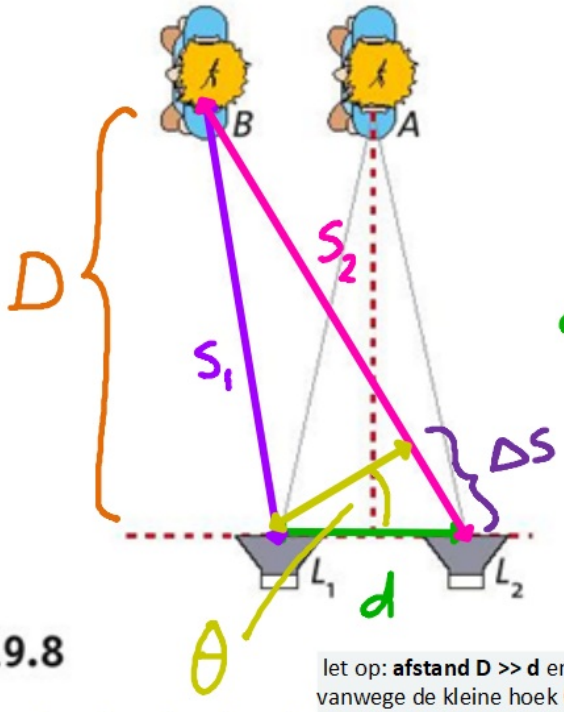
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven



Bordoefening 2. Twee luidsprekers spelen dezelfde toon. Leg uit hoe de hoeken van de knooplijnen en buiklijnen veranderen als je:
a. de luidsprekers verder uit elkaar zet
c. de frequentie lager maakt.

5. Je kunt uitrekenen **onder welke hoek** t.o.v. twee bronnen er destructieve of constructieve interferentie optreedt. Hoeken van constructieve interferentie leveren **buiklijnen**, hoeken van destructieve interferentie leveren **knooplijnen** op.



▲ **Figuur 19.8**

let op: **afstand D >> d** en vanwege de kleine hoek θ geldt **sin θ = tan θ = θ**

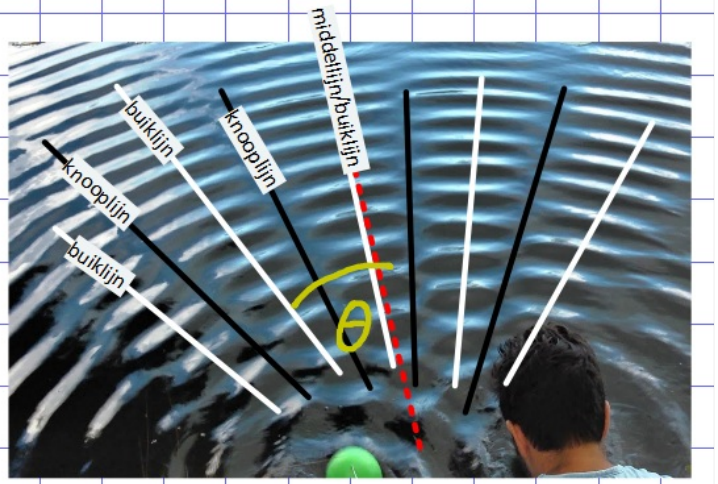
constructieve interferentie:

$$\Delta s = m \cdot \lambda$$

$$d \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$$

$$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

met $m = 1, 2, 3, \ldots$



Bordoefening 3. Twee luidsprekers produceren een toon van 320 Hz.
a. Reken de golflengte uit bij v = 343 m/s.
b. Bereken de hoek van de eerste buiklijn.

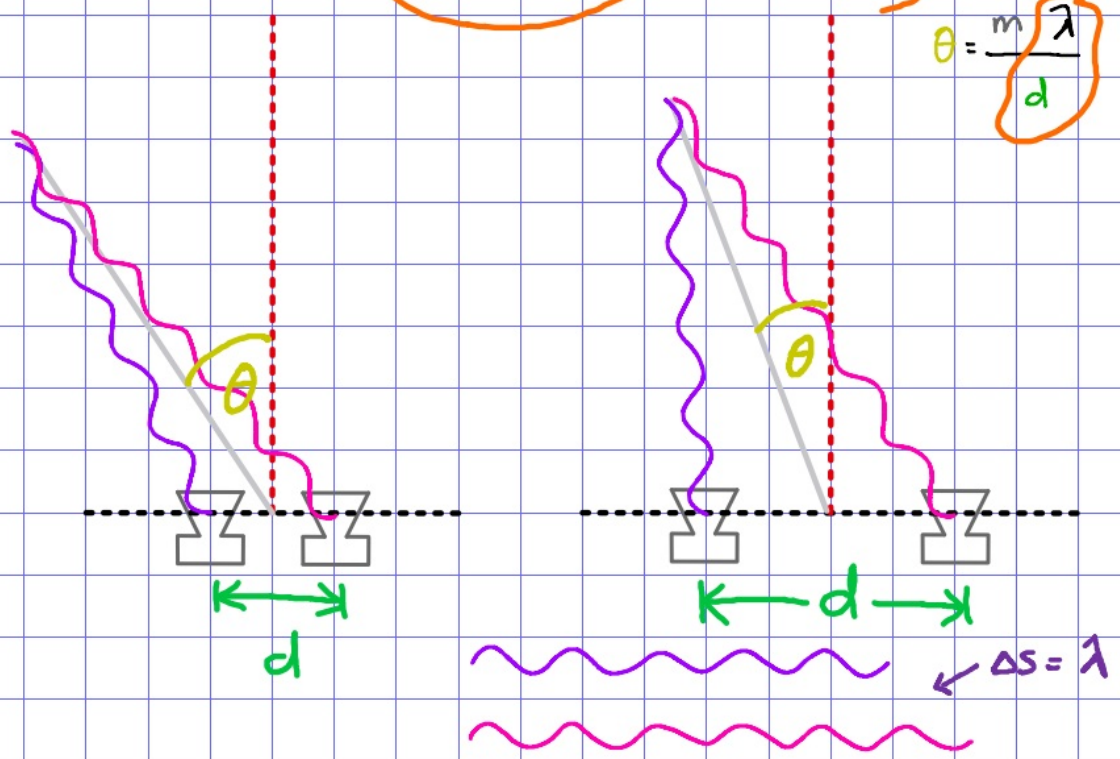
Vuistregel:
De maxima liggen verder uit elkaar als de verhouding λ/d groter is.

constructieve interferentie:

$\Delta s = m \cdot \lambda$

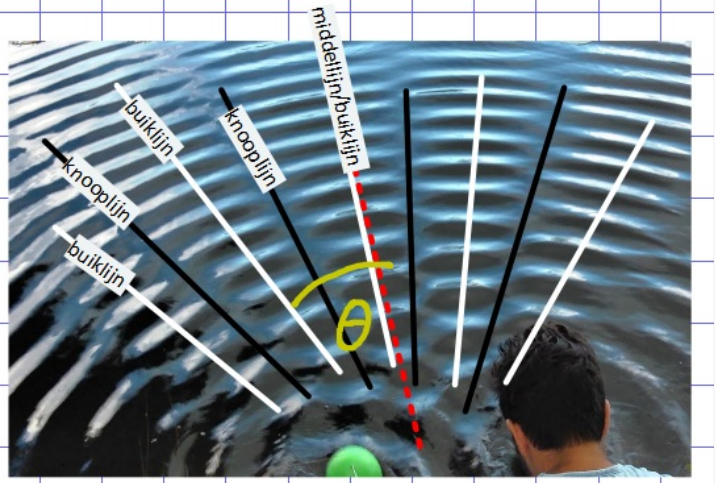
$d \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$

$\theta = \frac{m \lambda}{d}$



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven



Bordoefening 2. Twee luidsprekers spelen dezelfde toon. Leg uit hoe de hoeken van de knooplijnen en buiklijnen veranderen als je:
a. de luidsprekers verder uit elkaar zet
c. de frequentie lager maakt.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

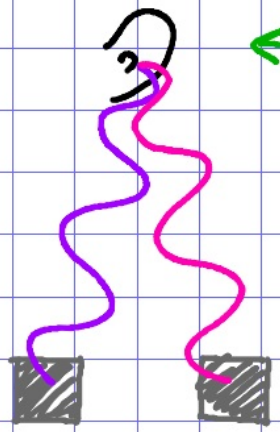
§ 19.2 Deeltjes en golven

Opdrachten

10 Je slaat een stemvork aan en draait de stemvork zoals in figuur 19.10 is aangegeven. Leg uit waardoor je af en toe veel en af en toe weinig geluid hoort.

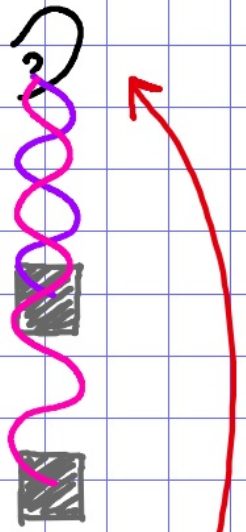
▲ **Figuur 19.10**

10



golven komen in fase aan

$(\Delta\phi = 0)$



golven zijn $\frac{1}{2}\lambda$ uit fase

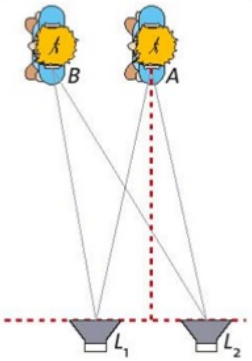
↳ of in ieder geval is het faseverschil niet nul.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

11 Bekijk figuur 19.8 . De geluidssnelheid is 340 m/s en de frequentie is 400 Hz.

- **a** Bereken de golflengte van het geluid.
- **b** Leg uit of de afstand AB groter of kleiner wordt als je de proef met een hogere toon uitvoert. Persoon B zoekt weer de plaats van het minimum op.
- **c** Leg uit waardoor deze proef met luidsprekers buiten beter lukt dan in een klaslokaal.
- **d** Hoe kun je ervoor zorgen dat de middellijn een knooplijn wordt?



▲ Figuur 19.8

11

a. $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{400} = 0{,}850 \text{ m}$

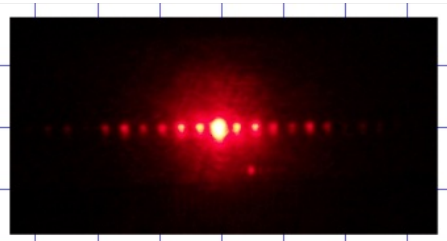
b.

Vuistregel:
De maxima liggen verder uit elkaar als de verhouding λ/d groter is.

→ hogere toon → f groter → λ kleiner → AB kleiner

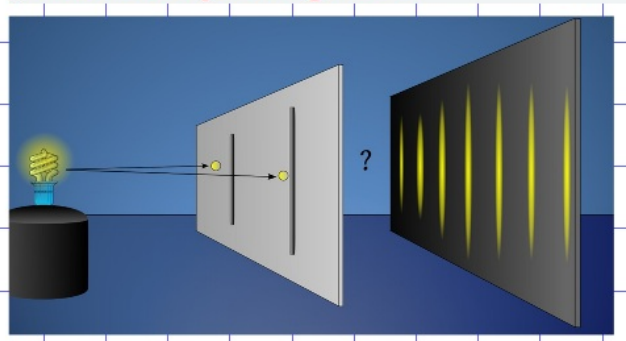
d. Laat de luidsprekers "uit fase" werken, bijvoorbeeld door de twee draden die naar de luidspreker lopen te verwisselen. De ene luidspreker duwt dan net naar voren als de andere achteruit beweegt. Ze produceren dan golven die een faseverschil van een halve periode (T) hebben.

6. Ook elektromagnetische golven kunnen interfereren, zoals bleek uit het **tweespletenexperiment** van Young.

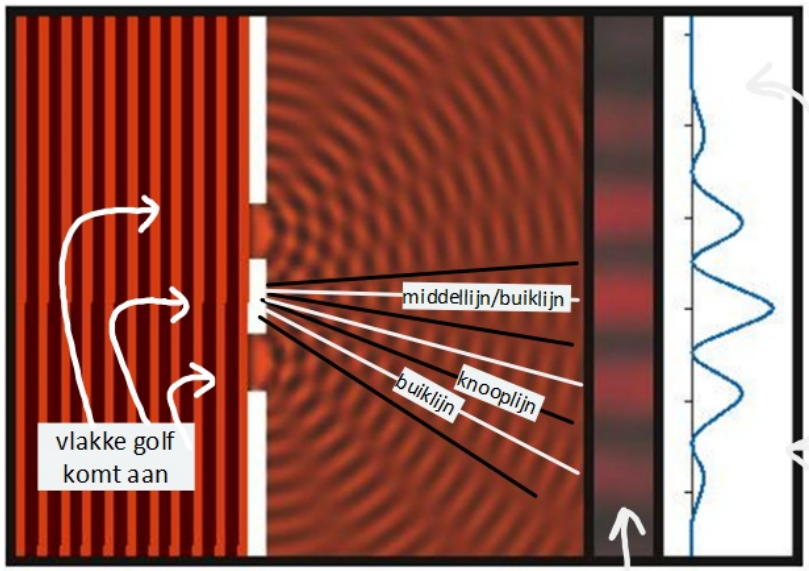


Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven



twee spleten vormen als het ware twee bronnen van licht

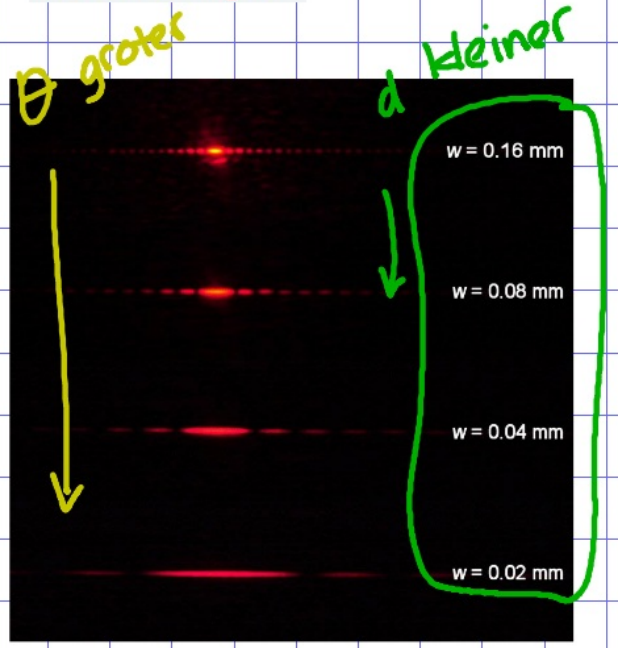


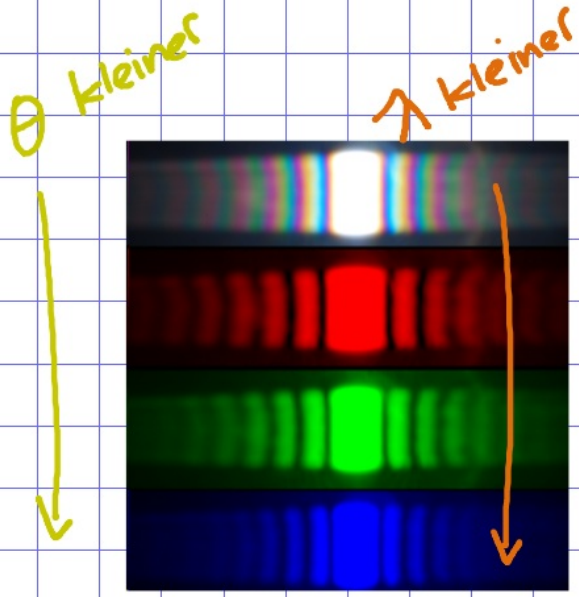
grafiek van de intensiteit I op verschillende plaatsen op het scherm

▲ **Figuur 19.11** Het tweespletenexperiment

interferentiepatroon op een scherm (op 2 m afstand)

Bordoefening 2.



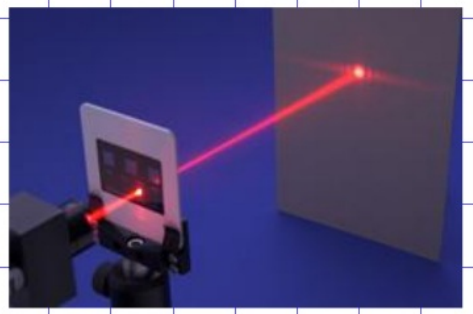


Vuistregel:
De maxima liggen verder uit elkaar als de verhouding λ/d groter is.

$$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

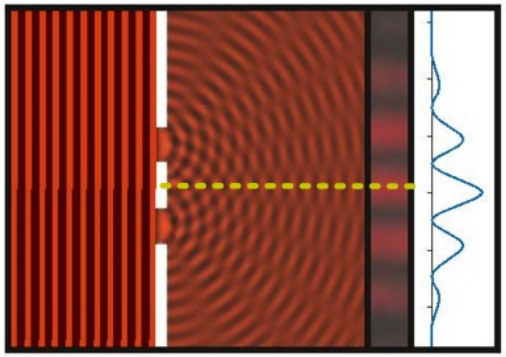


Bordoefening 3. Je laat een rode laserbundel (λ = 695 nm) door twee spleten vallen die 40 µm uit elkaar staan. Je projecteert het interferentiepatroon op een scherm dat 3,00 m van de spleten vandaan staat. Hoe verandert de afstand tussen de maxima als je:

a. een groene laser neemt (λ = 450 nm)
b. de spleetafstand 80 µm maakt
c. het scherm verder naar achteren schuift

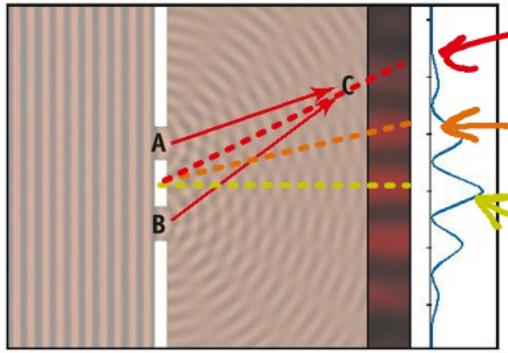
12

a.



▲ **Figuur 19.11** Het tweespletenexperiment

13



▲ **Figuur 19.12**

2e maximum
$\Delta\phi = 2\lambda$

1e maximum
$\Delta\phi = \lambda$

hoofdmaximum
$\Delta\phi = 0$

Opdrachten

12 Interferentie komt voor bij alle soorten golven op plaatsen waar ze elkaar overlappen.

a Leg uit waarom in figuur 19.11 de middellijn tussen de twee spleten een buiklijn is.

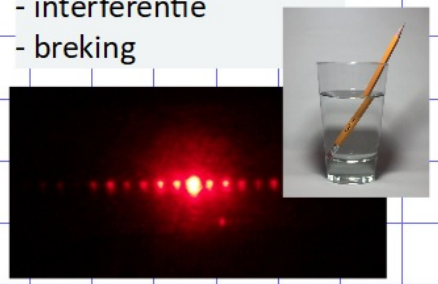
b Verklaar het patroon van maxima en minima in de figuur. Gebruik hierbij de begrippen constructieve en destructieve interferentie.

13 In figuur 19.12 is het linkervlak gedeeltelijk ontkleurd om de punten A, B en C duidelijker aan te geven. Punt C geeft een maximum in het interferentiepatroon aan. Leg uit dat de afstand BC twee golflengten groter is dan de afstand AC.

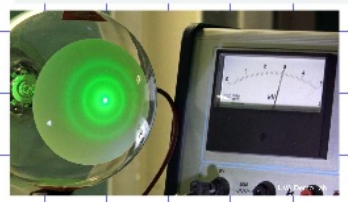
7. Het blijkt dat licht en elektronen beide een deeltjes- en een golfkarakter hebben. Deze schijnbare tegenstrijdigheid wordt de **golf/deeltje-dualiteit** genoemd. Afhankelijk van het verschijnsel kiezen natuurkundigen voor de ene voorstelling of de andere. Voorbeelden:

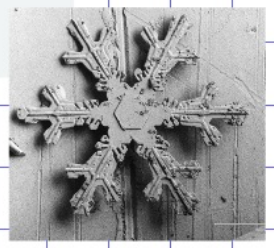
nieuw!

Golfkarakter van licht:
- interferentie
- breking

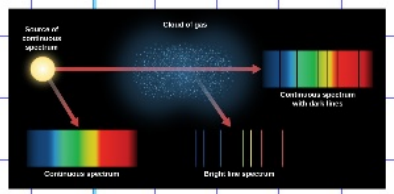


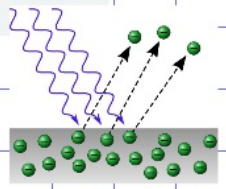
Golfkarakter van elektronen:
- elektronendiffractie
- elektronenmicroscopie



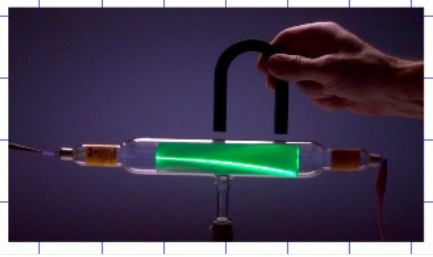


Deeltjeskarakter van licht:
- foto-elektrisch effect
- lijnenspectrum
- rontgenstraling



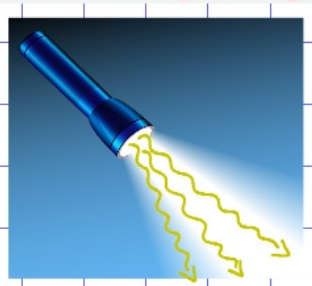


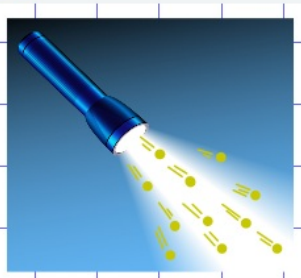
Deeltjeskarakter van elektronen:
- elektrische stroom
- afbuiging in magnetisch veld



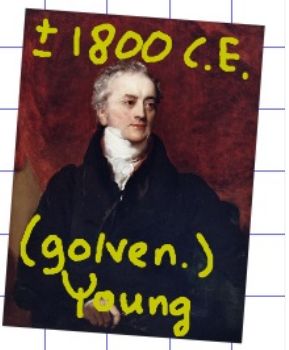
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

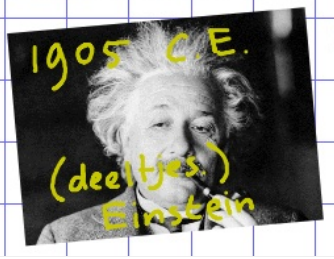
§ 19.2 Deeltjes en golven





"Wat is licht?"





7 (vervolg). Er is samenhang tussen de deeltjesvoorstelling en de golfvoorstelling:

$E = \frac{h \cdot c}{\lambda}$

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massadeeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

Bordoefening 3a.

$E = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (3{,}2 \cdot 10^{2})^2 = 1{,}3 \cdot 10^{2}$ J

$p = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{2} = 0{,}80$ kg·m/s

Bordoefening 3b.

$E = \frac{1}{2} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}2 \cdot 10^{8})^2 = 6{,}6 \cdot 10^{-15}$ J

$p = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{8} = 1{,}1 \cdot 10^{-22}$ kg·m/s

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Bordoefening 3a. Een kogel uit een geweer (m = 2,5 g) vliegt met een snelheid van 3,2 x 10^2 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls van de kogel uit.

Bordoefening 3b. Een elektron in een oude beeldbuis-TV is versneld tot 1,2 x 10^8 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls uit.

Bordoefening 3c. Reken uit wat de energie en impuls zijn van een foton uit een rode laser (λ = 650 nm).

Bordoefening 3a.

$$E = \frac{1}{2} \cdot 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot (3{,}2 \cdot 10^{2})^2 = 1{,}3 \cdot 10^{2}\ J$$

$$p = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{2} = 0{,}80\ kg \cdot m/s$$

Bordoefening 3b.

$$E = \frac{1}{2} \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}2 \cdot 10^{8})^2 = 6{,}6 \cdot 10^{-15}\ J$$

$$p = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{8} = 1{,}1 \cdot 10^{-22}\ kg \cdot m/s$$

Bordoefening 3c.

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{3{,}00 \cdot 10^{8}}{650 \cdot 10^{-9}} = 4{,}62 \cdot 10^{14}\ Hz$$

$$E = 6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 4{,}62 \cdot 10^{14} = 3{,}1 \cdot 10^{-19}\ J$$

$$p = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{650 \cdot 10^{-9}} = 1{,}0 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot m/s$$

7 (vervolg). Het blijkt dat de relatie tussen impuls en golflengte ook andersom werkt en ook geldig is voor massadeeltjes. Massadeeltjes hebben een **DeBroglie-golflengte** volgens:

$$\lambda = \frac{h}{m \cdot v}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Bordoefening 3a. Een kogel uit een geweer (m = 2,5 g) vliegt met een snelheid van 3,2 x 10^2 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls van de kogel uit.

Bordoefening 3b. Een elektron in een oude beeldbuis-TV is versneld tot 1,2 x 10^8 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls uit.

Bordoefening 3c. Reken uit wat de energie en impuls zijn van een foton uit een rode laser (λ = 650 nm).

Bordoefening 4. Bereken de De Broglie-golflengte van de kogel, van het elektron en van het foton.

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

$s = v \cdot t$

$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$ $\quad f = \frac{1}{T}$

Bordoefening 3a. $p = 2{,}5 \cdot 10^{-3} \cdot 3{,}2 \cdot 10^{2} = 0{,}80 \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

Bordoefening 3b. $p = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{8} = 1{,}1 \cdot 10^{-22} \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

Bordoefening 3c. $p = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{650 \cdot 10^{-9}} = 1{,}0 \cdot 10^{-27} \ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

7 (vervolg). Het blijkt dat de relatie tussen impuls en golflengte ook andersom werkt en ook geldig is voor massadeeltjes. Massadeeltjes hebben een **DeBroglie-golflengte** volgens: $\lambda = \dfrac{h}{p}$

Bordoefening 4.

kogel: $\lambda = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{0{,}80} = 8{,}3 \cdot 10^{-34} \ \text{m}$

elektron: $\lambda = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}1 \cdot 10^{-22}} = 6{,}1 \cdot 10^{-12} \ \text{m}$

foton: $\lambda = 650 \ \text{nm}$

extra inzicht: De golflengte van een kogel is veel kleiner dan de lengte vd kogel zelf, daarom vertoont de kogel geen kwantumgedrag. De golflengte van een elektron is veel groter dan het elektron is. Daarom vertoont een elektron wel kwantumgedrag.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Bordoefening 3a. Een kogel uit een geweer (m = 2,5 g) vliegt met een snelheid van 3,2 x 10^2 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls van de kogel uit.

Bordoefening 3b. Een elektron in een oude beeldbuis-TV is versneld tot 1,2 x 10^8 m/s. Reken de kinetische energie en de impuls uit.

Bordoefening 3c. Reken uit wat de energie en impuls zijn van een foton uit een rode laser (λ = 650 nm).

Bordoefening 4. Bereken de De Broglie-golflengte van de kogel, van het elektron en van het foton.

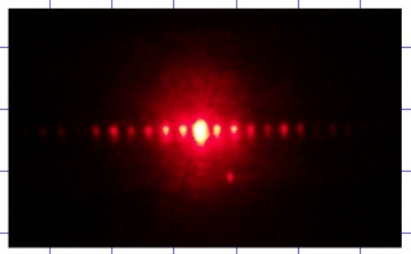
	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \dfrac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

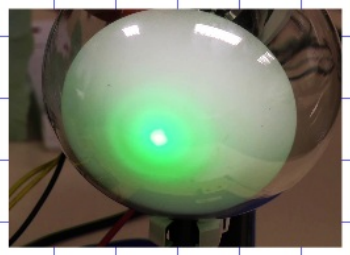
$s = v \cdot t$

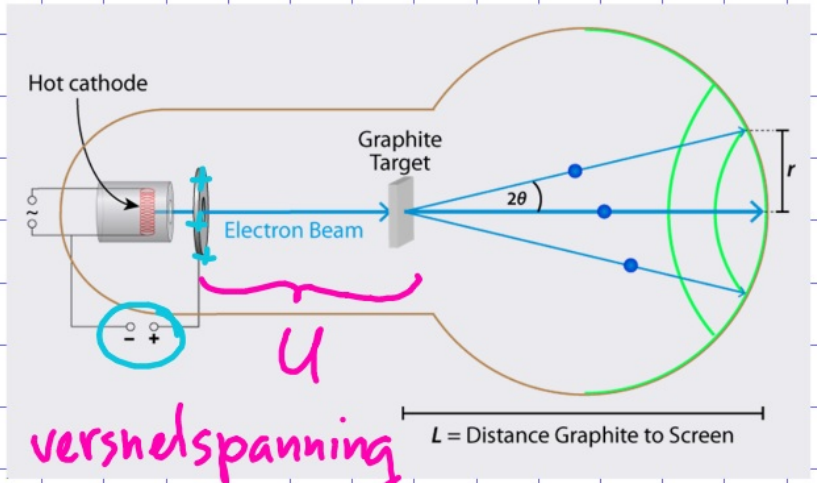
$\lambda = v \cdot T = \dfrac{v}{f}$

$f = \dfrac{1}{T}$

7 (vervolg). Doordat massadeeltjes dus ook een golflengte hebben kunnen daarvoor ook **interferentiepatronen** zoals voor licht ontstaan:







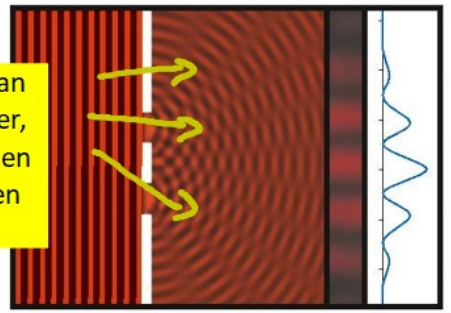
$$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

Demo EDT (YouTube, 4 min)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Dit gedrag kan dus van water, geluid, fotonen of elektronen zijn.



▲ **Figuur 19.11** Het tweespletenexperiment

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

Snelle denkvraag: Als je de versnelspanning groter maakt, wordt de diameter van de ringen dan groter of kleiner?

DeBroglie-golflengte van deeltjes

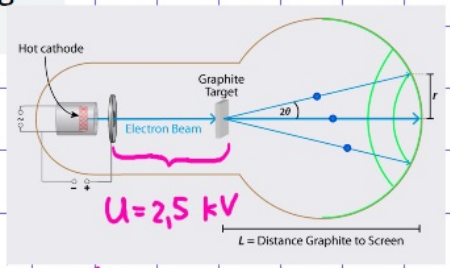
$$\lambda = \frac{h}{p}$$

B

9. Je kunt rekenen aan het **elektroneninterferentie-experiment** met formules uit hoofdstuk 11: $E_{el} = U \cdot q$

Bordoefening 5a. Bereken de De Broglie-golflengte van een elektron dat versneld is door een spanning van 2,5 kV.

Bordoefening 5pro-extra. Bereken de hoek van het eerste interferentie-maximum bij deze versnelspanning. Gebruik d = 0,124 nm.



5a $E_{el} = U \cdot q = 2{,}5 \cdot 10^{3}\ V \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ C = 4{,}0 \cdot 10^{-16}\ J$

$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = 2{,}963 \cdot 10^{7}\ m/s$

$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{m \cdot v} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 2{,}963 \cdot 10^{7}\ m/s} = 2{,}45 \cdot 10^{-11}\ m$

5pe $\sin\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d} = \frac{1 \cdot 2{,}45 \cdot 10^{-11}}{0{,}124 \cdot 10^{-9}} = 0{,}198 \rightarrow \theta = 11{,}4^{\circ}$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

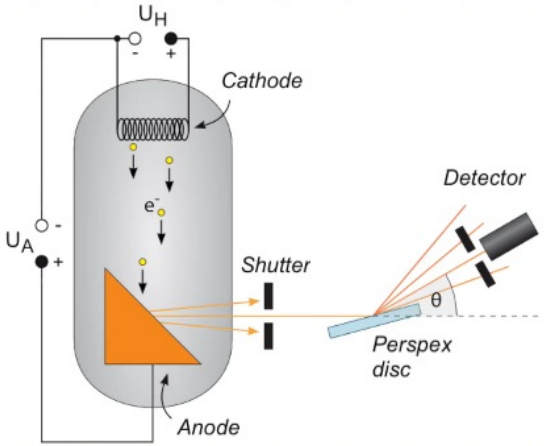
$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$

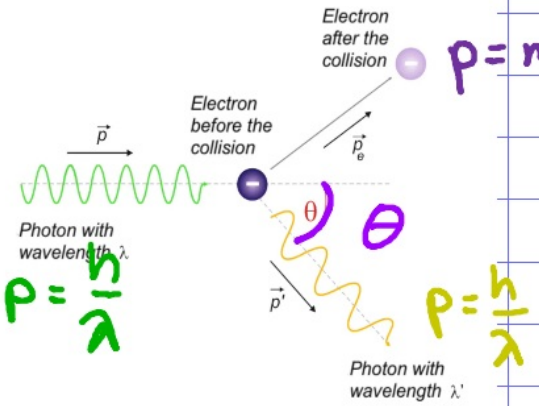
DeBroglie-golflengte van deeltjes

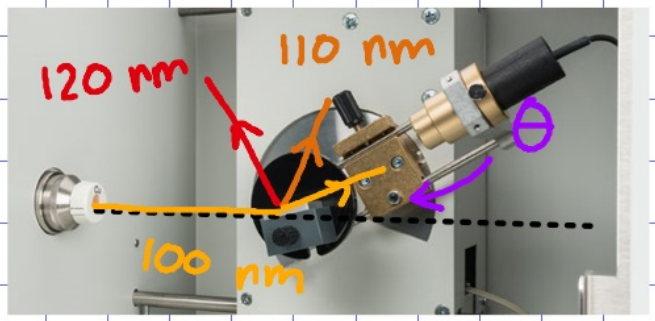
$\lambda = \frac{h}{p}$

"Waarom

7 (vervolg). Dat fotonen impuls hebben ondanks dat ze massaloos zijn werd bewezen door Arthur Compton in zijn **verstrooiingsexperiment**:







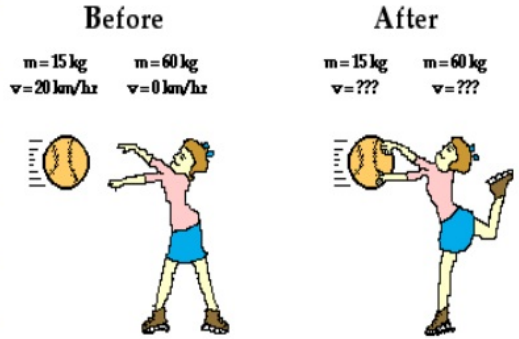
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

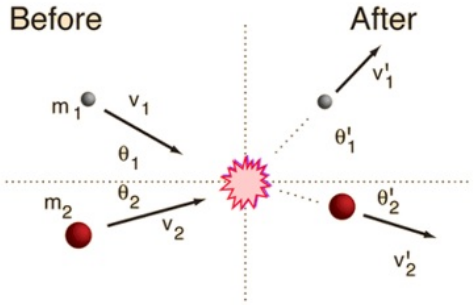
§ 19.2 Deeltjes en golven

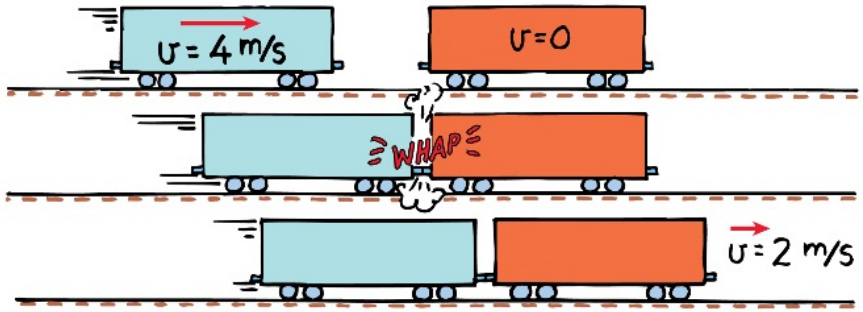
Hoe groter de hoek θ waaronder je de teruggekaatste traling meet, hoe langer de golflengte die je daar meet.

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

8. De impuls van een massadeeltje is een behouden grootheid en kun je uitrekenen met: impuls → $p = m \cdot v$







Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Opdrachten

14 In de quantumfysica wordt de kinetische energie meestal niet geschreven als functie van de snelheid maar als functie van de impuls. Laat zien dat de volgende formules gelden:

$$E_k = \frac{p^2}{2m} \text{ en } p = \sqrt{2mE_k}$$

15 Leg uit wat de SI-eenheid is van impuls.

14

$E_k = \frac{1}{2} m v^2$

$p = m \cdot v$

$v = \frac{p}{m}$

$E_k = \frac{1}{2} m \cdot \frac{p^2}{m^2}$

$E_k = \frac{p^2}{2 \cdot m}$ → $p^2 = 2 \cdot m \cdot E_k$

15

$p = m \cdot v$

$[p] = [m] \cdot [v] = kg \cdot m/s$

$E_k = \frac{p^2}{2m}$ $\quad p = \sqrt{2mE_k}$

16

a. $p = \sqrt{2 \cdot 970 \cdot 6{,}23 \cdot 10^{5}} = 3{,}48 \cdot 10^{4}$ kg·m/s

b. $m = \frac{p^2}{2 \cdot E_k} = \frac{(1{,}43 \cdot 10^{-22})^2}{2 \cdot 3{,}42 \cdot 10^{-20}} = 2{,}98 \cdot 10^{-25}$ kg

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Opdrachten

16 **a** De massa van een auto is 970 kg en de kinetische energie $6{,}23 \cdot 10^{5}$ J. Bereken de impuls.
b Van een molecuul met een impuls van $1{,}43 \cdot 10^{-22}$ kg·m·s^{-1} is de kinetische energie $3{,}42 \cdot 10^{-20}$ J. Bereken de massa.

17 Bereken de impuls en de snelheid van het elektron in de grondtoestand volgens het bohrmodel van het waterstofatoom.

18 Als een plaatje van koolstof of ander materiaal wordt bestraald met zichtbaar licht kun je uit het verstrooide licht vooral conclusies trekken over de eigenschappen van het materiaal. Compton kon zijn experiment verklaren met botsingen tussen gammastralen en vrije elektronen. Waarom was dit in zijn geval een redelijke veronderstelling?

opg. 14

$E_k = \frac{p^2}{2m}$ $\quad p = \sqrt{2mE_k}$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Opdrachten

16 **a** De massa van een auto is 970 kg en de kinetische energie $6{,}23 \cdot 10^5$ J. Bereken de impuls.

b Van een molecuul met een impuls van $1{,}43 \cdot 10^{-22}$ kg·m·s^{-1} is de kinetische energie $3{,}42 \cdot 10^{-20}$ J. Bereken de massa.

17 Bereken de impuls en de snelheid van het elektron in de grondtoestand volgens het bohrmodel van het waterstofatoom.

18 Als een plaatje van koolstof of ander materiaal wordt bestraald met zichtbaar licht kun je uit het verstrooide licht vooral conclusies trekken over de eigenschappen van het materiaal. Compton kon zijn experiment verklaren met botsingen tussen gammastralen en vrije elektronen. Waarom was dit in zijn geval een redelijke veronderstelling?

---

16 a. $p = \sqrt{2 \cdot 970 \cdot 6{,}23 \cdot 10^5} = 3{,}48 \cdot 10^4$ kg·m/s

17 $E_k = 13{,}6$ eV (nulpuntsenergie) $\rightarrow v = 2{,}2 \cdot 10^6$ m/s

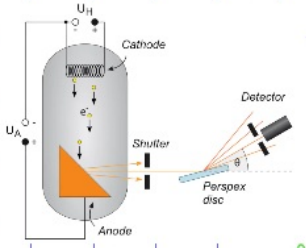
18 uittree-energieën:

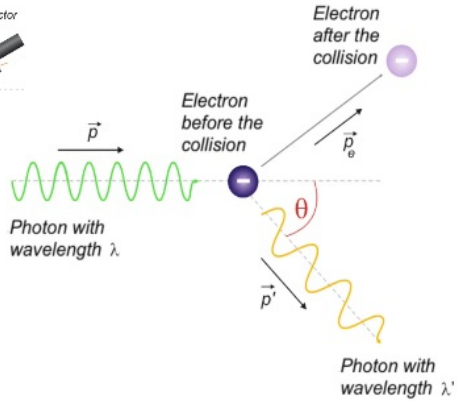
~ enkele eV

zichtbaar licht

$E = \frac{h \cdot c}{\lambda} = \frac{4{,}14 \cdot 10^{-15} \cdot 3{,}00 \cdot 10^8}{500 \cdot 10^{-9}} = 2{,}48$ eV

gebruikte gammafotonen in dit experiment: 10^6 eV





opg. 14

$E_k = \frac{p^2}{2m}$ $\quad p = \sqrt{2mE_k}$

19 fotonen: $E = h \cdot f$ $\quad f = \frac{v}{\lambda}$ $(= c)$

$$E = \frac{h\,c}{\lambda}$$

$$p = \frac{E}{c}$$

$$p = \frac{h\,c}{c\,\lambda} = \frac{h}{\lambda}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

19 Uit de relativiteitstheorie volgt voor massaloze deeltjes,zoals fotonen, dat de impuls daarvan gegeven wordt door

$$p = \frac{E}{c}$$

Leid hieruit af dat de impuls van een foton wordt gegeven door

$$p = \frac{h}{\lambda}$$

goal

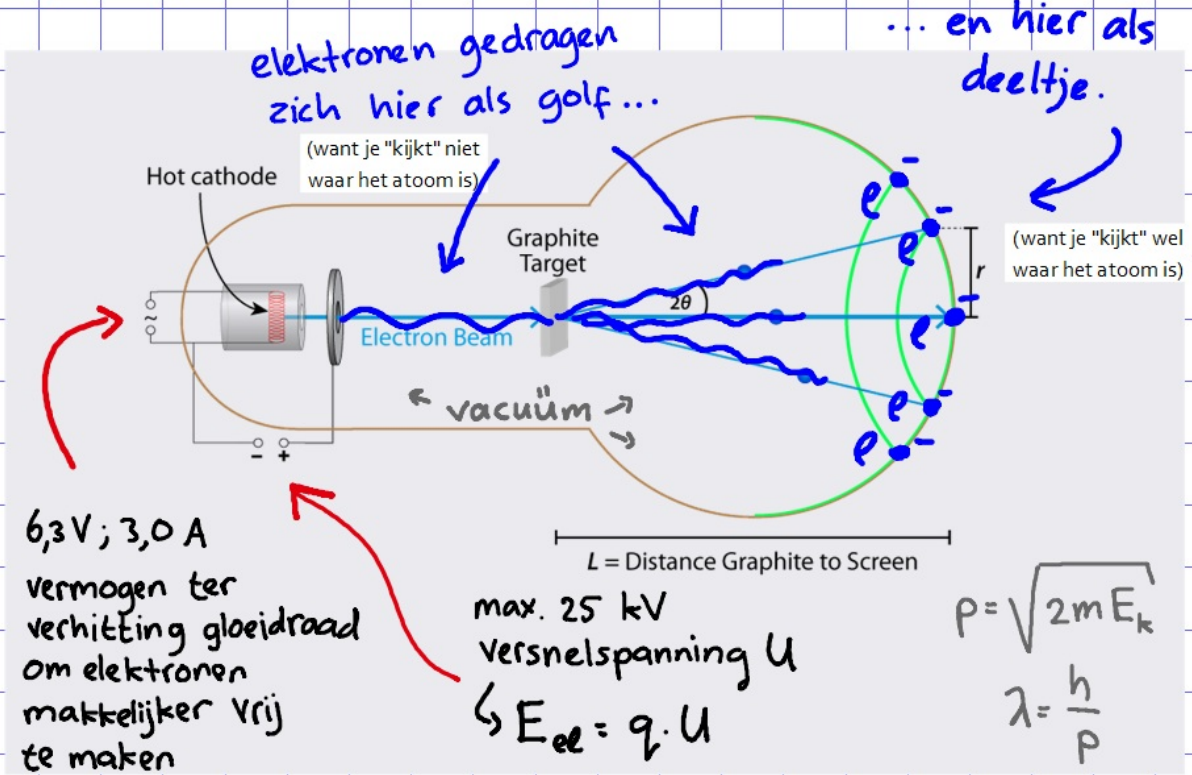
	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

$s = v \cdot t$

$\lambda = v \cdot T = \frac{v}{f}$ $\qquad f = \frac{1}{T}$

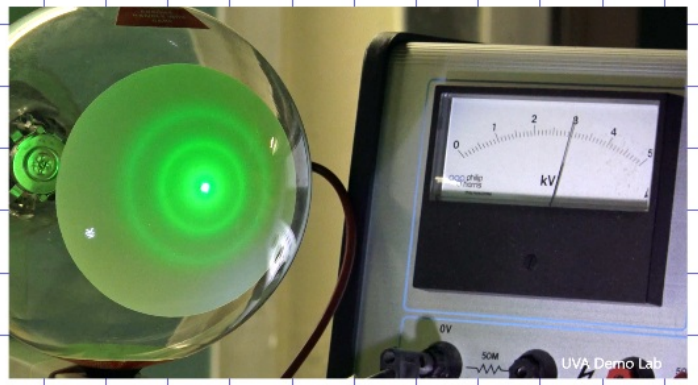
9. Uit het **elektroneninterferentie-experiment** blijkt het golfkarakter van massadeeltjes.

Demo EDT (YouTube, 4 min)



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven



Snelle denkvraag: Als je de versnelspanning groter maakt, wordt de diameter van de ringen dan groter of kleiner?

$\frac{\lambda}{D}$

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

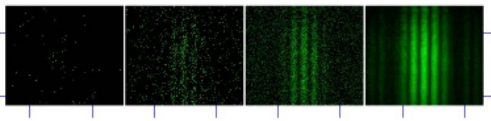
§ 19.2 Deeltjes en golven

20 Figuur 19.13 geeft het interferentiepatroon weer van een dubbelspleet experiment met $C_{48}H_{26}F_{24}N_8O_8$.

a Om zo'n experiment te laten slagen moet de golflengte van het molecuul groter zijn dan het molecuul zelf. Geef hiervoor een argument.

b Schat de omvang van het molecuul op ongeveer 5 nm. Bereken dan de maximale impuls die de moleculen in dit experiment mogen hebben.

c Bekijk de hele reeks foto's als filmpje. Zoek op: phthalocyanine quantum interference.
Welke details in dit filmpje zijn kenmerkend voor golfgedrag en welke voor deeltjesgedrag van de moleculen?



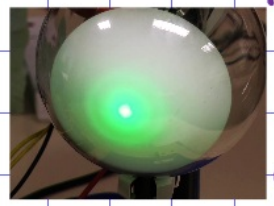
Figuur 19.13

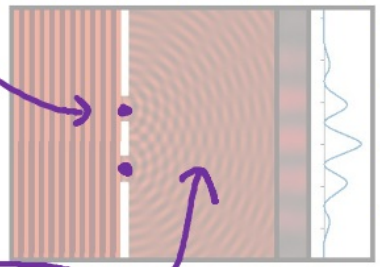
20

b.

$$p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{5 \cdot 10^{-9}} = 1{,}3 \cdot 10^{-25} \text{ kg} \cdot \text{m/s}$$

a.





Figuur 19.11 Het dubbelspletenexperiment

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

21 Laat met een berekening zien dat het verband tussen de golflengte (in m) en de kinetische energie E (in eV) van een elektron wordt gegeven door de formule

$$\lambda = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E}}$$

21

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = \sqrt{2 \cdot m \cdot E_k} \qquad \Rightarrow \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}}$$

$$\lambda = \frac{4{,}141 \cdot 10^{-15}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot E_k}} = \frac{4{,}141 \cdot 10^{-15}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_k}} = \frac{3{,}07}{\sqrt{E_k}}$$

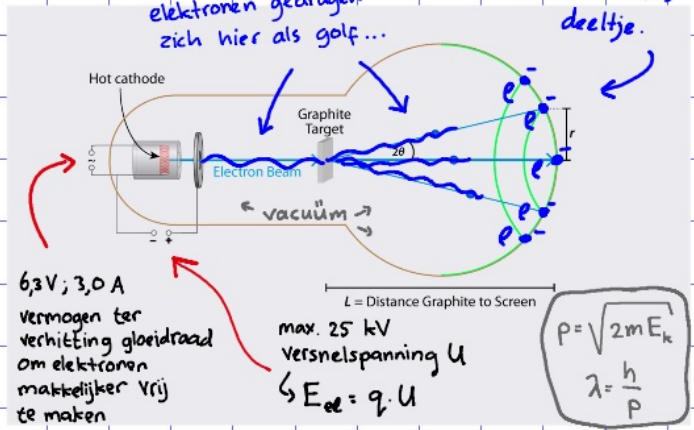
← niet zo

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot E_k)}}$$

← maar zo

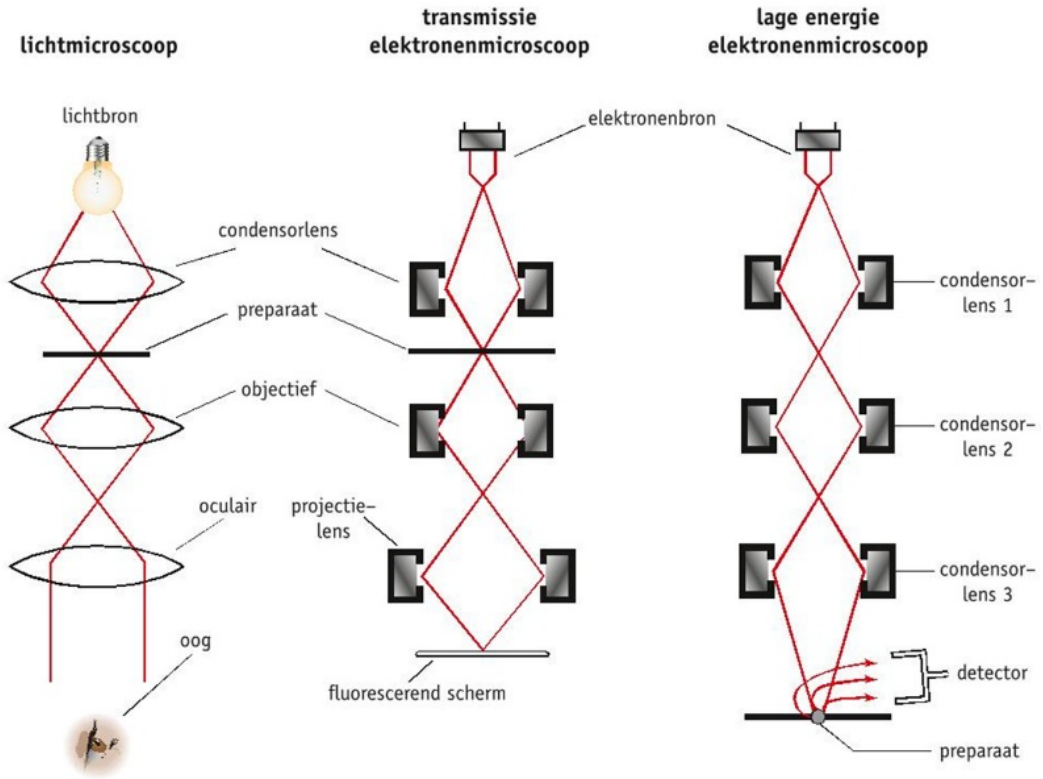
↑ q

$$= \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}} \cdot \frac{1}{\sqrt{E_k}} = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E_k}}$$



$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}$ Js $= 4{,}141 \cdot 10^{-15}$ eVs

10. Elektronenmicroscopen hebben een groter onderscheidend vermogen (zie hfd. 18) door de kleinere golflengte van elektronen vs. zichtbaar licht. In plaats van lenzen worden magnetische velden gebruikt.



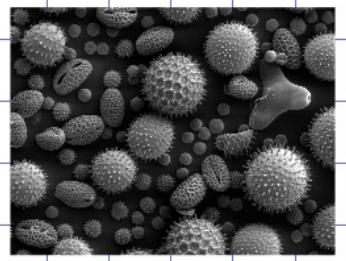
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

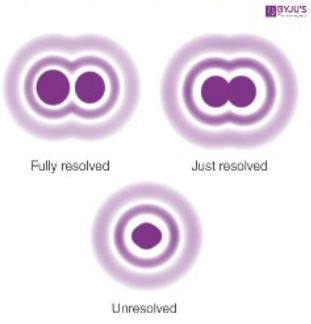
§ 19.2 Deeltjes en golven

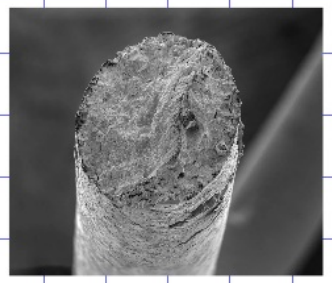
$$s = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{D} \cdot \frac{180}{\pi}$$

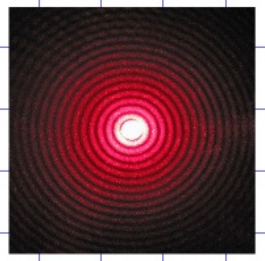
Let op: een kleine s is "beter"!

Conversie van RAD naar DEG









Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

Opdrachten

22 **a** Bereken de golflengte van een elektron met een energie van 10^2 eV.
b Bereken de golflengte van een elektron met een energie van 10^2 keV.

23 Algemeen geldt dat er geen details kunnen worden waargenomen die ongeveer even groot of kleiner zijn dan de golflengte van het licht of van de elektronen waarmee de waarneming plaatsvindt. Maak met behulp van dit gegeven een schatting van het maximale scheidend vermogen van:
a een lage energie elektronenmicroscoop bij een versnelspanning van 80 eV;
b een transmissie elektronenmicroscoop bij een versnelspanning van 160 keV.

22

a. $\lambda = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E_k}} = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{10^2}} = 1{,}2 \cdot 10^{-10}$ m (0,1 nm)

b. $\lambda = \frac{1{,}2 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{10^5}} = 3{,}8 \cdot 10^{-12}$ m (3,8 pm)

23

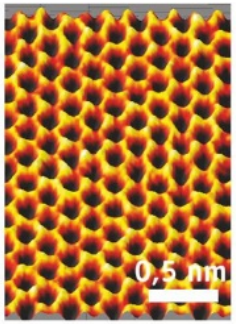
$\lambda = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{80}} = 1{,}3 \cdot 10^{-10}$ m $= 13 \cdot 10^{-9}$ m $= 13$ nm

$\lambda = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{160 \cdot 10^3}} = 3{,}05 \cdot 10^{-12}$ $= 3{,}05$ pm

uit opgave 21

$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m \cdot E_k}}$ $\quad \lambda = \frac{1{,}22 \cdot 10^{-9}}{\sqrt{E_k}}$ eV

a Het kristalrooster van grafeen.



▲ Figuur 19.15

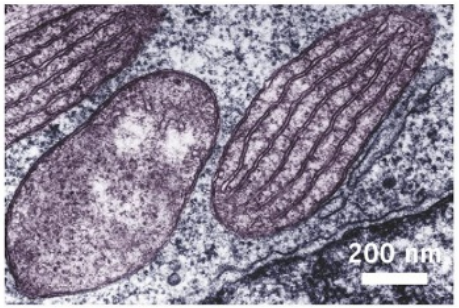
b Een griepvirus (ongeveer 100 nm groot).

▲ Figuur 19.16

c *E. coli*-bacteriën in een porie van een slablad.

▲ Figuur 19.17

d Mitochondriën in een menselijke cel.



▲ Figuur 19.18

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

24 Schat het scheidend vermogen van de volgende elektronenmicroscoopopnames door te kijken naar de kleinst onderscheidbare details.

a. 0,02 nm

b. 3 nm

c. 0,05 µm

d. 2 nm

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

25 Het scheidend vermogen van een microscoop hangt, behalve van de gebruikte golflengte, vooral af van de nauwkeurigheid van de lenzen. De elektronen in de opname van grafeen (zie figuur 19.15) hadden een energie van 80 keV.

a Bereken de golflengte van deze elektronen.

b Wat heeft vooral het scheidend vermogen bepaald, de golflengte van de elektronen of de nauwkeurigheid van de lenzen?

26 In plaats van elektronen met een kleine golflengte, kan ook elektromagnetische straling met een kleine golflengte gebruikt worden voor het bestuderen van materie.

a Bereken de golflengte van elektronen met een energie van 100 keV.

b Beschouw elektromagnetische straling met dezelfde golflengte als in a. Welk soort elektromagnetische straling heb je dan?

c Waarom is deze straling minder geschikt om foto's van bijvoorbeeld virussen of andere kleine voorwerpen te maken?

25

a.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 80 \cdot 10^{3})}}$$

$$= 4{,}2 \cdot 10^{-12} = 4{,}2 \text{ pm}$$

b. Op de foto is echter tot maximaal 20 pm detail te zien, dus kennelijk was de kwaliteit van de "lenzen" hier de beperkende factor en niet de golflengte van de deeltjes. Regel: je kunt bij perfecte lenzen details zien die ongeveer even groot zijn als de golflengte van de gebuikte deeltjes.

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m} \rightarrow p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}$$

$$\lambda = \frac{h}{p} \qquad p = m \cdot v \qquad \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k}}$$

26 a.

$$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{\sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (1{,}6 \cdot 10^{-19} \cdot 100 \cdot 10^{3})}}$$

$$= 3{,}8 \cdot 10^{-12}\ \text{m} = 3{,}8\ \text{pm}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

25 Het scheidend vermogen van een microscoop hangt, behalve van de gebruikte golflengte, vooral af van de nauwkeurigheid van de lenzen. De elektronen in de opname van grafeen (zie figuur 19.15) hadden een energie van 80 keV.

- **a** Bereken de golflengte van deze elektronen.
- **b** Wat heeft vooral het scheidend vermogen bepaald, de golflengte van de elektronen of de nauwkeurigheid van de lenzen?

26 In plaats van elektronen met een kleine golflengte, kan ook elektromagnetische straling met een kleine golflengte gebruikt worden voor het bestuderen van materie.

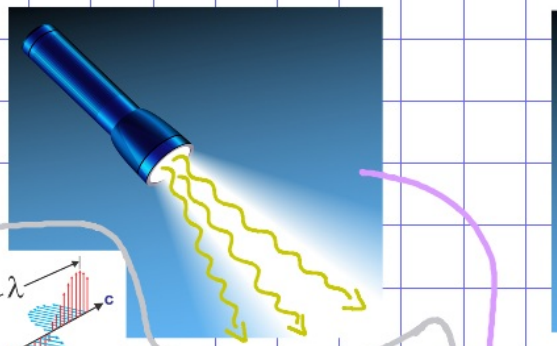
- **a** Bereken de golflengte van elektronen met een energie van 100 keV.
- **b** Beschouw elektromagnetische straling met dezelfde golflengte als in a. Welk soort elektromagnetische straling heb je dan?
- **c** Waarom is deze straling minder geschikt om foto's van bijvoorbeeld virussen of andere kleine voorwerpen te maken?

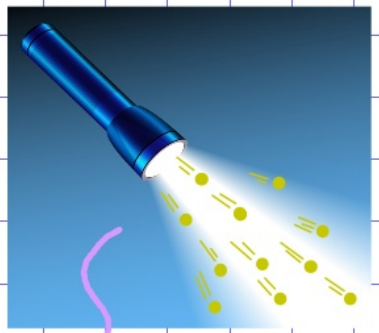
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complementariteit

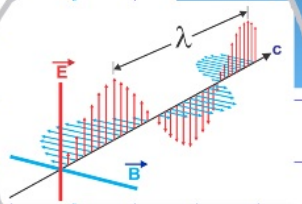
11. De golfeigenschappen **frequentie en golflengte** van een deeltje zijn gekoppeld aan energie en impuls (zie par. 2). Qua **amplitude** geldt:

In de *golfvoorstelling* heeft een bundel licht van hoge intensiteit een grote **amplitude**.

In de *deeltjesvoorstelling* heeft een bundel licht met een hoge intensiteit een hoge **deeltjesdichtheid**.





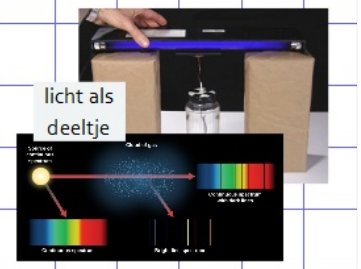


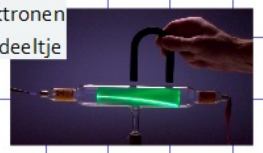
$I_{gem} = \frac{1}{2} c \epsilon_0 E^2$

amplitude vh elektrisch veld

Conclusie: kwadraat van de amplitude van een golf is evenredig met het aantal deeltjes per seconde.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica





	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

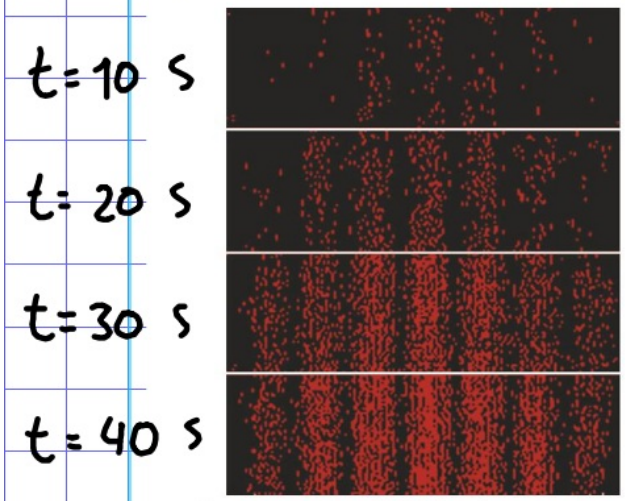
geld ook voor massadeeltjes → $\lambda = \frac{h}{p}$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

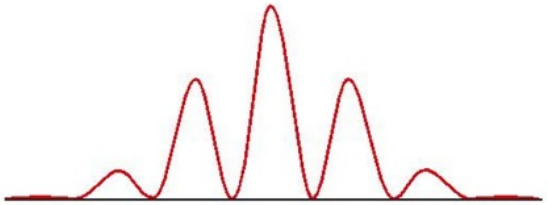
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

De amplitude van de golffunctie van een elektron geeft niet zozeer de hoeveelheid deeltjes aan die op die plek zijn, maar eerder de **waarschijnlijkheid** dat een deeltje zich op die plek bevindt *als je zou meten*.

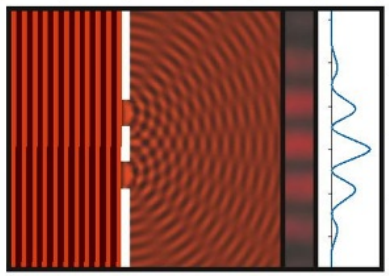
12. Deze waarschijnlijkheid wordt gedemonstreerd door het tweespleten-experiment uit te voeren met een bron (licht of elektronen) van extreem lage intensiteit die **deeltje voor deeltje** afschiet. Het interferentiepatroon ontstaat alsnog.



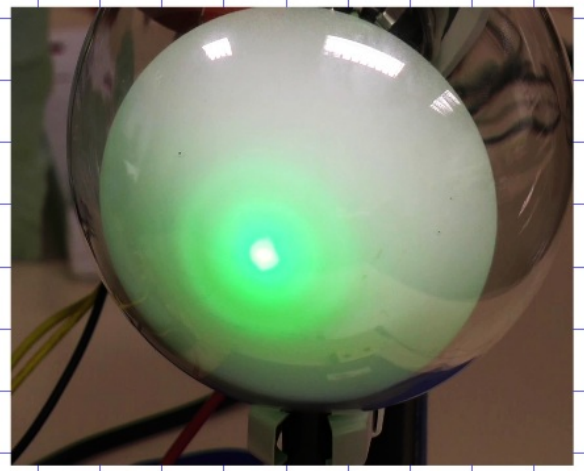
Figuur 19.22 De geleidelijke opbouw van een interferentiepatroon, punt voor punt

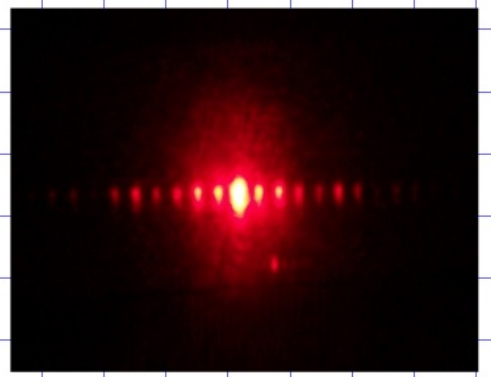


Figuur 19.21 Grafiek van de intensiteit in een interferentiepatroon (zie ook figuur 19.11)



Figuur 19.11 Het tweespletenexperiment





13. De golffunctie bij een deeltje (bijv. elektron) geeft informatie over waar je het deeltje waarschijnlijk zou aantreffen als je het zou proberen te detecteren.

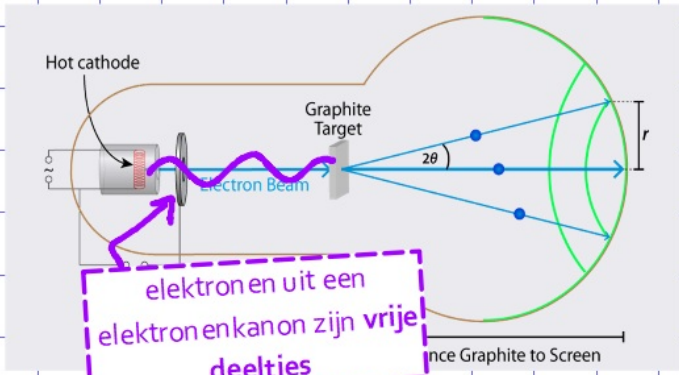
Voorbeeld, golffunctie van een **vrij deeltje**:

Free particle visualization (Youtube 2 min)

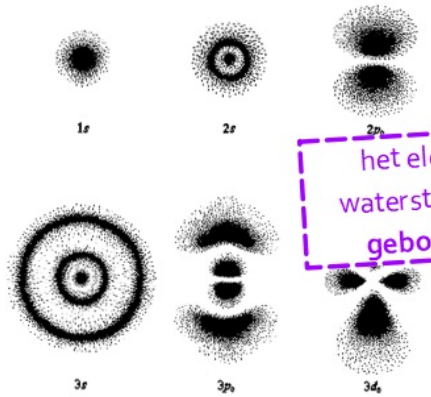
Als je de golffunctie van een deeltje weet kun je een **waarschijnlijkheids-verdeling** maken. Daarvoor moet je op elk punt langs de x-as het kwadraat van de golffunctie nemen:

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.



elektronen uit een elektronenkanon zijn **vrije deeltjes**

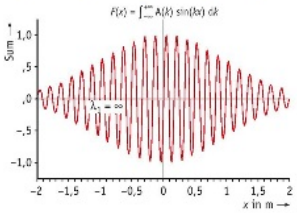


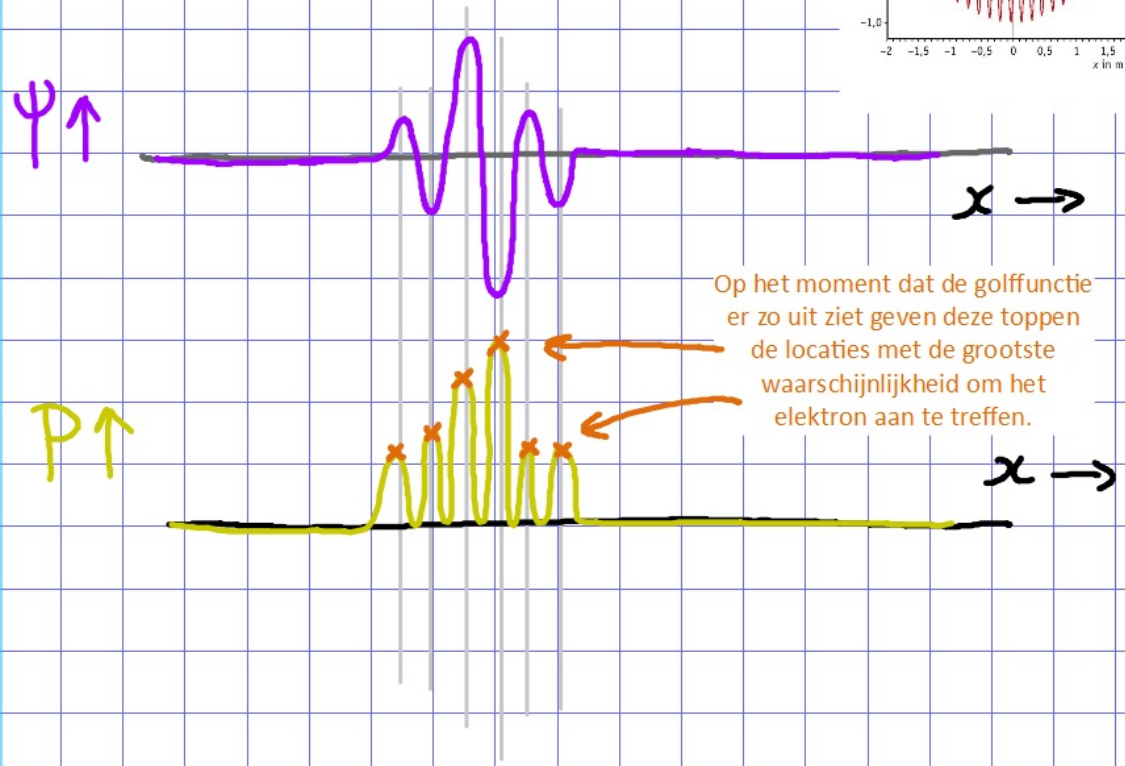
het elektron in een waterstofatoom is een **gebonden deeltje**

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

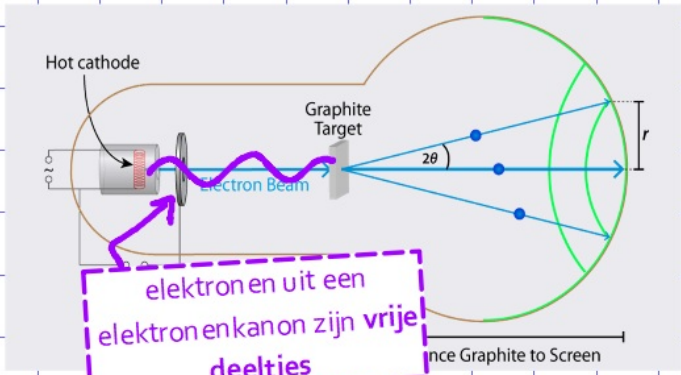
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

Ingewikkelder golffuncties bestaan ook, zoals die van een **golfpakket**:

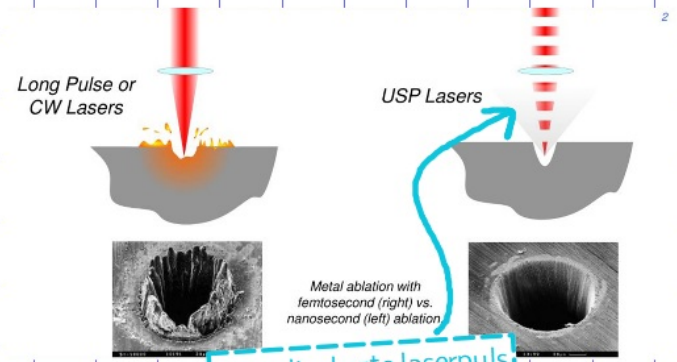




Op het moment dat de golffunctie er zo uit ziet geven deze toppen de locaties met de grootste waarschijnlijkheid om het elektron aan te treffen.

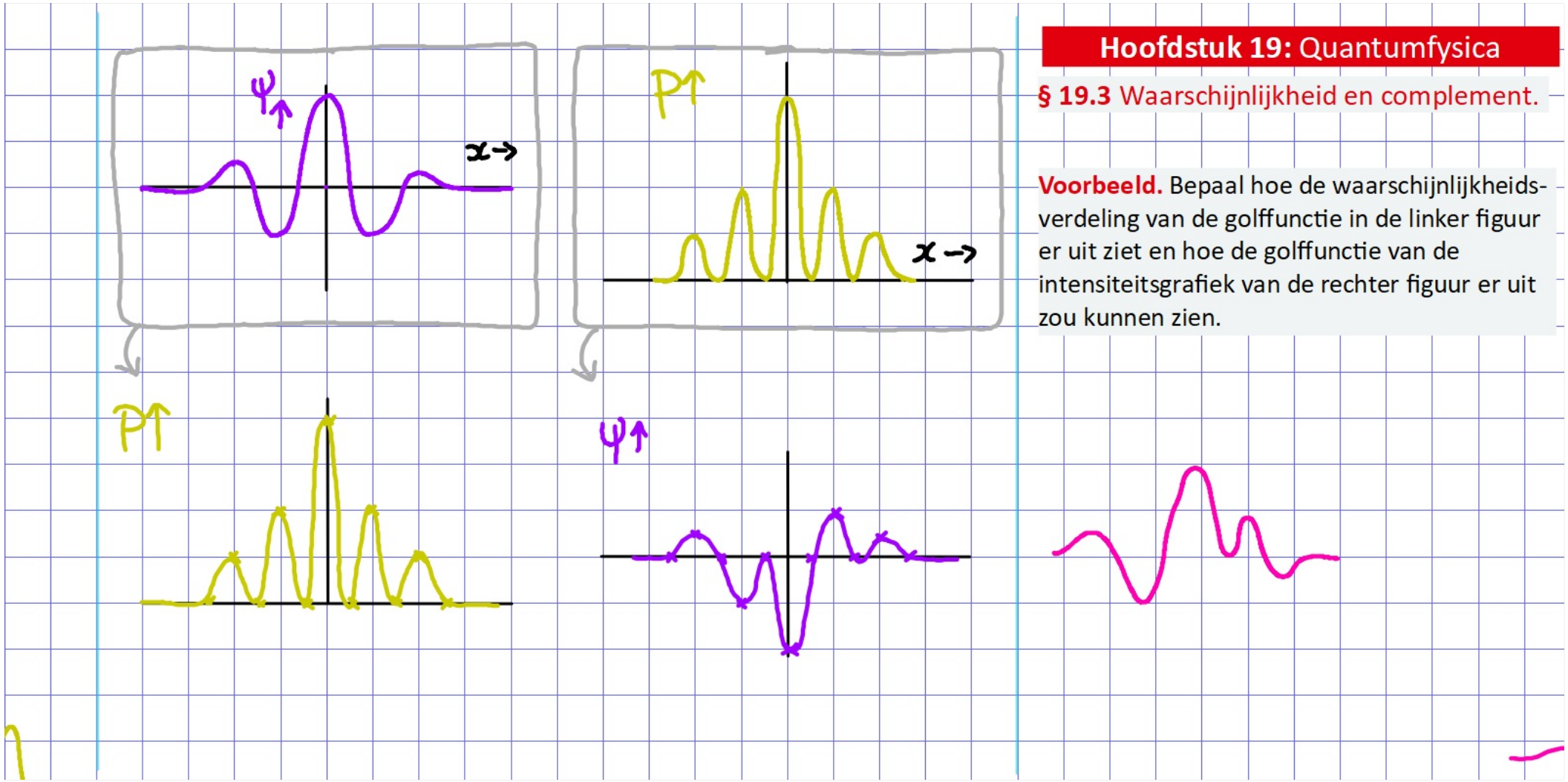


elektronen uit een elektronenkanon zijn **vrije deeltjes**



een ultrakorte laserpuls is een golfpakketje

d (dus een
t er een
lfpakket is

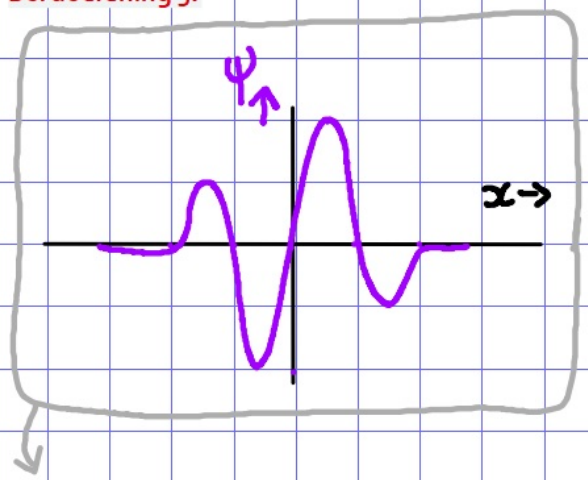


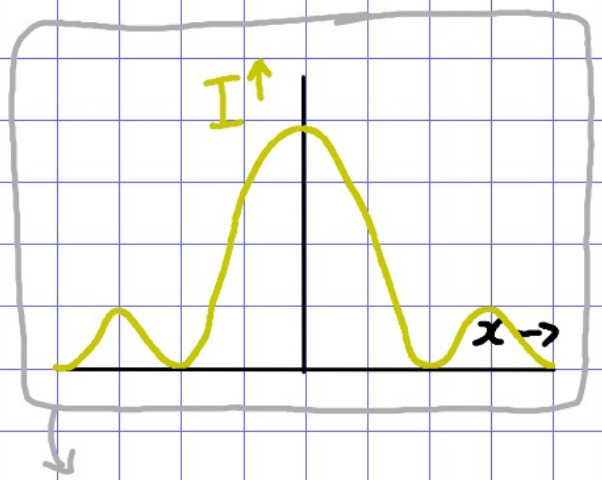
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

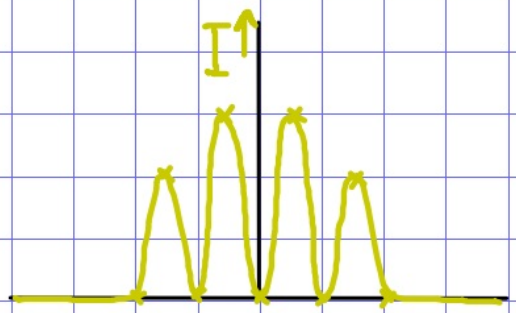
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

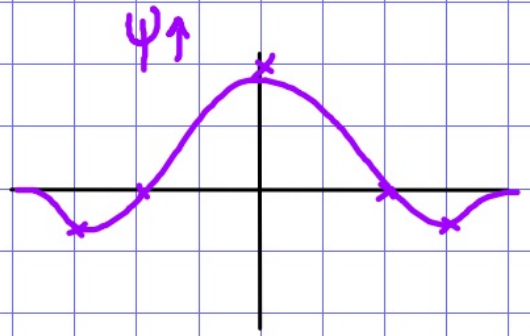
Voorbeeld. Bepaal hoe de waarschijnlijkheids-verdeling van de golffunctie in de linker figuur er uit ziet en hoe de golffunctie van de intensiteitsgrafiek van de rechter figuur er uit zou kunnen zien.

Bordoefening 5.





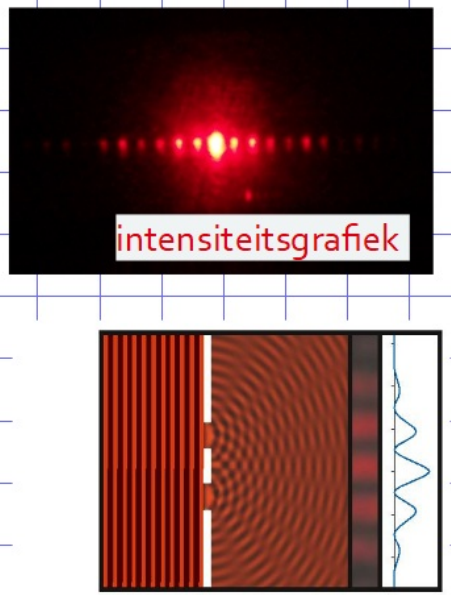




Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

Bordoefening 6a. Bepaal hoe de waarschijnlijkheidsverdeling van de golffunctie in de linker figuur er uit ziet en hoe de golffunctie van de intensiteitsgrafiek van de rechter figuur er uit zou kunnen zien.
Aanwijzing: de intensiteits-grafiek is het kwadraat van de golffunctie.

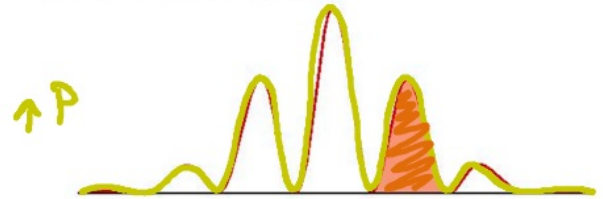


Figuur 19.11 Het tweespletenexperiment

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

27 Figuur 19.20 geeft het interferentiepatroon van een tweespletenexperiment.



Figuur 19.20

a Schat de kans om het deeltje aan te treffen in de oranjegekleurde piek.

b Neem de grafiek over en geef aan in (ongeveer) welke delen van de grafiek er sprake is van constructieve of van destructieve interferentie.

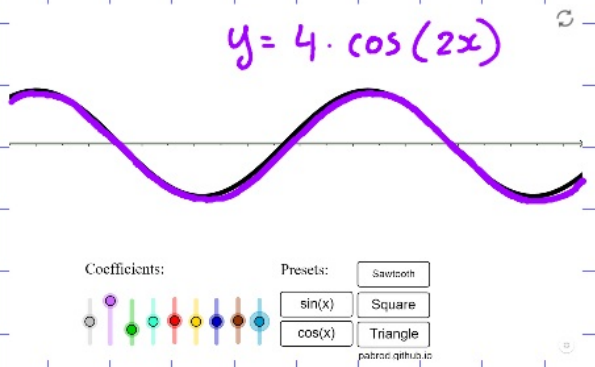
28 Uit de tekst van bron 12 blijkt dat individuele fotonen zich het ene moment als golf en het andere moment als deeltje kunnen manifesteren.

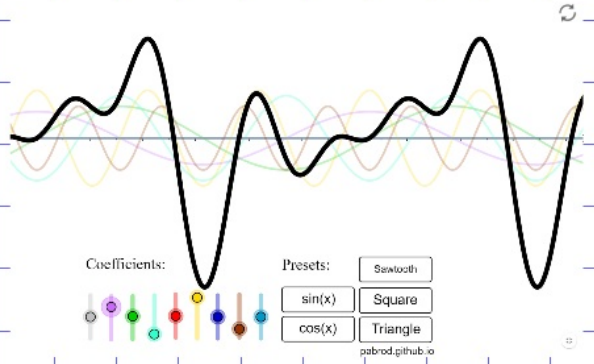
a Geef aan uit welke delen van de tekst dit blijkt.

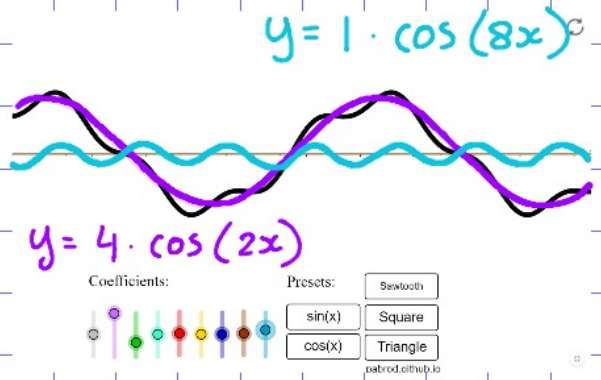
b Leg uit dat een individueel elektron zich in het waterstofatoom als golf gedraagt.

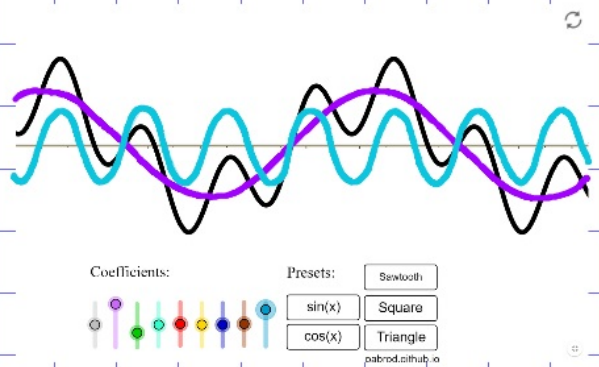
c Geef een voorbeeld van een situatie waarin het elektron zich als een deeltje manifesteert.

wiskundig intermezzo: Fourier-reeksen



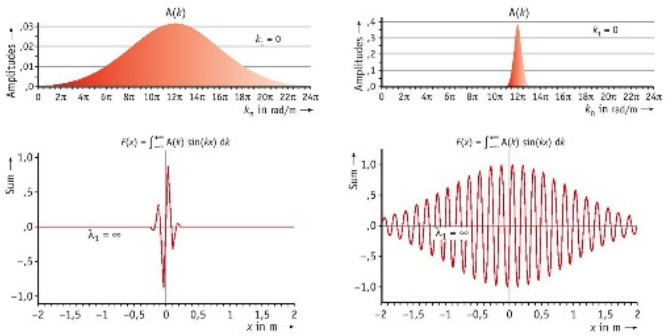






Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

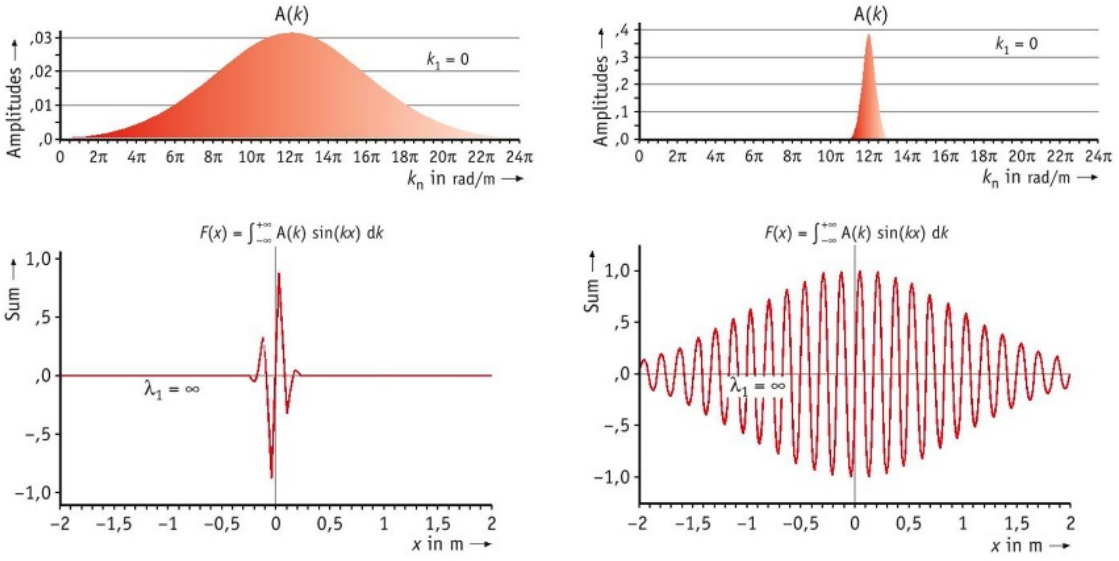


▲ Figuur 19.23

Hoe ontstaan ingewikkelder (1D)-golffuncties (zoals golfpakketjes) uit een **superpositie** van meerdere frequenties?

Fourier-reeks (Geogebra)

wiskundig intermezzo: Fourier-reeksen

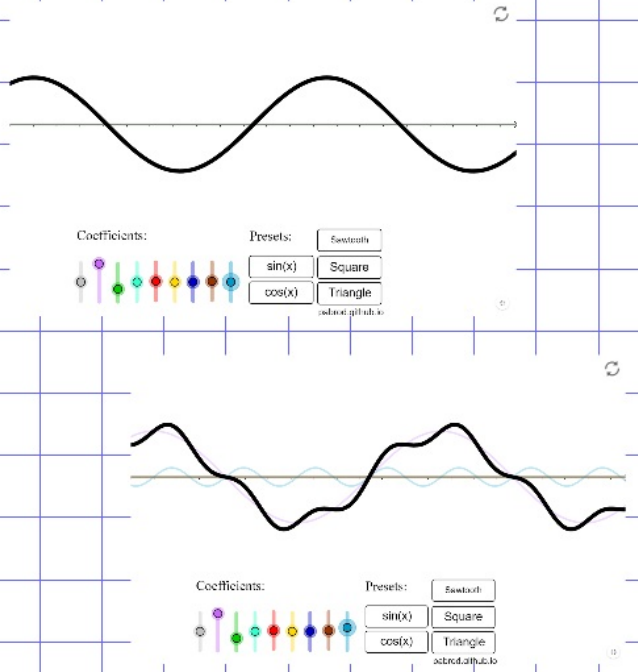


▲ Figuur 19.23

Hoe ontstaan ingewikkelder (1D)-golffuncties (zoals golfpakketjes) uit een **superpositie** van meerdere frequenties?

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

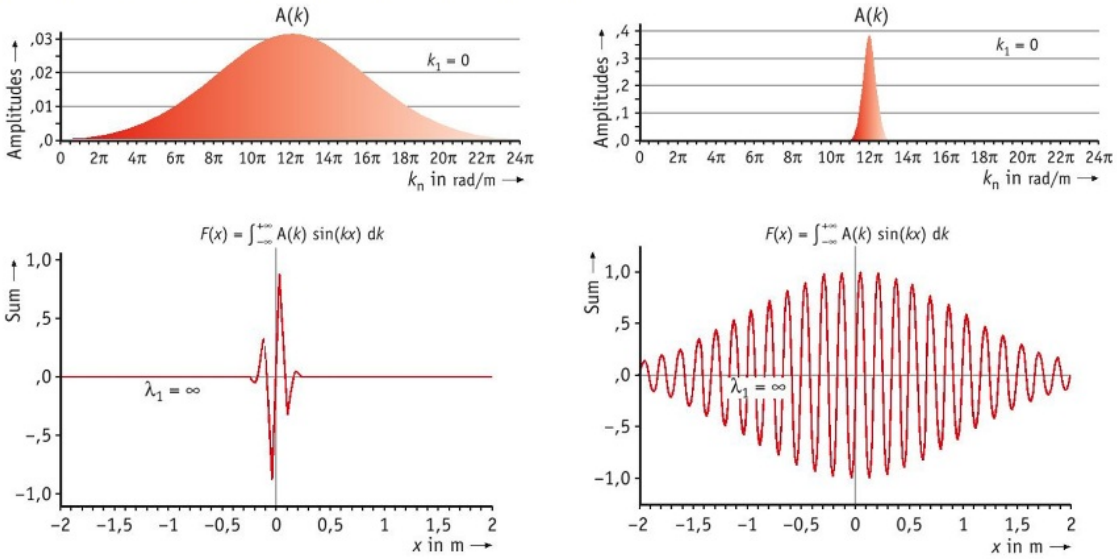


Fourier-reeks (Geogebra)

13 (vervolg). Afhankelijk van de golffunctie is de **locatie x** van een deeltje of de **impuls p** van een deeltje meer of minder nauwkeurig bekend.

Als de golffunctie niet een precies bepaalde frequentie heeft is de locatie van het deeltje precies bekend maar de impuls niet precies.

Als de golffunctie een precies bepaalde frequentie heeft is de impuls precies bekend maar de locatie niet precies.

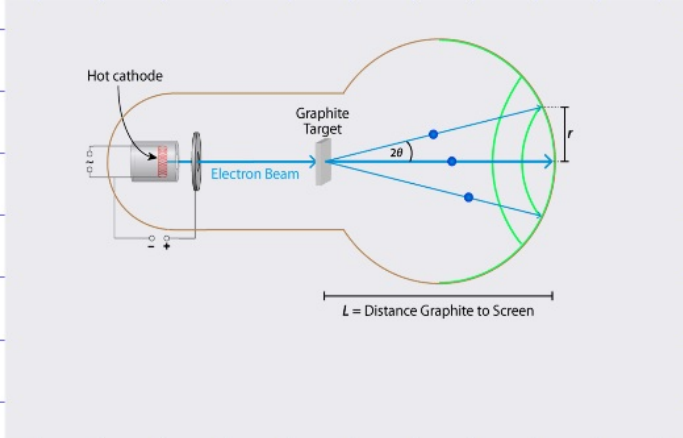


▲ **Figuur 19.23**

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

Snelle denkvraag: Van welke twee gevallen uit figuur 19.23 is de golffunctie van een vrij deeltje, zoals een elektron in een diffractie-buis, een extreem voorbeeld?

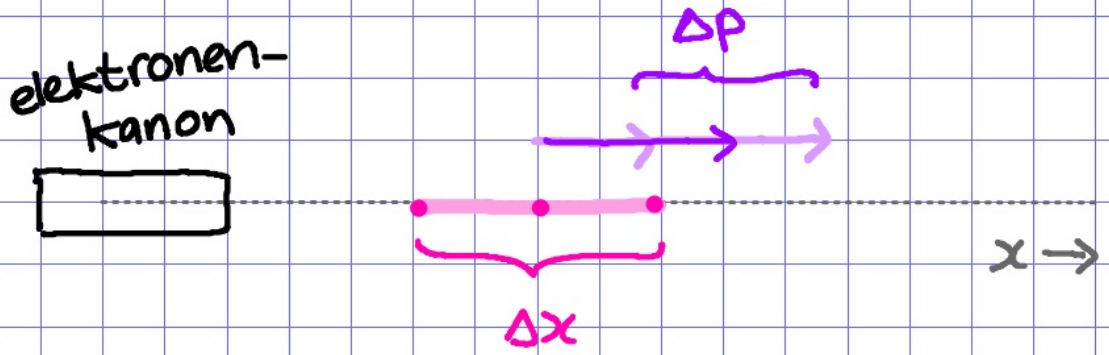


Fourier-reeks (Geogebra)

13 (vervolg). Er blijkt een natuurlijke grens te zijn aan hoe precies je de positie x en de impuls p van een deeltje kunt weten. Deze grens wordt geven door de **Heisenberg onzekerheidsrelatie**:

onzekerheid in positie v.h. deeltje → $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$

Δp: onzekerheid in impuls v.h. deeltje



$[p] = kg \cdot \frac{m}{s} = kg \cdot m \cdot s^{-1}$

Uncertainty Principle (YouTube)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

Bordoefening 7a. Een elektron uit een elektronenkanon is afgeschoten met een snelheid van 4,0 x 10^7 m/s met een onzekerheid van 0,2 x 10^7 m/s. Bereken:
a. De onzekerheid in de impuls van het elektron.
b. De onzekerheid in de positie van het elektron.

Bordoefening 7b. Een tennisbal met m = 18 g vliegt over een baan met v = 32,5 m/s met een onzekerheid in v van +/- 0,5 m/s. Reken uit wat de onzekerheid in de positie van de tennisbal is.

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \frac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

Bordoefening 7a.

$\Delta v = 0{,}2 \cdot 10^{7}\ m/s$

a. $\Delta p = m \cdot \Delta v = 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 0{,}2 \cdot 10^{7}\ m/s = 1{,}8 \cdot 10^{-24}\ kg \cdot m/s$

b. $\Delta x = \dfrac{h}{\Delta p \cdot 4\pi} = \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{1{,}8 \cdot 10^{-24} \cdot 4 \cdot 3{,}14} = 2{,}9 \cdot 10^{-11}\ m$

Bordoefening 7b.

$\Delta v = 0{,}5\ m/s$

$\Delta p = m \cdot \Delta v = 0{,}018 \cdot 0{,}5 = 0{,}009\ kg \cdot m/s$

$\Delta x = \dfrac{h}{\Delta p \cdot 4\pi} = \dfrac{6{,}62 \cdot 10^{-34}}{0{,}009 \cdot 4 \cdot 3{,}14} = 5{,}9 \cdot 10^{-33}\ m$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

onzekerheid in positie v.h. deeltje → $\Delta x \cdot \Delta p \geq \dfrac{h}{4\pi}$ ← onzekerheid in impuls v.h. deeltje

Bordoefening 7a. Een elektron uit een elektronenkanon is afgeschoten met een snelheid van 4,0 x 10^7 m/s met een onzekerheid van 0,2 x 10^7 m/s. Bereken:
a. De onzekerheid in de impuls van het elektron.
b. De onzekerheid in de positie van het elektron.

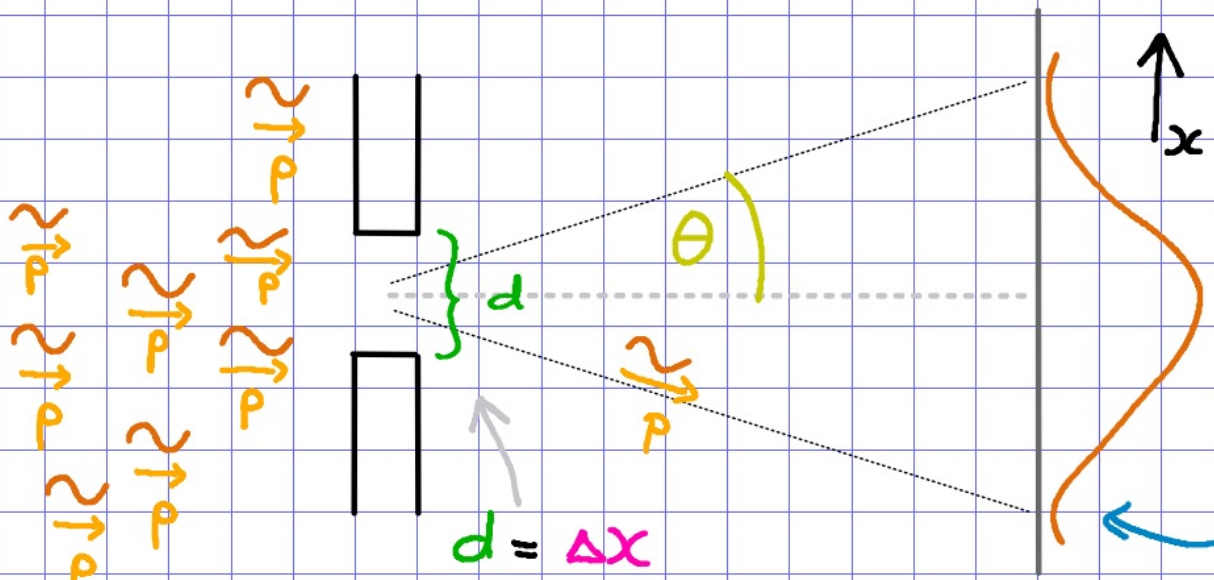
Bordoefening 7b. Een tennisbal met m = 18 g vliegt over een baan met v = 32,5 m/s met een onzekerheid in v van +/- 0,5 m/s. Reken uit wat de onzekerheid in de positie van de tennisbal is.

	energie	impuls
licht	$E = h \cdot f$	$p = \dfrac{h}{\lambda}$
massa deeltjes	$E = \frac{1}{2} m v^2$	$p = m \cdot v$

13 (vervolg, extra). De Heisenberg onzekerheidsrelatie is een gevolg van het golfkarakter van licht/materie.

Toelichting

Voordat de fotonen bij de spleet aankomen heeft de x-coordinaat van hun positie een grote onzekerheid Δx maar hun impuls een kleine onzekerheid Δp (de component in de x-richting). Na de spleet is de onzekerheid Δx kleiner geworden, maar de onzekerheid in Δp is groter geworden omdat de impuls van elk foton nu een onbekende x-component heeft gekregen.

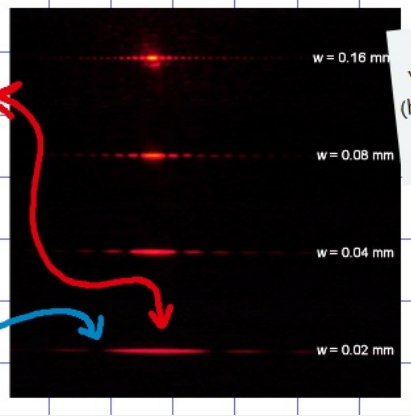


Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

onzekerheid in positie v.h. deeltje → $\Delta x \cdot \Delta p \geq \frac{h}{4\pi}$ ← $5{,}275 \cdot 10^{-34}$

onzekerheid in impuls v.h. deeltje



Lichtintensiteitspatroon bij verschillende spleetbreedten d (hier: "w"). Hoe smaller de spleet, hoe breder het centrale maximum.

$$\theta = \frac{m \cdot \lambda}{d}$$

29

a. $\Delta p = \dfrac{h}{4\pi \cdot \Delta x} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4 \cdot 3{,}14 \cdot 0{,}10 \cdot 10^{-9}} = 5{,}3 \cdot 10^{-25}\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

b. $\Delta v = \dfrac{\Delta p}{m} = \dfrac{5{,}3 \cdot 10^{-25}}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 5{,}8 \cdot 10^{5}\ \text{m/s}$

30

$p = m \cdot v = 58\ \text{kg} \cdot 1{,}2\ \text{m/s} = 696\ \text{kg} \cdot \text{m/s}$

a. $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{696} = 9{,}5 \cdot 10^{-36}\ \text{m}$

c. $\Delta p = \dfrac{h}{4\pi \cdot \Delta x} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{4\pi \cdot 1 \cdot 10^{-10}\ \text{m}} = 5 \cdot 10^{-25}$

$\Delta v = \dfrac{\Delta p}{m} = \dfrac{5 \cdot 10^{-25}}{58} = 1 \cdot 10^{-26}\ \text{m/s}$

29 a Volgens de onbepaaldheidsrelatie is $\Delta x \Delta p \geq \frac{h}{\ldots}$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

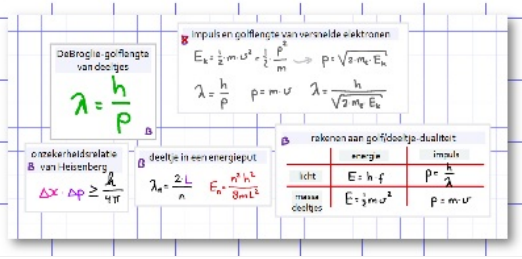
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

29 Van een elektron is de plaats welbepaald tot op een nauwkeurigheid Δx = 0,10 nm.

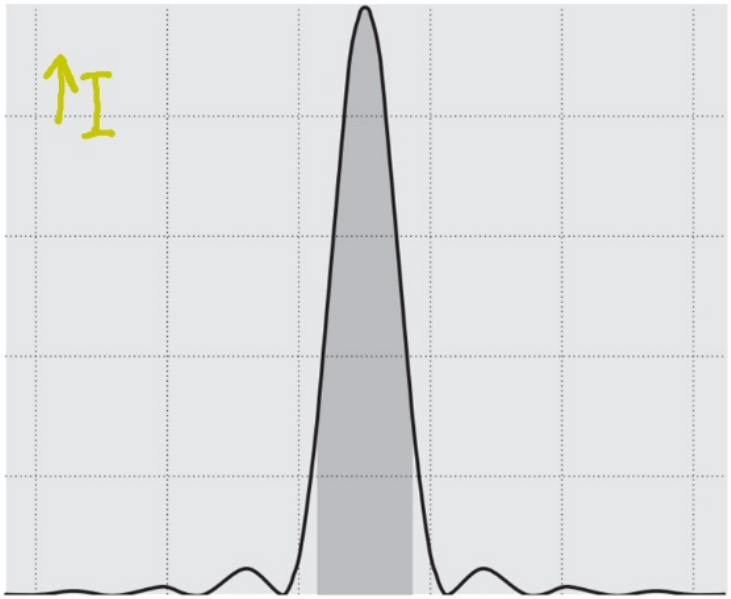
- **a** Bereken de minimale onbepaaldheid Δp van de impuls.
- **b** Bereken met $\Delta v = \frac{\Delta p}{m}$ hoe groot de onbepaaldheid in de snelheid van het elektron hierdoor is.

30 Jeannette, met een massa van 58 kg, loopt over straat met een snelheid van 1,2 m/s.

- **a** Bereken haar golflengte.
- **b** Hoeveel keer zo groot of zo klein is dit ongeveer in vergelijking met de grootte van een atoom?
- **c** Stel dat de onbepaaldheid in haar plaats ongeveer zo groot als een atoom zou zijn. Bereken dan de onbepaaldheid van haar impuls.
- **d** Bereken wat hieruit volgt over de onbepaaldheid in haar snelheid.



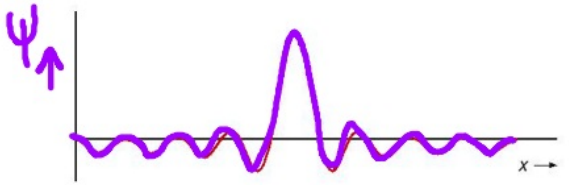
31 a en b Zie onderstaande figuur.



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

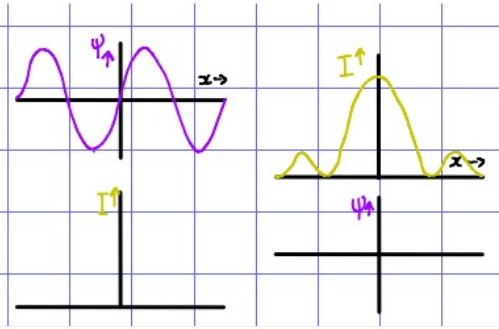
§ 19.3 Waarschijnlijkheid en complement.

31 Figuur 19.24 is een weergave van de golffunctie van een deeltje.



▲ **Figuur 19.24**

a Maak een schets van de bijbehorende kansverdeling om het deeltje bij een plaatsmeting aan te treffen.
b Geef in je schets een schatting aan van de onbepaaldheid Δx, dus van het gebied waarin de kans om het deeltje aan te treffen ongeveer 70% is.



§ 19.4 Deeltjes in een put

15. Drie kwesties aangaande de bouw van de materie die nog openstonden in 1900:

1. Waardoor blijft het elektron bij de kern?

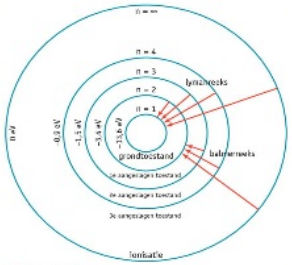
$E_{tot} = E_k + E_{el}$

$E_n = \frac{1}{2} m v_n^2 + \frac{f \cdot e^2}{r_n}$

$\frac{1}{2} m v_n^2$: ↑ 13,6 eV

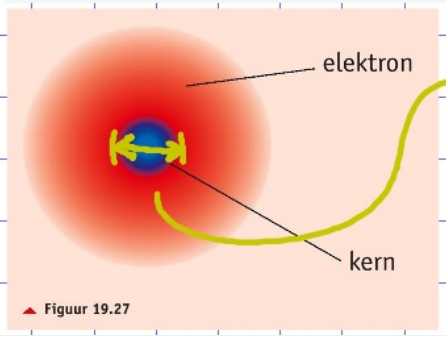
$\frac{f \cdot e^2}{r_n}$: ↑ -27,2 eV

te weinig E_k om te ontsnappen ←



▲ Figuur 12.38

2. Waarom stort het elektron niet op de kern neer?



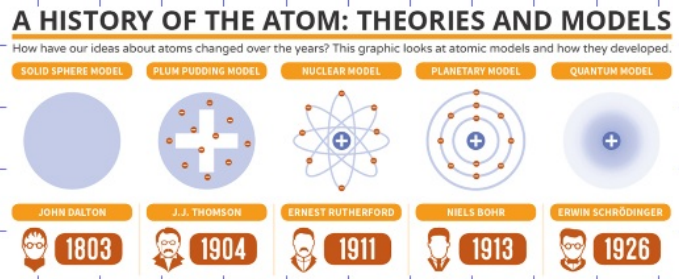
▲ Figuur 19.27

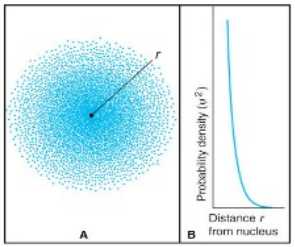
als λ klein, dan p groot, want $p = \frac{h}{\lambda}$

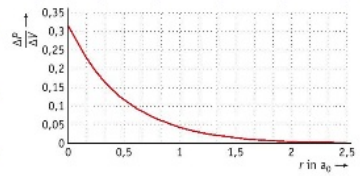
en E_k dus ook groot,

want $E_k = \frac{p^2}{2m_e}$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica







▲ **Figuur 19.3** De waarschijnlijkheid per volume-eenheid van een elektron in de grondtoestand van het H-atoom

Quantum visualisations (YouTube)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m_e} = \frac{h^2}{2 \cdot m_e \cdot \lambda^2}$$

$$\left(y = \frac{1}{r^2}\right) \qquad y = r^{-2}$$

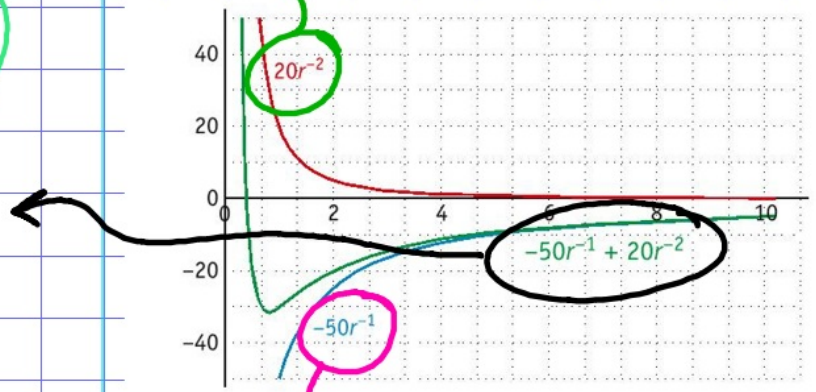
"Want de golflengte die bij een elektron hoort wordt beperkt door de ruimte waarbinnen het elektron opgesloten zit. Deze ruimte hangt af van r zodat λ zich liniair verhoudt tot r en dus λ^2 ook tot r^2."

Functie van de totale energie E_{tot} tegen de afstand tot de kern r.

Is een somfunctie, dus de functies voor E_{el} en E_k bij elkaar opgeteld levert deze functie op. De functie heeft ergens een minimum. Dit is de afstand waar de grootste waarschijnlijkheid is om het elektron aan te treffen.

$$E_e = -\frac{f \cdot e^2}{r} = -f \cdot e^2 \cdot r^{-1}$$

$$\left(y = -\frac{1}{r}\right) \qquad y = -r^{-1}$$



Figuur 19.28 Iedere functie van de vorm $-|a|\ r^{-1} + |b|\ r^{-2}$ heeft ergens een minimum.

Natuurkundig principe: een niet-geïsoleerd systeem waarin energiesoorten uitgewisseld kunnen worden zal op den duur neigen naar een toestand van zo laag mogelijke totale energie door verliezen naar buiten door bijv. wrijving.

19.4 Deeltjes in een put

33 De afgeleide nul stellen levert $5r^{-2} - 14r^{-3} = 0$, dus $r = 14/5 = 2{,}8$. De functie krijgt dan de waarde $-0{,}89$.

34 a Orde van grootte houdt in dat alleen naar de macht van 10 wordt gekeken, en niet naar het getal (tussen 0 en 1) dat ervoor staat. Invullen van de waarden voor h, m_e, f en e levert dan het gevraagde resultaat.

b De afgeleide gelijk aan nul stellen levert $r = 2 \cdot 10^{-9}$. Afronden op de orde van grootte geeft dus 10^{-9} m.

35 a Invullen geeft:

$$p = \sqrt{2mE_k} \approx \sqrt{2 \times 9 \cdot 10^{-31} \times 10^{-18}}$$

$$\approx \sqrt{10^{-48}} = 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b Er is geen gebiedje Δp dat in orde van grootte kleiner is dan p, en waar toch een flink deel van het golfpakket in past.

c Uit de onbepaaldheidsrelatie volgt

$$\Delta x \geq \frac{h}{4\pi\,\Delta p} \text{ dus } \Delta x \geq \frac{10^{-33}}{10^{1} \times 10^{-24}}$$

dus $\Delta x \geq 10^{-10}$.

Het atoom moet minimaal ongeveer deze grootte hebben.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

Bereken het minimum van de functie $-5r^{-1} + 7r^{-2}$.

De in deze bron besproken methoden leveren geen nauwkeurige resultaten maar zijn wel geschikt om bijvoorbeeld een ruwe schatting van de orde van grootte van een systeem te geven.
In de formule voor de energie van het elektron :

$$E = \frac{h^2}{2m_e\lambda^2} - \frac{fe^2}{r}$$

vul de waarden in

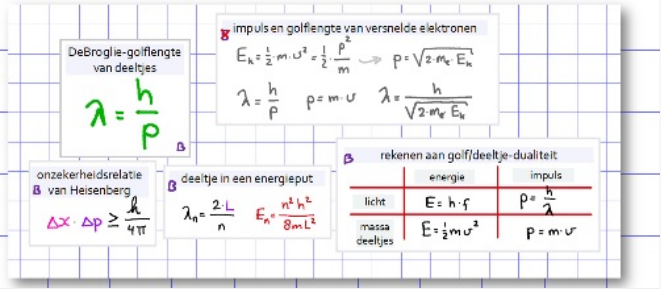
nemen we $\lambda \approx r$ en we kijken alleen naar de orde van grootte, niet naar precieze waarden. Dit geeft:

$$E = -\frac{10^{-28}}{r} + \frac{10^{-37}}{r^2}$$

stel 1e afgeleide nul

a Toon dit aan.

b Bereken bij welke r het minimum van E bereikt wordt.



35
a. $p = \sqrt{2 \cdot m_e \cdot E_k} = \sqrt{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot 10^{-18}} = 1 \cdot 10^{-24}$ kg · m/s

19.4 Deeltjes in een put

33 De afgeleide nul stellen levert $5r^{-2} - 14r^{-3} = 0$, dus $r = 14/5 = 2{,}8$. De functie krijgt dan de waarde $-0{,}89$.

34 a Orde van grootte houdt in dat alleen naar de macht van 10 wordt gekeken, en niet naar het getal (tussen 0 en 1) dat ervoor staat. Invullen van de waarden voor h, m_e, f en e levert dan het gevraagde resultaat.

b De afgeleide gelijk aan nul stellen levert $r = 2 \cdot 10^{-9}$. Afronden op de orde van grootte geeft dus 10^{-9} m.

35 a Invullen geeft:

$$p = \sqrt{2mE_k} \approx \sqrt{2 \times 9 \cdot 10^{-31} \times 10^{-18}}$$

$$\approx \sqrt{10^{-48}} = 10^{-24} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

b Er is geen gebiedje Δp dat in orde van grootte kleiner is dan p, en waar toch een flink deel van het golfpakket in past.

c Uit de onbepaaldheidsrelatie volgt

$$\Delta x \geq \frac{h}{4\pi\,\Delta p} \text{ dus } \Delta x \geq \frac{10^{-33}}{10^{1} \times 10^{-24}}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

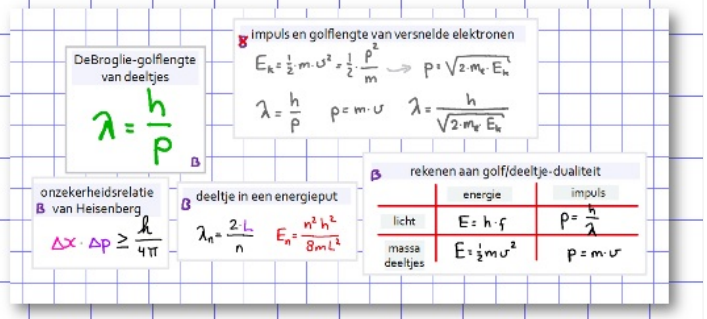
§ 19.4 Deeltjes in een put

35 Uit het spectrum van waterstof kan worden geschat dat de kinetische energie van het elektron in de grondtoestand in de orde van 10^{-18} J moet zijn. De impuls is dan in de orde van 10^{-24} kg · m · s^{-1}.

a Toon dit aan.

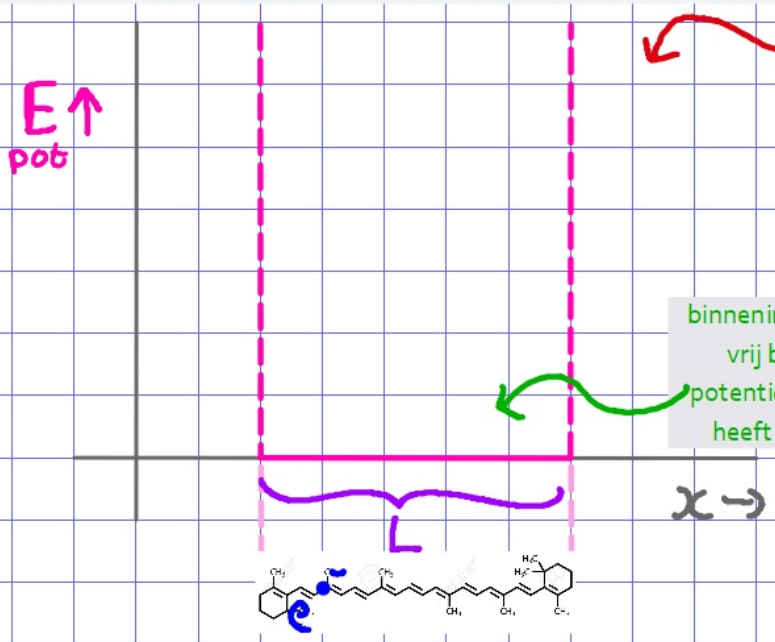
b Het golfpakket van het elektron is symmetrisch. De impulswaarde $-p$ is even sterk aanwezig als $+p$. Leg uit dat Δp dan van dezelfde orde van grootte is als p zelf.

c Gebruik de onbepaaldheidsrelatie van Heisenberg om een conclusie te trekken over de orde van grootte van het atoom.



16. Een elektron dat opgesloten zit in een waterstofatoom is een voorbeeld van een **deeltje in een energieput**. Andere voorbeelden zijn een elektron dat in een blokje metaal opgesloten zit of in een molecuul.

Zulke energieputten kunnen 1, 2 of 3-dimensionaal zijn. **Voorbeeld** van een 1D-energieput: een langwerpig molecuul.



buiten het molecuul is er elektrische potentiële energie tussen het elektron en het nu positief geladen molecuul

binnenin het molecuul kan het elektron vrij bewegen en is de elektrische potentiële energie nul dus het elektron heeft hier alleen kinetische energie

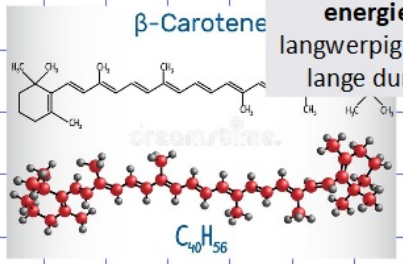
caroteen-molecuul met lengte L

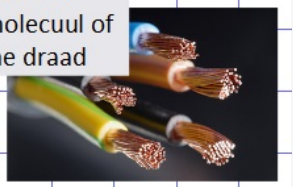
Infinite Square Well (animatie, wiki)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

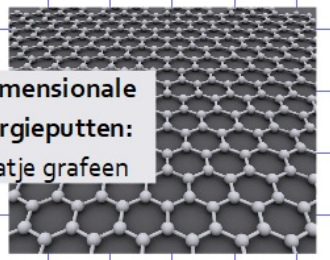
§ 19.4 Deeltjes in een put

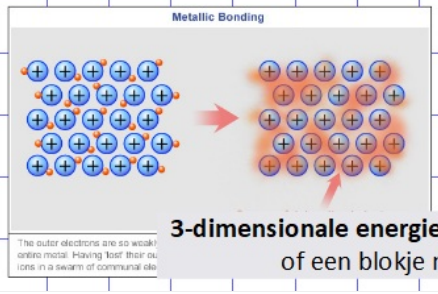
1-dimensionale energieputten: langwerpig molecuul of lange dunne draad

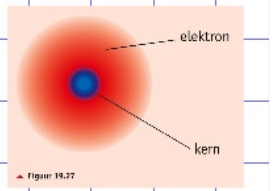




2-dimensionale energieputten: plaatje grafeen





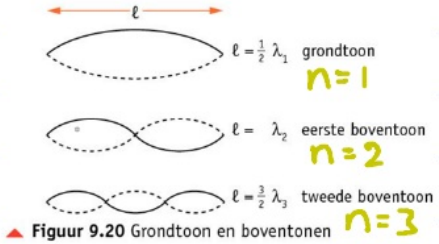


3-dimensionale energieputten: atomen of een blokje metaal

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

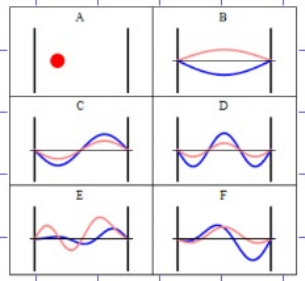
§ 19.4 Deeltjes in een put

16 (vervolg). De **golffunctie** van een elektron in een energieput is als een **staande golf in een snaar** die aan twee uiteinden vast zit. De golf in zo'n snaar zit ook opgesloten, net als een elektron in een atoom of molecuul.



Figuur 9.20 Grondtoon en boventonen

Figuur 19.29 Staande golven in een snaar



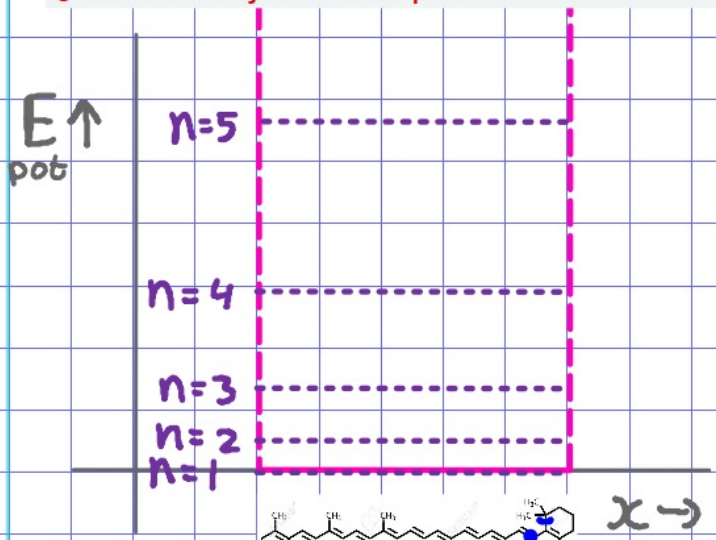
Aangeslagen toestanden van het atoom of molecuul kunnen voorgesteld worden als dat de golffunctie van een elektron in een **boventoon** trilt. Je kunt de energie van een toestand uitrekenen met:

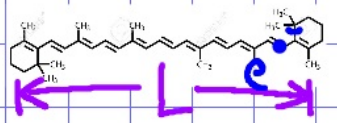
$$\lambda_n = \frac{2L}{n} \qquad p = \frac{h \cdot n}{2L} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$$

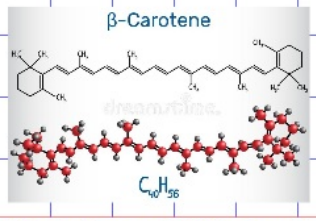
$$p = \frac{h}{\lambda} \qquad E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$$

Let op: in de energieput is alle energie van het elektron kinetisch, dus voor E_n kun je ook E_k schrijven.

Let op: in een energieput met kleine L liggen de energieniveaus dus hoger dan in bij grote L.





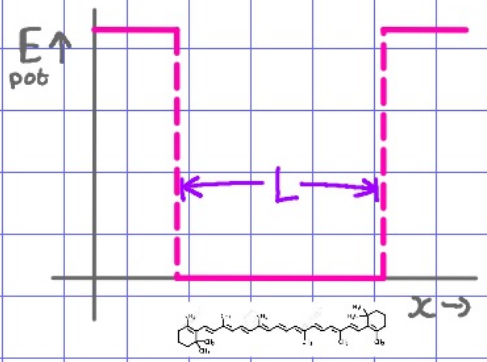


Infinite Square Well (animatie, wiki)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

Bordoefening 8. Een molecuul beta-caroteen heeft een lengte van 17 nm. Reken uit:
a. De golflengte van elektron in de grondtoestand van dit molecuul.
b. De impuls van het elektron in de grondtoestand.
c. De energie van de grondtoestand.
d. De energie van de eerste aangeslagen toestand.
e. De golflengte van de uitgezonden EM-straling bij verval van de eerste aangeslagen toestand naar de grondtoestand.



Bordoefening 8.

a. $\lambda_1 = \frac{2 \cdot 17 \cdot 10^{-9}}{1} =$

b. $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{34\ 10^{-9}\ m} =$

c. $E_1 = \frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (17 \cdot 10^{-9})^2} = 2{,}08 \cdot 10^{-22}$ J

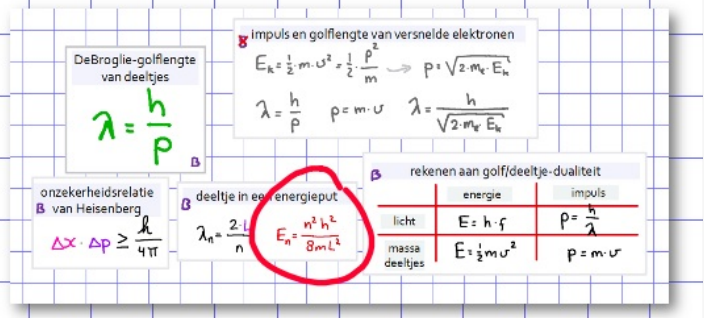
d. E

$8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{\cdots} \cdot (17 \cdot 10^{-1})$

e. $\Delta E = 8{,}34 \cdot 10^{-22} - 2{,}08 \cdot 10^{-22}$

$=$ J

$\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} \; ; \cdot 10^{-4}\ m$



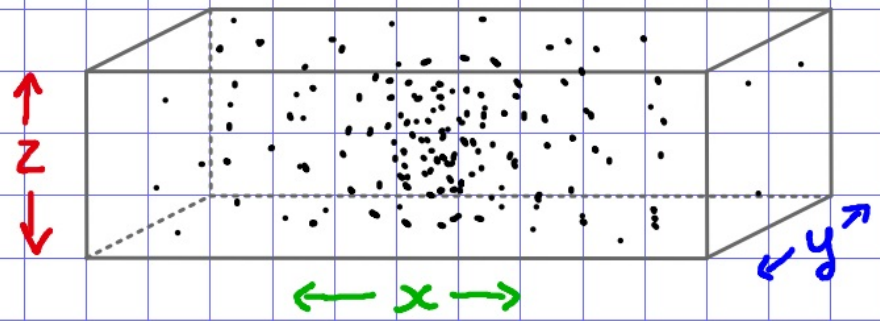
16 (vervolg). De inzichten aangaande het deeltje in een 1-dimensionale energieput kunnen ook **in drie dimensies** beschouwd worden.

B deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

Voorbeeld 1:

$n_x = 1$
$n_y = 1$
$n_z = 1$



De totale energie van het elektron in een 3D-energie-put is een **optelling van de energiebijdragen** van de x-, y- en z-richtingen:

x-richting: $E_{n_x} = \frac{n_x^2 \cdot h^2}{8 m L_x^2}$

y-richting: $E_{n_y} = \frac{n_y^2 \cdot h^2}{8 m L_y^2}$

z-richting: $E_{n_z} = \frac{n_z^2 \cdot h^2}{8 m L_z^2}$

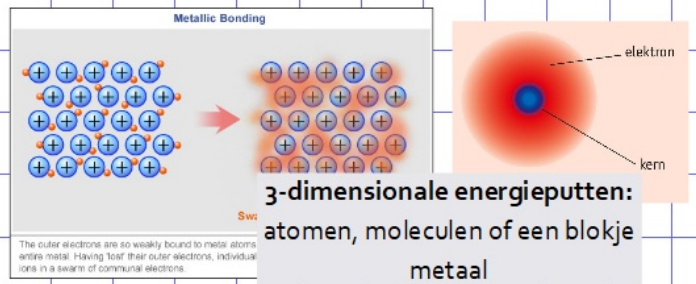
optellen

$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4 L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4 L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4 L_z^2} \right)$$

$$E_k = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

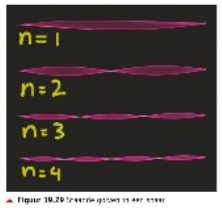
§ 19.4 Deeltjes in een put



3-dimensionale energieputten: atomen, moleculen of een blokje metaal

Bordoefening 9. Een elektron zit opgesloten in een blokje metaal met afmetingen:
L_x = 4,0 nm L_y = 8,0 nm en L_z = 3,0 nm.
Het elektron is in de laagste energietoestand.
a. In welke oriëntatie is de energiebijdrage het grootst?
b. In welke oriëntatie liggen de bijdragen aan de energieniveaus het dichtst bij elkaar?
c. Als het elektron zich in de y-richting in de n = 2 toestand bevindt, is de energiebijdrage in die richting dan groter of kleiner dan die in de x-richting?

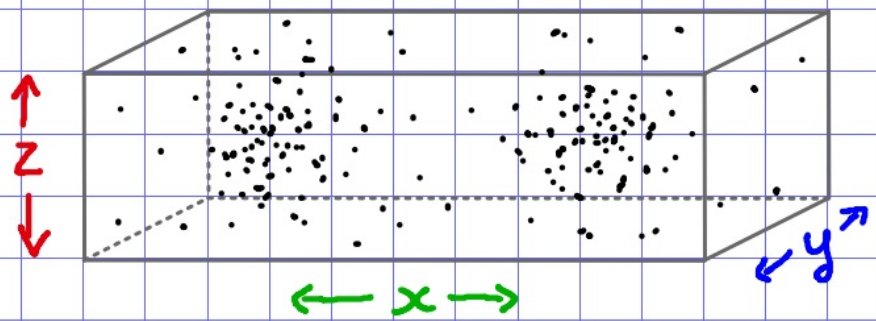
16 (vervolg). Als de **n-getallen in een of meerdere dimensies groter zijn dan 1** ontstaan er meerdere gebieden waar de waarschijnlijkheidsverdeling vh elektron groot is.



Voorbeeld 2:

een aangeslagen toestand:

$n_x = 2$
$n_y = 1$
$n_z = 1$

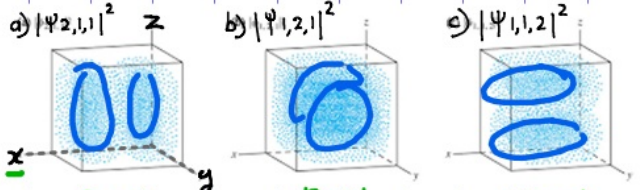


$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4L_z^2} \right)$$

De x-term is groter in deze situatie dan in die in voorbeeld 1 omdat n_x hier groter is.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put



$n_x = 2$ $n_y = 1$ $n_z = 1$

$n_x = 1$ $n_y = 2$ $n_z = 1$

$n_x = 1$ $n_y = 1$ $n_z = 2$

Bordoefening 9. Een elektron zit opgesloten in een blokje metaal met afmetingen:
$L_x = 4{,}0$ nm $L_y = 8{,}0$ nm en $L_z = 3{,}0$ nm.
Het elektron is in de laagste energietoestand.
a. In welke oriëntatie is de energiebijdrage het grootst?
b. In welke oriëntatie liggen de energieniveaus het dichtst bij elkaar?
c. Als het elektron in de y-richting in de n = 2 toestand bevindt, is de energiebijdrage in die tichting dan groter of kleiner dan die in de x-richting?

16 (vervolg). De totale energie van het elektron in de 3D-energieput hangt ook af van de afmetingen van de put.

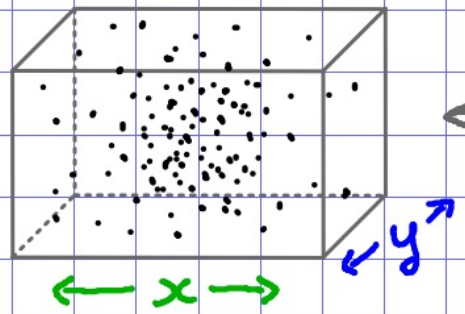
Voorbeeld 3:

grondtoestand:

$n_x = 1$

$n_y = 1$

$n_z = 1$



Andere energieput met een kleinere afmeting in de x-richting.

De x-term is hier groter dan in voorbeeld 1 omdat L_x hier kleiner is.

$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4 L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4 L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4 L_z^2} \right)$$

Bordoefening 9. Een elektron zit opgesloten in een blokje metaal met afmetingen:
$L_x = 4{,}0$ nm $L_y = 8{,}0$ nm en $L_z = 3{,}0$ nm.
Het elektron is in de laagste energietoestand.
a. In welke oriëntatie is de energiebijdrage het grootst?
b. In welke oriëntatie liggen de energieniveaus het dichtst bij elkaar?
c. Als het elektron in de y-richting in de n = 2 toestand bevindt, is de energiebijdrage in die tichting dan groter of kleiner dan die in de x-richting?

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

36 **a** Leg uit dat de nulpuntsenergie van het deeltje in een energieput gelijk is aan de energie in de grondtoestand.

b Leg uit dat geldt dat $E_n = n^2 E_1$.

37 Een elektron kan vrij bewegen binnen een metalen blokje met in de *x*-richting een lengte van 10 µm. Beschouw het elektron als een staande golf in het blokje.

a Hoe groot is in de *x*-richting de maximale golflengte λ_x van het elektron?

b Bereken de minimale impuls p_x in *x*-richting.

c Bereken de kinetische energie van de beweging in de *x*-richting.

d De totale kinetische energie wordt gegeven door

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

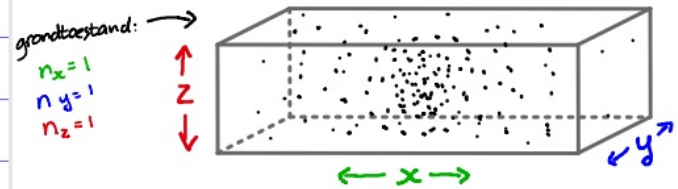
Het blokje heeft in de *y*-richting een lengte van 100 µm en in de *z*-richting een lengte van 1,0 µm. Bereken de kinetische energie van de bewegingen in de *x*-richting en de bewegingen in de *y*-richting.

e Bereken de minimale waarde van de totale kinetische energie.

---

36 In de grondtoestand heeft het deeltje alleen kinetische energie omdat de potentiele energie nul is. In het Bohr-model was dit de zogenaamde nulpuntsenergie.

37



$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4L_z^2} \right)$$

a. $\lambda_x = \frac{2 \cdot L_x}{n_x} = \frac{2 \cdot 10 \cdot 10^{-9}}{1} = 20\ \mu m$

b. $p = \frac{h}{\lambda} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{20 \cdot 10^{-6}} = 3{,}313 \cdot 10^{-29}\ kg \cdot m/s$

c. $E_{k,x} = \frac{1}{2} \cdot \frac{p_x^2}{m} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(3{,}313 \cdot 10^{-29})^2}{9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 6{,}0 \cdot 10^{-28}\ J$

$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$ $\quad p = \frac{h \cdot n}{2 \cdot L}$ $\quad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$

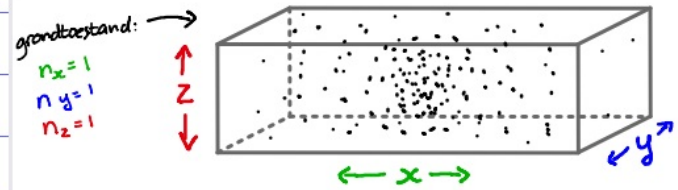
$p = \frac{h}{\lambda}$ $\quad E_k = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m}$

B deeltje in een energieput

$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n}$ $\quad E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$

Nuttige opgaven uit hoofdstuk: 4, 14, 16, 22, 23, 25, 27, 29, 30, 31, 35a, 37, 38ab, 39, 41, 42, 43, 46, 48, 49, 50 en alle toepassingen. CE's vanaf 2016.

37



$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4L_z^2} \right)$$

37 **a** De breedte van het blokje is minimaal 0,5 golflengte. De maximale golflengte is dan 20 µm.

b Invullen van $\lambda = 20$ µm in $p_x = \frac{h}{\lambda}$ geeft
$p_x = 3{,}3 \cdot 10^{-29}$ kg·m·s^{-1}

c $E_1 = \frac{p^2}{2m}$ en $p^2 = p_x^2 + p_y^2 + p_z^2$

De bijdrage van p_x is dus

$$\frac{(3{,}3 \cdot 10^{-29})^2}{2 \times 9{,}11 \cdot 10^{-31}} = 6{,}0 \cdot 10^{-28} \text{ J}$$

d bijdrage p_y: $6{,}0 \cdot 10^{-30}$ J
bijdrage p_z: $6{,}0 \cdot 10^{-26}$ J

e kinetische energie totaal: $6{,}0 \cdot 10^{-26}$ J

dus p_y is 100x zo klein als p_x

$L_y = 10 \cdot L_x$

Nuttige opgaven uit hoofdstuk: 4, 14, 16, 22, 23, 25, 27, 29, 30, 31, 35a, 37, 38ab, 39, 41, 42, 43, 46, 48, 49, 50 en alle toepassingen. CE's vanaf 2016.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

36 **a** Leg uit dat de nulpuntsenergie van het deeltje in een energieput gelijk is aan de energie in de grondtoestand.

b Leg uit dat geldt dat $E_n = n^2 E_1$.

37 Een elektron kan vrij bewegen binnen een metalen blokje met in de x-richting een lengte van 10 µm. Beschouw het elektron als een staande golf in het blokje.

a Hoe groot is in de x-richting de maximale golflengte λ_x van het elektron?

b Bereken de minimale impuls p_x in x-richting.

c Bereken de kinetische energie van de beweging in de x-richting.

d De totale kinetische energie wordt gegeven door

$$E_k = \frac{p^2}{2m} = \frac{p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}{2m}$$

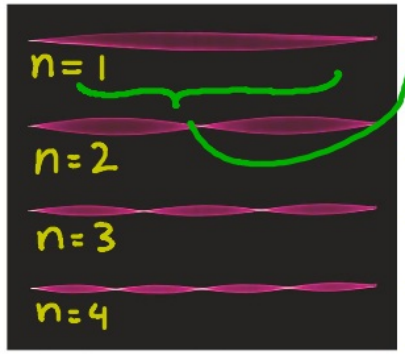
Het blokje heeft in de y-richting een lengte van 100 µm en in de z-richting een lengte van 1,0 µm. Bereken de kinetische energie van de bewegingen in de x-richting en de bewegingen in de y-richting.

e Bereken de minimale waarde van de totale kinetische energie.

38

a. $\lambda_1 = \frac{2 \cdot L}{1} = 2 \cdot 100\ \mu m = 200\ \mu m$

b.



→ opgeveer... 80 µm

▲ **Figuur 19.29** Staande golven in een snaar

38 a De golflengte is maximaal 2 × de lengte van het draadje, dus 200 µm.

b Wat kleiner,want de waarschijnlijkheid piekt in het midden en is bij de rand heel klein, dus ongeveer 100 µm = $1 \cdot 10^{-4}$ m.

c Het betreft een staande golf die het gevolg is van

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

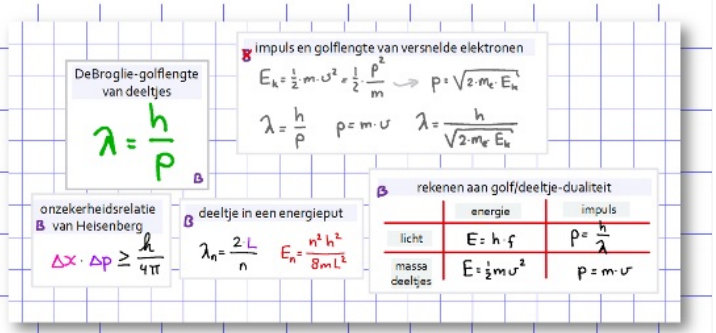
38 Een elektron kan vrij bewegen door een zilverdraadje dat stilligt langs de *x*-as. Het draadje heeft een lengte van 100 µm en het elektron bevindt zich in de laagst mogelijke energietoestand.

a Bereken de golflengte λ_x in de *x*-richting.

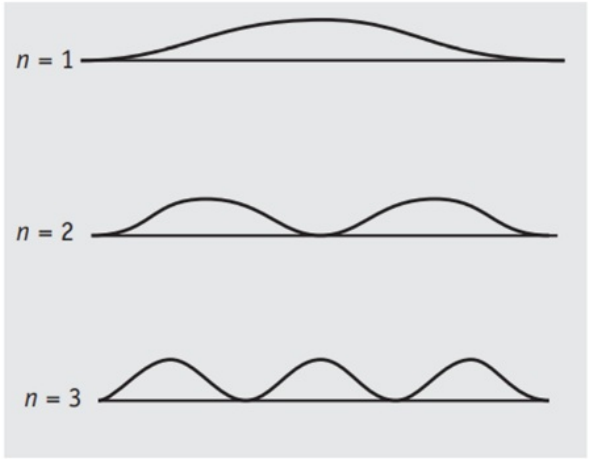
b Geef met behulp van de golflengte een schatting van de onbepaaldheid Δx.

c Leg uit dat de elektronengolf de som moet zijn van een golf met $p_x = +\frac{h}{\lambda_x}$ en een met $p_x = -\frac{h}{\lambda_x}$ en geef een schatting van de onbepaaldheid Δp_x.

d Laat zien dat er is voldaan aan de onbepaaldheids-relatie van Heisenberg.



39 a Zie onderstaand figuur.



b Invullen in de formule voor de energie geeft:

$$E_1 = \frac{h^2}{8mL^2} = \frac{(6{,}63 \cdot 10^{-30})^2}{8 \times 9{,}11 \times \cdot 10^{-31} \times (1{,}0 \cdot 10^{-9})^2} = 6{,}0 \cdot 10^{-21}\ \text{J}$$

$E_2 = 2^2\, E_1 = 2{,}4 \cdot 10^{-20}$ J

c $E_1 = E_2 - E_1 = 1{,}8 \cdot 10^{-20}$ J

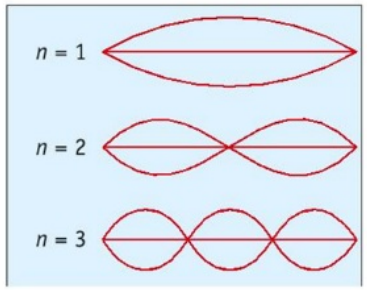
$f = \frac{E}{h} = 2{,}7 \cdot 10^{13}$ Hz

d Dit is straling in het ver infrarood.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

39 In figuur 19.30 worden drie golftoestanden weergegeven van een elektron in een energieput.



▲ **Figuur 19.30**

a Neem de figuur over en schets bij elk van de toestanden de bijbehorende kansverdeling om het deeltje aan te treffen, als je in de put een plaatsmeting zou doen.

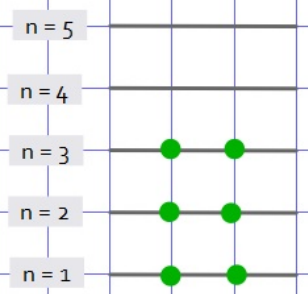
b De energieput heeft een lengte van 1,0 nm. Bereken de energie E_1 van de grondtoestand en de energie E_2 van de eerste aangeslagen toestand.

c Een elektron vervalt van E_2 naar E_1, onder uitzending van een foton. Bereken de frequentie van dit foton.

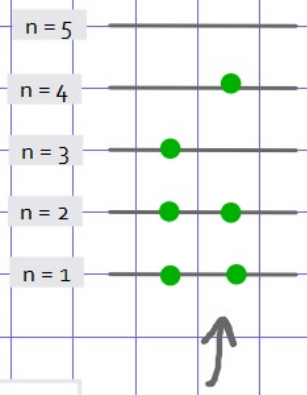
d In welk deel van het spectrum wordt deze straling uitgezonden?

16 (vervolg). In een atoom anders dan waterstof of in molculen zitten **meerdere elektronen**. De elektronen vullen de onderste energieniveau's (max. 2 per niveau) en alleen de elektronen uit de hogere, gevulde energieniveau's springen doorgaans naar nog hogere, lege niveau's.

koolstofatoom, grondtoestand

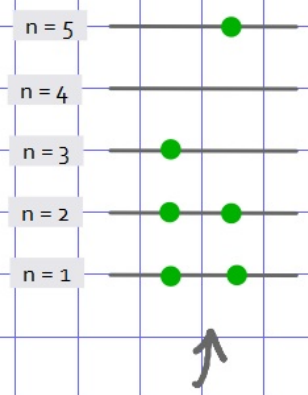


koolstofatoom, laagst mogelijke aangeslagen toestand



zo aanslaan: $\Delta E = E_4 - E_3$

koolstofatoom, hogere aangeslagen toestand



zo aanslaan: $\Delta E = E_5 - E_3$

deeltje in een energieput

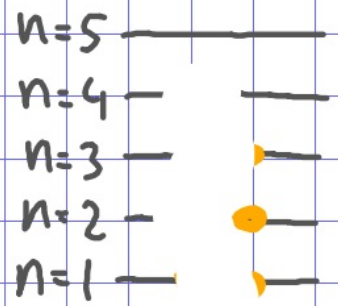
B

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

Bordoefening 10. Een bepaald molecuul met een lengte van 12,0 nm heeft zeven elektronen die er vrij doorheen kunnen bewegen.
a. Teken een diagram van de grondtoestand van dit molecuul.
b. Bereken de energie die nodig is om dit molecuul vanuit de grondtoestand aan te slaan naar de laagst mogelijke aangeslagen toestand.

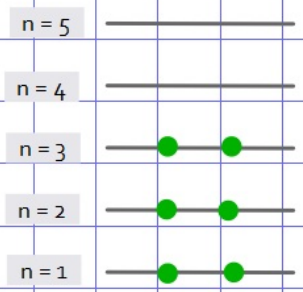


Hoofdstuk 19: Quantumfysica

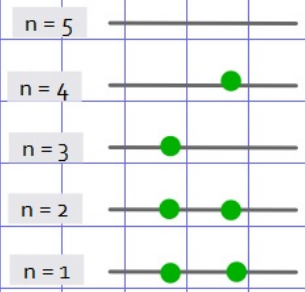
§ 19.4 Deeltjes in een put

Bordoefening 10. Een bepaald molecuul met een lengte van 12,0 nm heeft zeven elektronen die er vrij doorheen kunnen bewegen.
a. Teken een diagram van de grondtoestand van dit molecuul.
b. Bereken de energie die nodig is om dit molecuul vanuit de grondtoestand aan te slaan naar de laagst mogelijke aangeslagen toestand.

koolstofatoom, grondtoestand



koolstofatoom, laagst mogelijke aangeslagen toestand



B deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

Bordoefening 10.

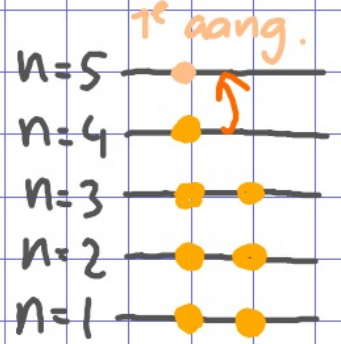
$E_4 = \dots$

$E_4 = \dots$

$\Delta E = \dots$ J

$\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E}$

$= \dots$ m



17 en 18. Het deeltje-in-een-energieputmodel kan gebruikt worden om een ruwe bepaling te doen van de **grootte van energieputten** (zoals langwerpige moleculen).

$$\Delta E = E_2 - E_1 = 10\ eV = 10^{-19}\ J$$

$$\Delta E = \frac{2^2 h^2}{8mL^2} - \frac{1^2 h^2}{8mL^2} = 3 \cdot \frac{h^2}{8mL^2}$$

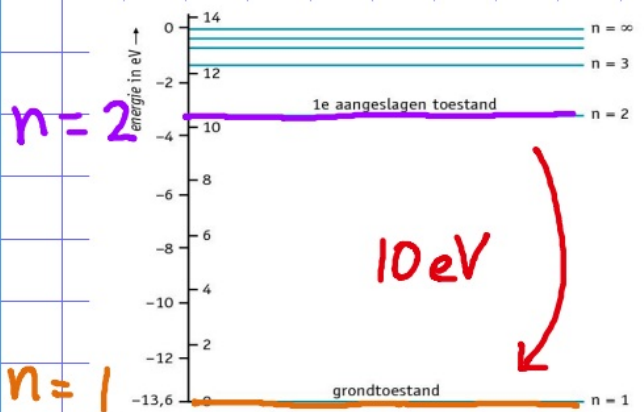
L kun je nu uitrekenen

$$L = \sqrt{\frac{3 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 10^{-19}}} = \ldots\ m$$

$L = \ldots$ → $r = \frac{1}{2} \cdot L = \ldots$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

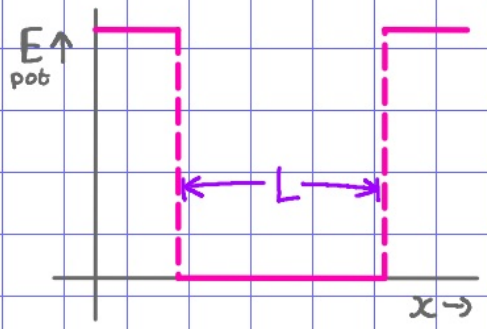


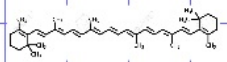
Figuur 12.37 Energieniveauschema van waterstof

Bordoefening 11. Stel je een waterstofatoom voor als een ééndimensionale energieput. Bereken de lengte ("de diameter") van het waterstofatoom m.b.v. de gegevens op deze pagina.

Zoek de straal r van het waterstofatoom op in Binas en bedenk of een ééndimensionale energieput een goede benadering is.

Bordoefening 8 (opnieuw).





Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

Bordoefening 8. Een molecuul beta-caroteen heeft een lengte van 17 nm. Reken uit:

a. De golflengte van elektron in de grondtoestand van dit molecuul.

b. De impuls en energie van het elektron in deze grondtoestand.

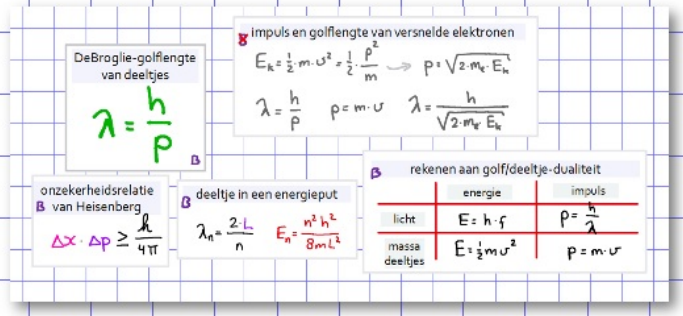
c. De energie van de grondtoestand.

d. De energie van de eerste aangeslagen toestand.

e. De golflengte van de uitgezonden EM-straling bij verval van de eerste aangeslagen toestand naar de grondtoestand.

2,3 nm

er zitten 22 "mobiele" elektronen in caroteen



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

41 Lees eerst bron 19.
Spectraallijnen van grote moleculen liggen vooral in het infrarode en zichtbare deel van het spectrum, die van atomen grotendeels in het ultraviolet.
Atoomkernen zenden gammastraling uit.
De frequenties van de spectraallijnen nemen blijkbaar toe naarmate de lichamen die ze uitzenden kleiner worden. Geef hiervoor een verklaring.

a Waarom kun je verwachten dat in grotere moleculen energieniveaus met kleinere verschillen bestaan?

b Atomen zenden bij energie-overgangen fotonen uit met een energie van enkele eV. Geef met behulp van het model uit bron 16 een schatting van de grootte van een atoom.

c Atoomkernen zenden γ-fotonen uit, met een energie van enkele MeV. Schat de grootte van een atoomkern.

41

a. $E_n = \frac{n^2 \cdot h^2}{8mL^2}$ ← als deze groot, dan E_n klein en de verschillen tussen de niveaus ook

voorbeeld:
100 - 20 = 80
vs.
25 - 5 = 20

b. $1\ eV = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ J$ invullen in $E = \frac{n^2 h^2}{8mL^2}$

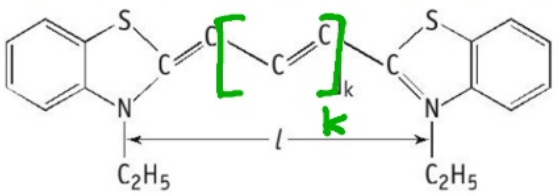
neem aan dat deze energie hoort bij $n = 1$

$$L = \sqrt{\frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot E}} = \sqrt{\frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-19}}} = 6 \cdot 10^{-10}\ m$$

c. $1\ MeV = 1{,}6 \cdot 10^{-13}\ J$ let op: in de kern zitten protonen en neutronen gevangen, dus $m = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg$.

$$L = \sqrt{\frac{1^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-13}}} = 1 \cdot 10^{-14}\ m$$

42



▲ Figuur 19.32

B deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$

b. Voor $k = 1$ geldt: $L = 1{,}2$ nm

$$E_4 = \frac{4^2 \cdot h^2}{8 m (1{,}2)^2} = 6{,}7 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

$$E_5 = \frac{5^2 \cdot h^2}{8 m (1{,}2)^2} = 1{,}0 \cdot 10^{-18} \text{ J}$$

$\Delta E = 3{,}8 \cdot 10^{-19}$ J

c.

$$\lambda = \frac{h \cdot c}{\Delta E} = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{3{,}8 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 5{,}2 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

(520 nm)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

42 Lees voor deze opdracht eerst bron 19 en maak gebruik van het daar vermelde gegeven dat er in iedere afzonderlijke quantumtoestand maximaal twee elektronen passen. Gebruik voor deze opdracht de gegevens uit tabel 19.33 voor het molecuul met $k = 1$.

a Leg uit dat de onderste vier niveaus volledig bezet zijn als het molecuul zich in zijn laagste energietoestand bevindt.

b Bereken het energieverschil tussen het vierde en het vijfde niveau.

c Bereken de golflengte van een foton dat wordt geabsorbeerd als een elektron van het vierde naar het vijfde energieniveau gaat.

k	$N\pi$	*L* in nm	*hf* in eV berekend	*hf* in eV gemeten	kleur
0	6	0,9	3,24	2,95	geel
1	8	1,2	2,35	2,25	rood
2	10	1,5	1,84	1,91	blauw
3	12	1,8	1,51	1,63	groen
4	14	2,1	1,28	1,43	–
5	16	2,4	1,11	1,24	–

▲ Tabel 19.33

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.4 Deeltjes in een put

43 De buitenste elektronen van een bepaald molecuul gedragen zich in goede benadering als elektronen in een energieput. De energieput is 4,0 nm lang en er bevinden zich 7 elektronen in.

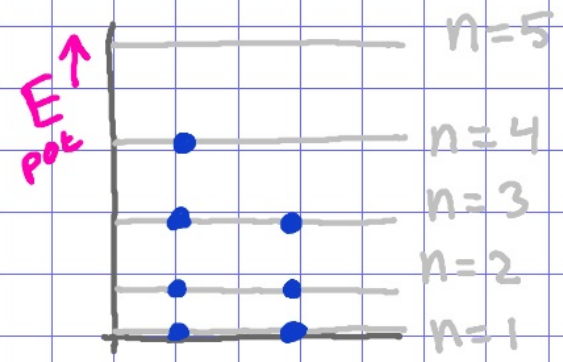
a Bepaal de grondtoestand van het systeem. Dat wil zeggen, leg uit hoe de elektronen verdeeld zijn over de energieniveaus als de totale energie minimaal is. Gebruik hierbij het gegeven dat er in een quantumtoestand maximaal twee elektronen passen (zie ook bron 19).

b Bereken de energie van de grondtoestand.

c De belangrijkste spectraallijn van de stof komt overeen met het verschil tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand. Bereken de golflengte van deze spectraallijn.

43

a.



$E_4 = \frac{4^2 \cdot h^2}{8mL^2}$ (1x)

$E_3 = \frac{3^2 \cdot h^2}{8mL^2}$ (2x)

$E_2 = \frac{2^2 \cdot h^2}{8mL^2}$ (2x)

$E_1 = \frac{1^2 \cdot h^2}{8mL^2}$ (2x)

} optellen voor totale energie v.d. toestand

b.

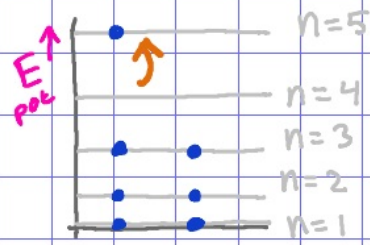
$$E_{tot} = \frac{h^2}{8mL^2} \cdot (2\times 1^2 + 2\times 2^2 + 2\times 3^2 + 1\times 4^2) \leftarrow \text{grond-toestand}$$

$$= \frac{(6{,}626\cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11\cdot 10^{-31} \cdot 4{,}0\cdot 10^{-9}} \times 46 = 1{,}7\cdot 10^{-19}\ \text{J}$$

$\lambda = \frac{hc}{\Delta E}$

1e aangeslagen ↓ toestand

c.



$$E_{tot} = \frac{h^2}{8mL^2} \cdot (2\times 1^2 + 2\times 2^2 + 2\times 3^2 + 1\times 5^2)$$

nu 55

43 a Minimale totale energie houdt in dat er zoveel

44 Golflengten: gebruik van $\lambda = \frac{hc}{E_f}$ resulteert voor de gemeten golflengten in:
869 nm voor $k = 4$
1003 nm voor $k = 5$
Deze golflengten liggen in het IR en zorgen zodoende niet voor een zichtbare kleur van de stof.

Nuttige opgaven uit hoofdstuk:
4, 14, 16, 22, 23, 25, 27, 29, 30, 31, 35a, 37, 38ab, 39, 41, 42, 43, 46, 48, 49, 50 en alle toepassingen. CE's vanaf 2016.

§ 19.4 Deeltjes in een put

43 De buitenste elektronen van een bepaald molecuul gedragen zich in goede benadering als elektronen in een energieput. De energieput is 4,0 nm lang en er bevinden zich 7 elektronen in.

a Bepaal de grondtoestand van het systeem. Dat wil zeggen, leg uit hoe de elektronen verdeeld zijn over de energieniveaus als de totale energie minimaal is. Gebruik hierbij het gegeven dat er in een quantumtoestand maximaal twee elektronen passen (zie ook bron 19).

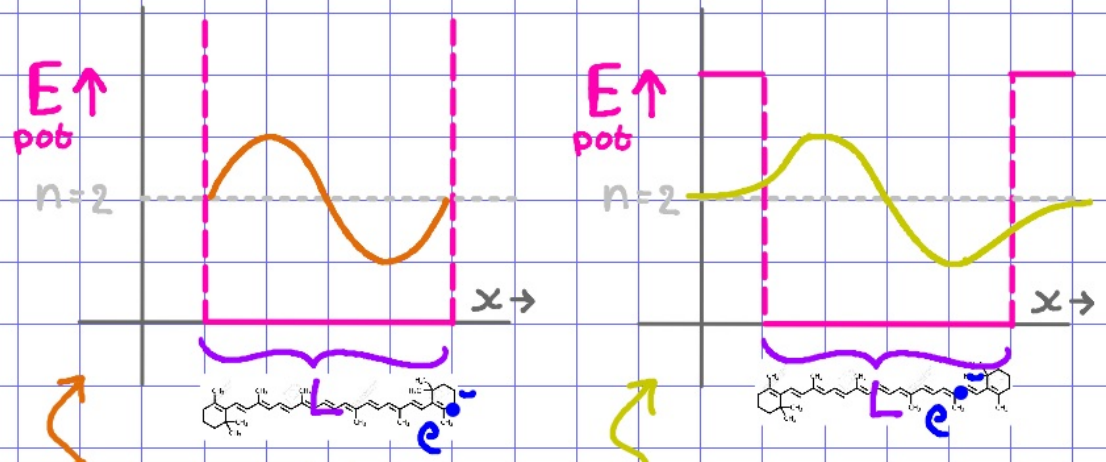
b Bereken de energie van de grondtoestand.

c De belangrijkste spectraallijn van de stof komt overeen met het verschil tussen de grondtoestand en de eerste aangeslagen toestand. Bereken de golflengte van deze spectraallijn.

44 Bereken welke golflengten worden geabsorbeerd door stoffen met $k = 4$ en $k = 5$ in tabel 19.33 en leg uit waarom er bij die stoffen geen kleur vermeld staat.

§ 19.5 Quantumtunnelen

20. Een realistischer variant van het deeltje-in-een-energieputmodel is de put met **eindig hoge "wanden"**. In zo'n energieput kan de golffunctie van een elektron een beetje doordringen in de wanden en zo op plaatsen komen waar het eigenlijk de energie niet voor heeft.



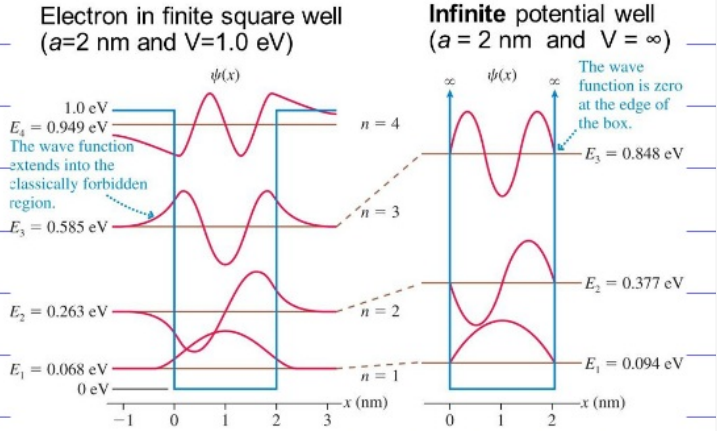
oneindig diepe put: golffunctie houdt op bij de wanden van de put. Deeltje kan put absoluut niet uit.

eindig diepe put: golffunctie dringt een beetje door in de wanden van de put wat betekent dat het deeltje een "beetje" de put uit kan.

- Buiten de put of in de wanden van de put neemt de golffuctie exponentieel af met de afstand, binnen de put is de golffunctie een sinusoïde.
- Hoe **dichter** het energieniveau van een elektron **bij de bovenkant van de put** zit, hoe dieper de functie buiten de put kan doordringen.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

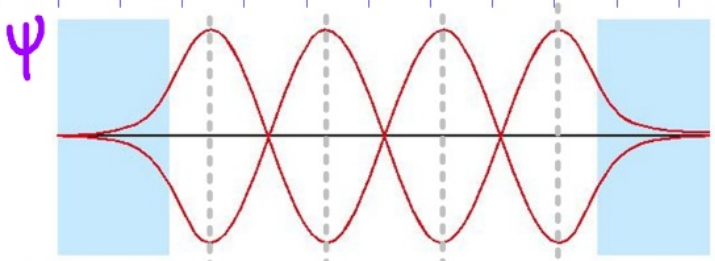
Comparison of infinite and finite potential wells



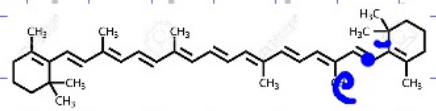
Let op: Dit zijn samengestelde figuren van een energieput met niveau n = 2 aangegeven en *daaroverheen getekend in oranje of geel* hoe de golffunctie van een deeltje in die toestand er uit ziet.

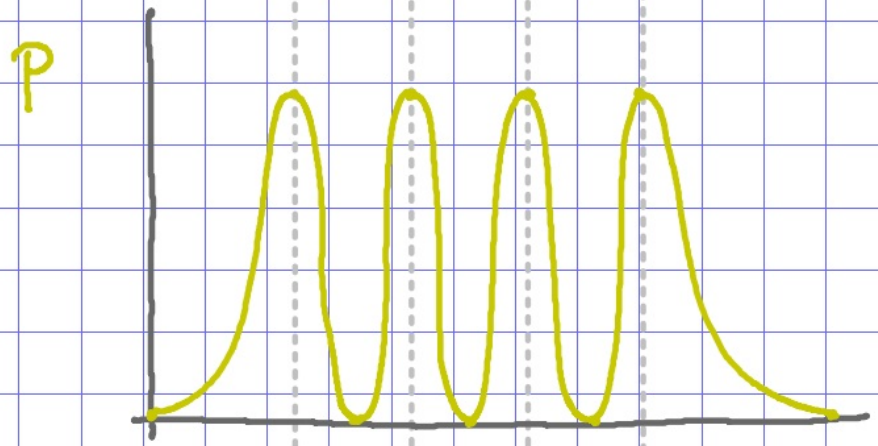
B deeltje in een energieput

$$\lambda_n = \frac{2 \cdot L}{n} \qquad E_n = \frac{n^2 h^2}{8 m L^2}$$



▲ **Figuur 19.35**





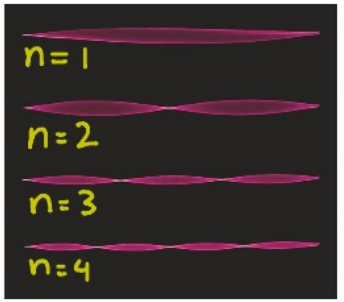
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.5 Quantumtunnelen

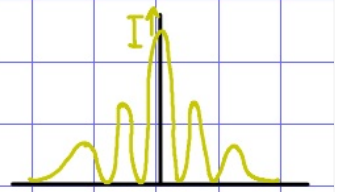
Opdrachten

46 a Leg uit welk quantumgetal *n* hoort bij de toestand van het deeltje in figuur 19.35.

b Welke kans is groter, de kans om het deeltje precies in het midden aan te treffen of net buiten de doos waarin het opgesloten zit?



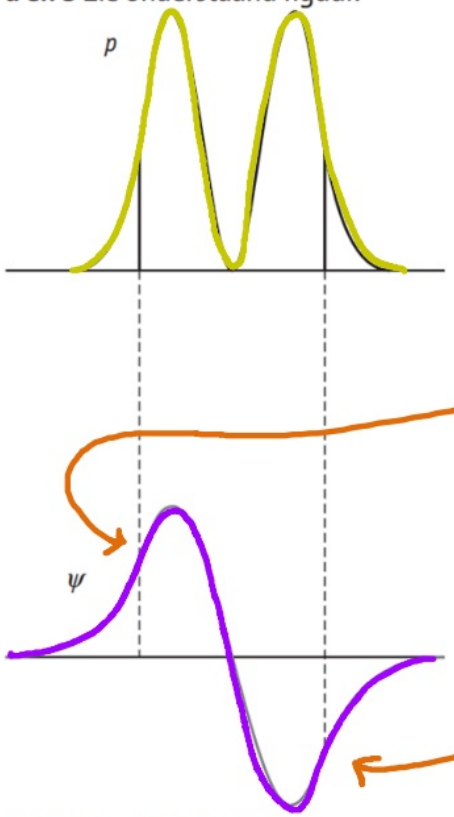
▲ **Figuur 19.29** Staande golven in een snaar



waarschijnlijkheidsverdeling →

golffunctie →

48 **a en b** Zie onderstaand figuur.



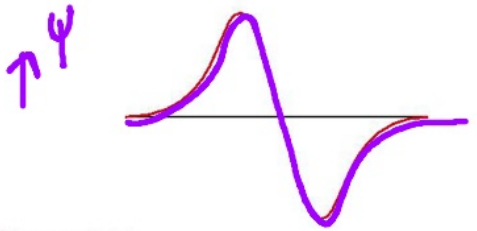
c. De sinusoïde gaat hier over in een exponentiële functie.

c Schatting: rond de 15%.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

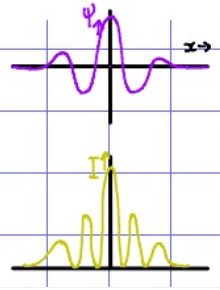
§ 19.5 Quantumtunnelen

48 Figuur 19.42 is een voorstelling van de golffunctie van een deeltje in een energieput.

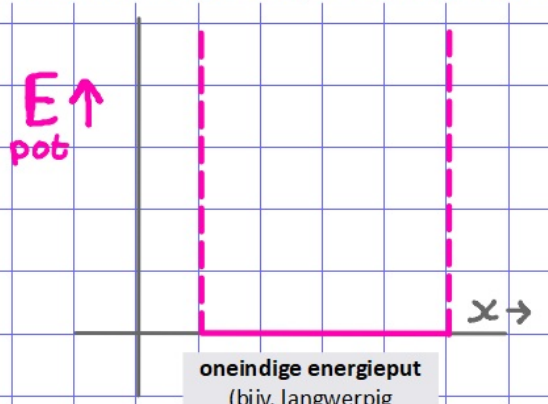


▲ **Figuur 19.36**

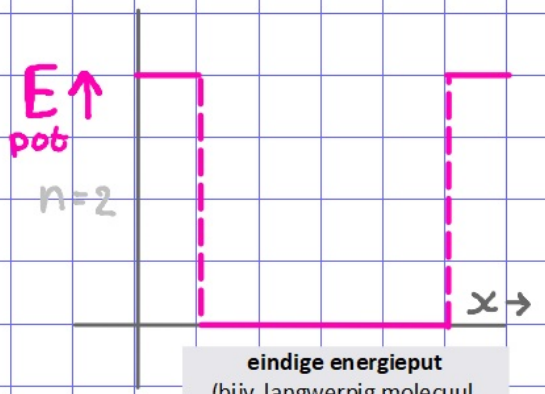
a Schets de waarschijnlijkheidsverdeling om het deeltje bij een plaatsmeting aan te treffen.
b Neem de figuur over en geef aan waar zich de rand van de energieput (ongeveer) bevindt.
c Schat aan de hand van je schets de kans om het deeltje buiten de energieput aan te treffen.



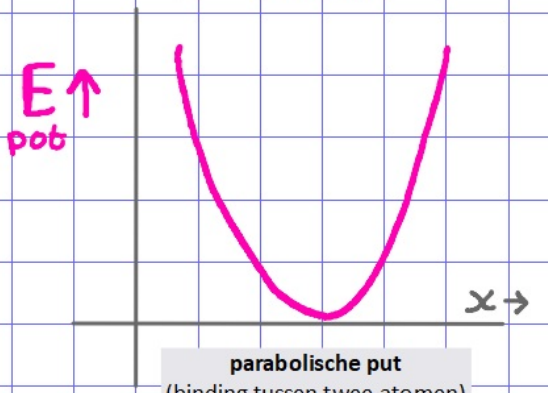
22. De **E_{pot}/x-grafiek** (dus de vorm van de energieput) kan allerlei vormen hebben, afhankelijk van het verschijnsel.



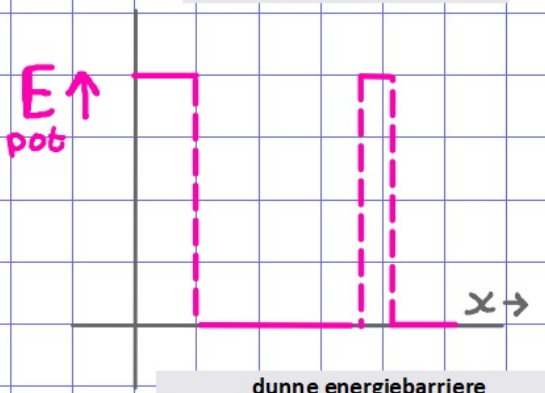
oneindige energieput
(bijv. langwerpig molecuul)



eindige energieput
(bijv. langwerpig molecuul, realistischer)



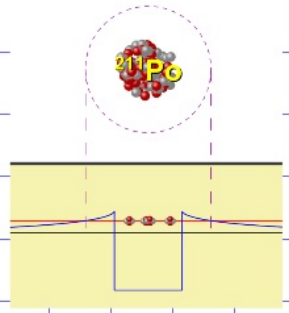
parabolische put
(binding tussen twee atomen)

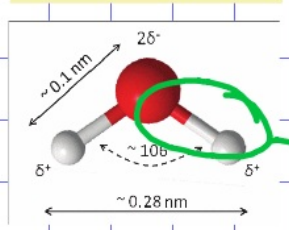


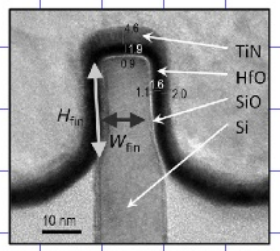
dunne energiebarriere
(isolerende ruimte tussen metalen delen in computerchip)

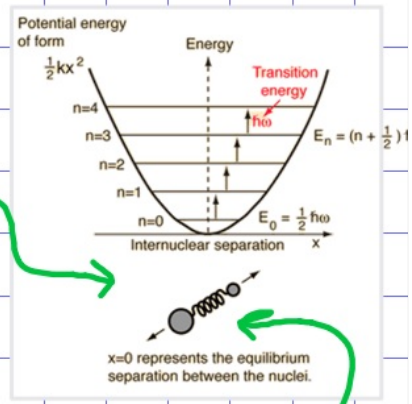
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.5 Quantumtunnelen





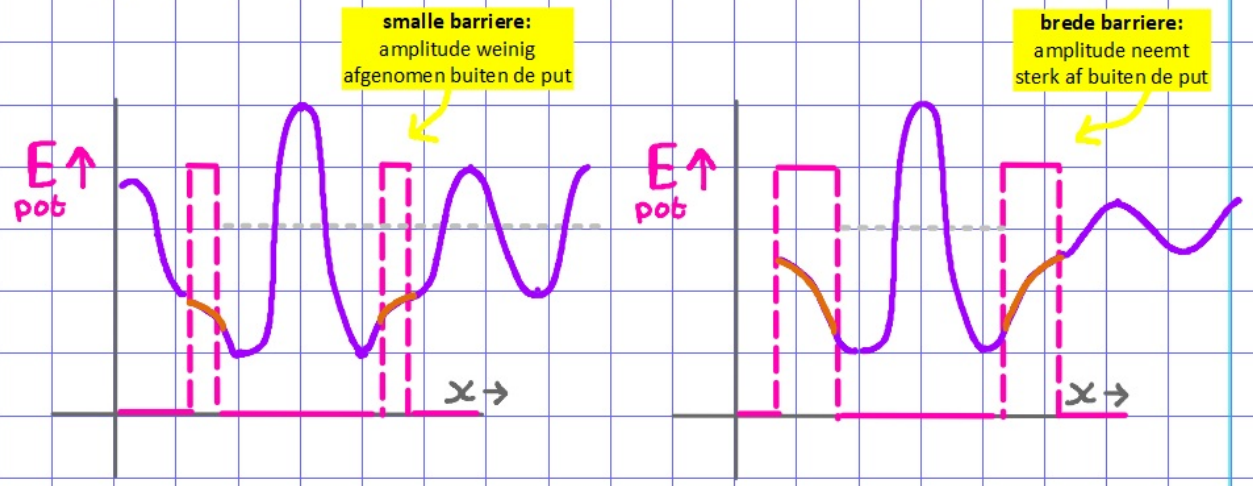


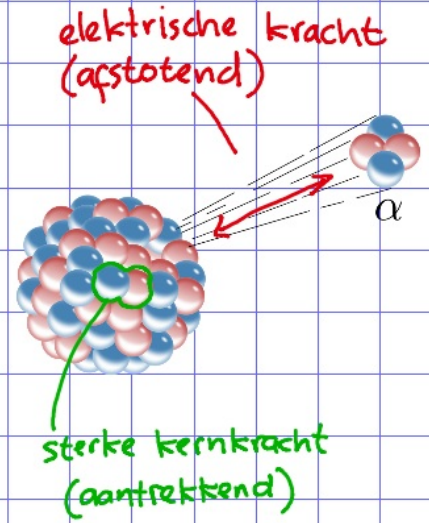


$E_{veer} = \frac{1}{2} \cdot C \cdot u^2$

22 (vervolg). Als een **energiebarriere** dun genoeg is en de golffunctie van een deeltje ver genoeg reikt kan het deeltje spontaan door de barriere heen **tunnelen**. Dit heet het **tunneleffect**. Kenmerken van het tunneleffect:

1. De amplitude van de golffunctie neemt af tijdens het tunnelen en wat er na de barriere nog van over is wordt de **nieuwe amplitude** van de golffunctie. Als de barriere breed is zal de amplitude na de barriere klein zijn. Dit betekent dat de kans om het deeltje buiten de put aan te treffen ook klein is.





Voorbeeld van een kleine kans op tunnelen: alfaverval met een grote halfwaardetijd: elke afzonderlijke kern heeft maar een kleine kans om het verval te ondergaan omdat de energiebarriëre van die isotoop breed is.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

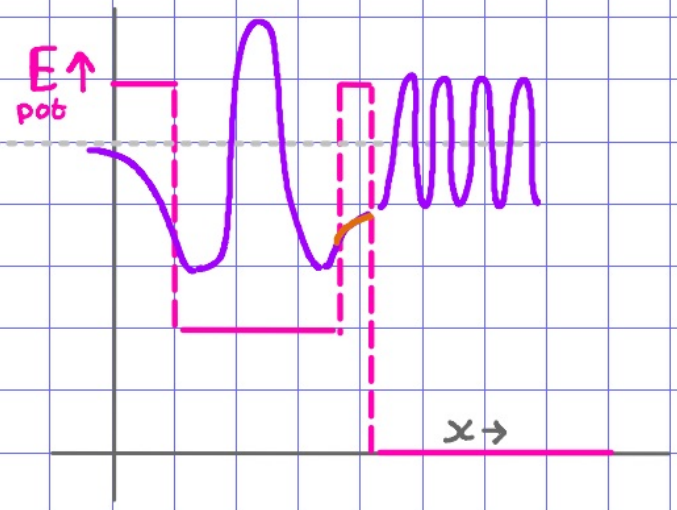
§ 19.5 Quantumtunnelen

2. Als een deeltje door het tunneleffect ergens terechtkomt waar de potentiele energie lager is zal het deeltje daardoor kinetische energie winnen. Hierdoor heeft het in de nieuwe omgeving dus een kleinere golflengte.

$E_{tot} = E_{pot} + E_k$

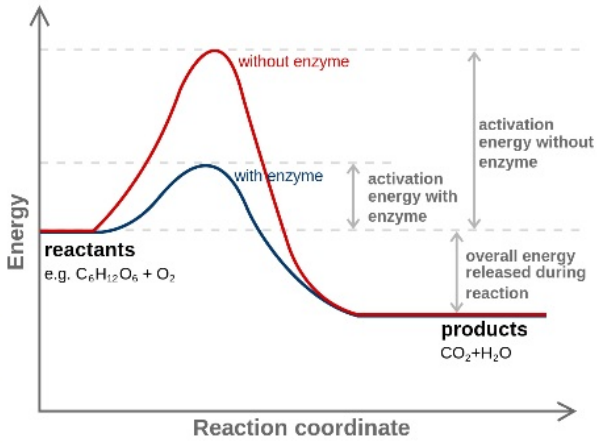
want

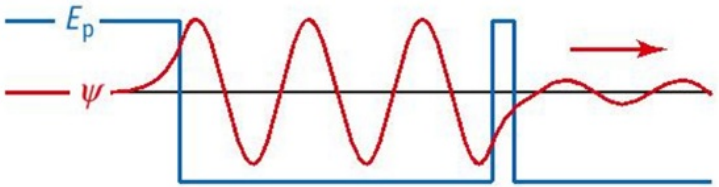
$E_k = \frac{p^2}{2m}$



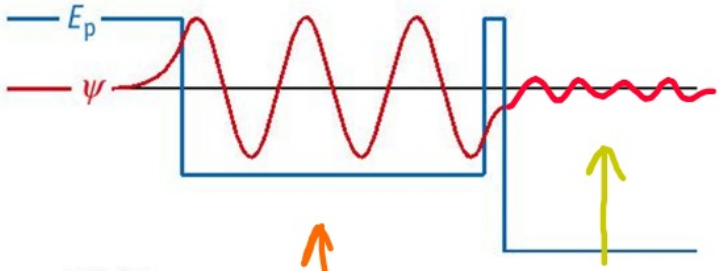
DeBroglie-golflengte van deeltjes

$\lambda = \frac{h}{p}$





▲ **Figuur 19.38**

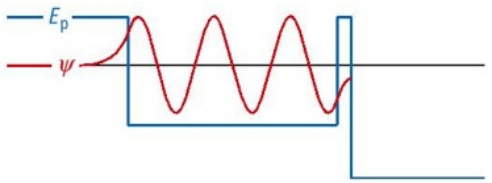


▲ **Figuur 19.39**

kleinere amplitude
én kleinere golflengte
vergeleken met hier

Opdrachten

49 a Leg kort uit wat het verschil is tussen figuur 19.39 en figuur 19.38.

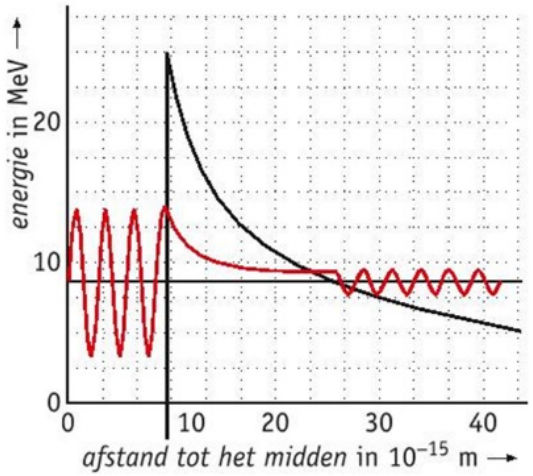


▲ **Figuur 19.39**

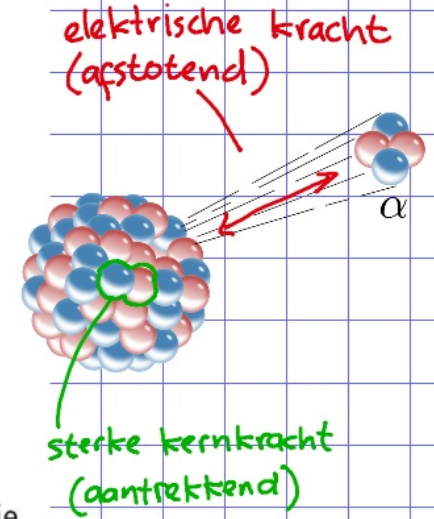
b Is de golflengte van de ontsnappende golf in figuur 19.39 groter of kleiner dan die van de opgesloten golf?

c Teken de ontsnappende golf. Let er hierbij op dat de golf netjes en zonder knik moet aansluiten op de golf aan het eind van de barrière.

d Zal het quantumdeeltje, vergeleken met de situatie in figuur 19.38, sneller, even snel of minder snel verdwijnen uit het energieputje? Verklaar je antwoord.



▲ **Figuur 19.40** De zwarte lijn stelt de potentiële energie voor. De rode lijn is de golffunctie.

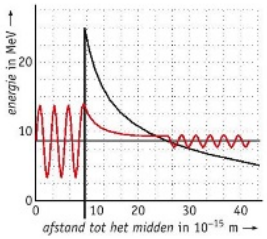


uranium-235, $r = 6 \cdot 10^{-15}$ m

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.5 Quantumtunnelen

50 In een atoomkern worden de protonen en neutronen bij elkaar gehouden door een kracht die de sterke kernkracht wordt genoemd, en die op korte afstand sterker is dan de afstotende elektrische kracht tussen de protonen (zie hiervoor hoofdstuk 14). Op grotere afstand wint de elektrische kracht het echter.



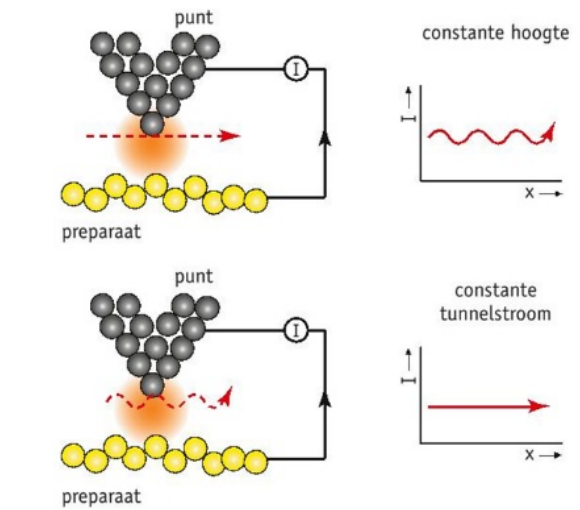
▲ **Figuur 19.40** De zwarte lijn stelt de potentiële energie voor. De rode lijn is de golffunctie.

Voor positieve deeltjes binnen de kern ontstaat zodoende een energieput, die ongeveer de vorm heeft zoals weergegeven in figuur 19.40.

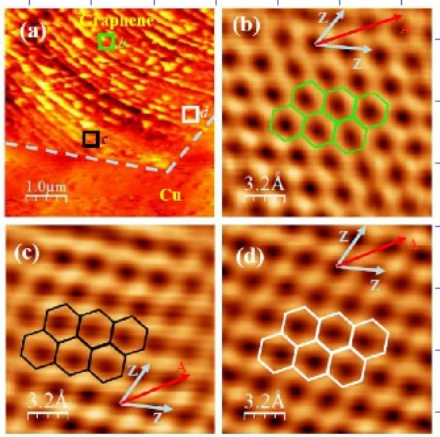
Binnen atoomkernen vormen eenheden van twee neutronen en twee protonen samen deeltjes die uit de put kunnen ontsnappen. Dit zorgt voor een vorm van radioactief verval die besproken is in hoofdstuk 13.

a Welk soort radioactief verval is dit?
b Hoe heet het ontsnappende deeltje?
c Bij de kernen die deze vorm van verval vertonen zijn de verschillen in de halveringstijden enorm. Zoek tussen de kernen die voorkomen in *Binas* de kern met de grootste en die met de kleinste halveringstijd voor dit verval.
d De halveringstijden die je bij vraag c hebt gevonden verschillen enorm. Wat zegt dit over de hoogte en/of breedte van de wand van de energieput bij verschillende soorten kernen?

23. Een **scanningtunnelingmicroscoop** maakt een opname van een preparaat door met een fijne naald het oppervlak af te tasten en te kijken hoe hoog het oppervlak is.

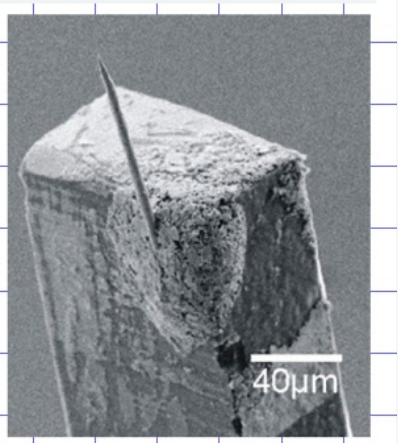


▲ **Figuur 19.43**



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.5 Quantumtunnelen



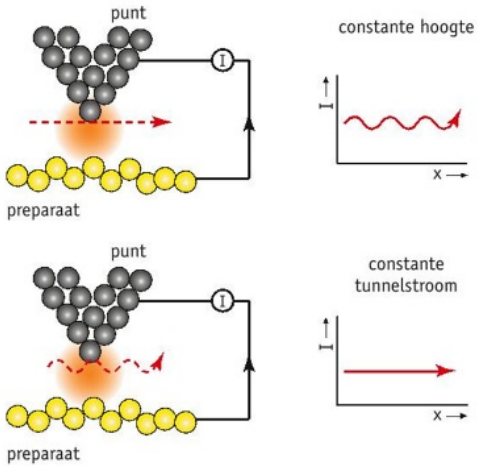
Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.5 Quantumtunnelen

51 Bij het aftasten van het oppervlak van een preparaat kan worden gekozen tussen twee manieren:

1 de punt wordt horizontaal over het oppervlak van het preparaat bewogen en de afstand tot de ondergrond wordt bepaald uit de verandering van de tunnelstroom;

2 de punt wordt zodanig over het oppervlak bewogen dat de tunnelstroom voortdurend constant blijft. De hoogte van elk punt van het preparaat wordt bepaald uit de stuursignalen die nodig zijn om de stroomsterkte constant te houden.

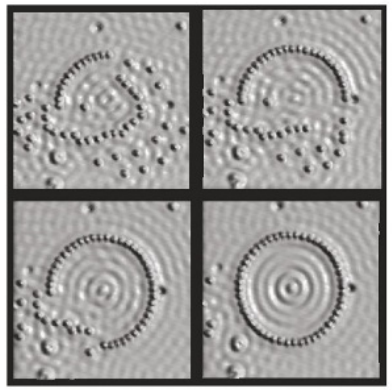


▲ **Figuur 19.43**

a De tunnelstroom hangt exponentieel af van de afstand: $I = Ce^{-kd}$. Leg uit waarom dit zo is.

b Meestal wordt gekozen voor het constant houden van de stroom. Bedenk een belangrijk voordeel hiervan (behalve dat het ook nauwkeuriger is).

52 De punt van een tunnelmicroscoop oefent ook kracht uit op de atomen in het preparaat. In het laboratorium van IBM, waar tunnelmicroscopie is uitgevonden, zijn onderzoekers erin geslaagd om met deze kracht stapje voor stapje ijzeratomen op een koperoppervlak zo te bewegen dat er een cirkel werd gevormd.
Zie figuur 19.44



▲ **Figuur 19.44**

Figuur 19.34 is een wat chiquer opgemaakte versie van het vierde plaatje van figuur 19.44. Gebruik die figuur bij het maken van deze opdracht.
Binnen de cirkel zie je een golfpatroon. Dit zijn staande golven van één of meer elektronen in het koperoppervlak.

a Leg uit hoe deze cirkelvormige staande golven kunnen ontstaan.
b Zit er in het midden van de cirkel een maximum (buik) of een minimum (knoop)?
c Trek een lijn van links naar rechts door het midden van de cirkel. Hoeveel buiken en hoeveel knopen kom je tegen op deze lijn?
d Hoeveel golflengten zitten er op de lijn?
e Schets het verloop van de golffunctie langs de lijn.
f De STM meet de elektronendichtheid in het oppervlak met behulp van een tunnelstroom, dus door er steeds elektronen uit weg te trekken. Hoe kan er dan toch een betrouwbare opname van het hele oppervlak tot stand komen?

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

- Toepassingen -

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

② $E_n = \dfrac{n^2 h^2}{8mL^2} = \dfrac{n^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot (9{,}8 \cdot 10^{-10})^2}$

$E_n = n^2 \cdot 9{,}27 \cdot 10^{-20}$

$E_3 = 3^2 \cdot 9{,}27 \cdot 10^{-20} = 5{,}65 \cdot 10^{-19}$ J

$E_4 = 4^2 \cdot 9{,}27 \cdot 10^{-20} = 1{,}00 \cdot 10^{-18}$ J

$\Delta E = 1{,}00 \cdot 10^{-18}$ J $- 5{,}65 \cdot 10^{-19}$ J $= 4{,}39 \cdot 10^{-19}$ J

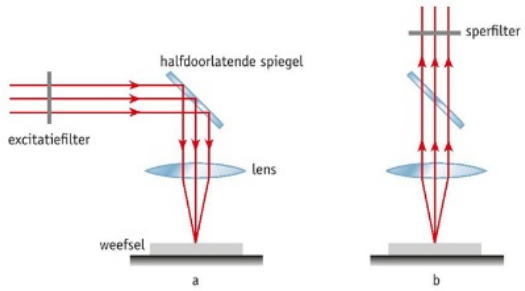
$\lambda = \dfrac{h \cdot c}{\Delta E} = \dfrac{6{,}626 \cdot 10^{-34} \cdot 3{,}00 \cdot 10^{8}}{4{,}39 \cdot 10^{-19}\ \text{J}} = 452$ nm

B deeltje in een energieput

$\lambda_n = \dfrac{2 \cdot L}{n}$ $E_n = \dfrac{n^2 h^2}{8mL^2}$

Nuttige vragen van de toepassingen van hfd 19: ***1, 2, 3, 6, 7, 8, 9, 12, 13, 18, 19, 20.***

Opgave 1 Fluorescentiemicroscoop (naar schoolexamen vwo PMN 2006-I)
Met een fluorescentiemicroscoop kunnen processen in levende weefsels worden gevolgd. In de cellen van het weefsel wordt daartoe een zogenaamde fluorescerende kleurstof aangebracht. De moleculen van zo'n stof kunnen worden aangeslagen door bestraling met licht. Ze vallen rechtstreeks of via één of meer tussenniveaus terug naar hun grondtoestand.



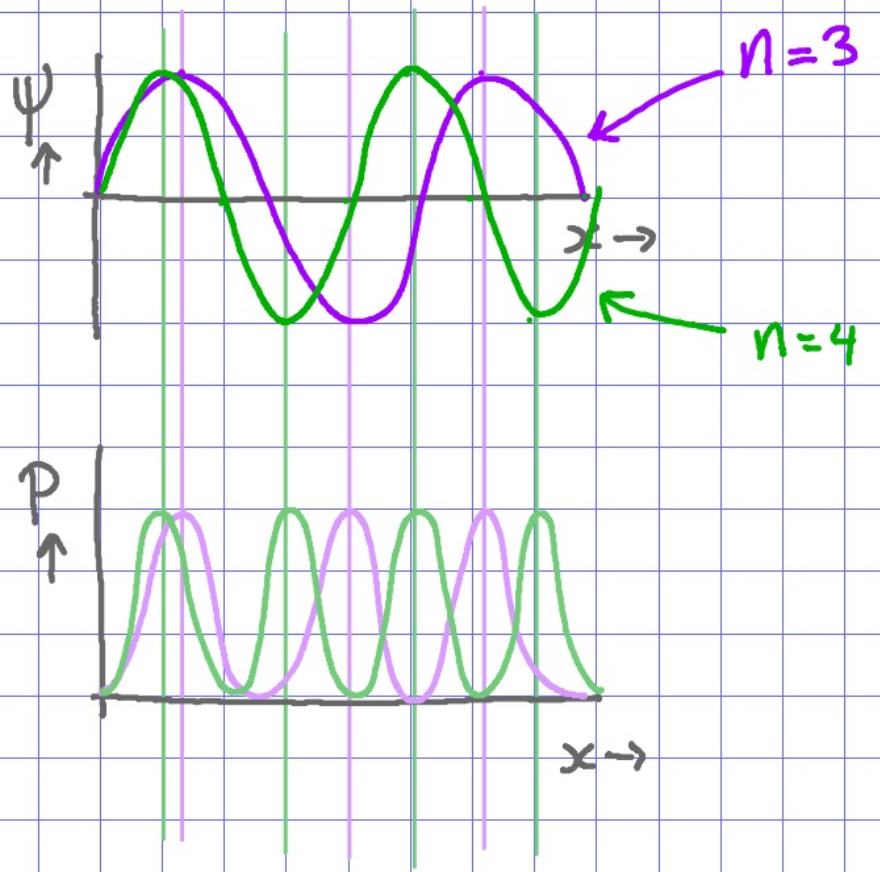
▲ **Figuur 19.45**

Hierboven is de werking van de fluorescentiemicroscoop schematisch weergegeven.
- In figuur 19.45a is de weg aangegeven van het licht waarmee het weefsel wordt bestraald. Het licht van de bron wordt eerst door een zogenaamd excitatiefilter geleid, zodat de kleur waarmee het weefsel wordt aangestraald kan worden gekozen. Het licht wordt vervolgens door een halfdoorlatende spiegel gereflecteerd en door een lens op het weefsel gefocusseerd.
- In figuur 19.45b is de weg weergegeven van het licht dat door de fluorescerende stof wordt teruggezonden. Het gaat door de lens, de halfdoorlatende spiegel en een sperfilter naar een detector. Met het sperfilter kan één van de teruggezonden kleuren worden geselecteerd. De geselecteerde kleur is een andere dan die van het licht waarmee het weefsel is aangestraald.

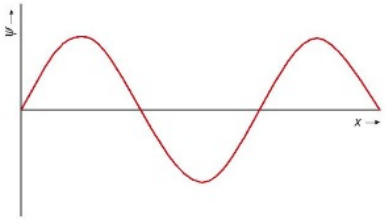
1 Leg uit of bij fluorescentie het sperfilter grotere, kleinere of even grote golflengten moet doorlaten vergeleken met het excitatiefilter.

We stellen ons een molecuul van de fluorescerende stof voor als een ééndimensionale energieput met een lengte L van $9{,}8 \cdot 10^{-10}$ m. De energietoestanden die een elektron kan bezetten worden aangegeven met het quantumgetal n (n = 1, 2, 3, 4, ...).

2 Bereken de frequentie van het licht waarmee de stof aangestraald zou moeten worden om een elektron vanuit de toestand n = 3 naar de toestand n = 4 te exciteren.



In figuur 19.46 is de golffunctie Ψ als functie van de plaats in de energieput geschetst voor de toestand met $n = 3$.



▲ **Figuur 19.46**

3 Maak een schets van de golffunctie Ψ voor de toestand $n = 4$. Leg aan de hand van deze schets uit of de kans om het elektron in het midden van de energieput aan te treffen verandert bij de overgang van $n = 3$ naar $n = 4$.

In de energieput zitten in totaal zes elektronen. Onder de energie van het molecuul verstaan we hier nu de totale energie van de zes elektronen. In figuur 19.47 zijn de laagste drie energietoestanden van het energiespectrum van het molecuul weergegeven. In iedere toestand passen twee elektronen. De getallen naast de energietoestanden geven aan hoeveel keer $h^2/8mL^2$ de energie van de betreffende toestand is.

Deze getallen kunnen worden gevonden door voor elk van de drie energieniveaus na te gaan hoe de zes elektronen zijn verdeeld over de toestanden n (n = 1, 2, 3, 4, ...) die een elektron kan bezetten.

In een tabel zoals naast figuur 19.47 kan voor elk energieniveau het aantal elektronen in een bepaalde toestand n worden ingevuld.

E (in $h^2/8mL^2$)

40 _____

35 _____

28 _____

E (in $h^2/8mL^2$)	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$
28					
35					
40					

▲ **Figuur 19.47**

4 Vul de tabel helemaal in en ga door berekening na dat de gegeven energieën van het energieniveauschema van figuur 19.47 kloppen.

In een bepaald experiment wordt de fluorescerende stof aangestraald met fotonen die een energie van 12 keer $h^2/8mL^2$ hebben.

5 Leg uit met behulp van figuur 19.47 hoeveel verschillende frequenties de fluorescerende stof uitzendt naar het sperfilter in dit experiment.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

(4) $E_n = \frac{n^2 h^2}{8mL^2} = n^2 \cdot \frac{h^2}{8mL^2}$

grondtoestand molecuul:

n=4 ——

n=3 ●—● $2 \times 3^2 = 18$

n=2 ●—● $2 \times 2^2 = 8$

n=1 ●—● $2 \times 1^2 = 2$

28

1e aangeslagen toestand molecuul:

n=4 ● $1 \times 4^2 = 16$

n=3 ● $1 \times 3^2 = 9$

n=2 ● $2 \times 2^2 = 8$

n=1 ● $2 \times 1^2 = 2$

35

2e aangeslagen toestand molecuul:

n=4 ● $1 \times 4^2 = 16$

n=3 ● $2 \times 3^2 = 18$

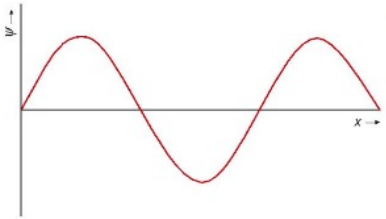
n=2 ● $1 \times 2^2 = 4$

n=1 ● $2 \times 1^2 = 2$

40

In figuur 19.46 is de golffunctie Ψ als functie van de plaats in de energieput geschetst voor de toestand met $n = 3$.

3 Maak een schets van de golffunctie Ψ voor de toestand $n = 4$. Leg aan de hand van deze schets uit of de kans om het elektron in het midden van de energieput aan te treffen verandert bij de overgang van $n = 3$ naar $n = 4$.



▲ **Figuur 19.46**

In de energieput zitten in totaal zes elektronen. Onder de energie van het molecuul verstaan we hier nu de totale energie van de zes elektronen. In figuur 19.47 zijn de laagste drie energietoestanden van het energiespectrum van het molecuul weergegeven. In iedere toestand passen twee elektronen. De getallen naast de energietoestanden geven aan hoeveel keer $h^2/8mL^2$ de energie van de betreffende toestand is.

Deze getallen kunnen worden gevonden door voor elk van de drie energieniveaus na te gaan hoe de zes elektronen zijn verdeeld over de toestanden n (n = 1, 2, 3, 4, ...) die een elektron kan bezetten.

In een tabel zoals naast figuur 19.47 kan voor elk energieniveau het aantal elektronen in een bepaalde toestand n worden ingevuld.

E (in $h^2/8mL^2$)

40 ——

35 ——

28 ——

E (in $h^2/8mL^2$)	n = 1	n = 2	n = 3	n = 4	n = 5
28	2	2	2		
35	2	2	1	1	
40					

▲ **Figuur 19.47**

4 Vul de tabel helemaal in en ga door berekening na dat de gegeven energieën van het energieniveauschema van figuur 19.47 kloppen.

In een bepaald experiment wordt de fluorescerende stof aangestraald met fotonen die een energie van 12 keer $h^2/8mL^2$ hebben.

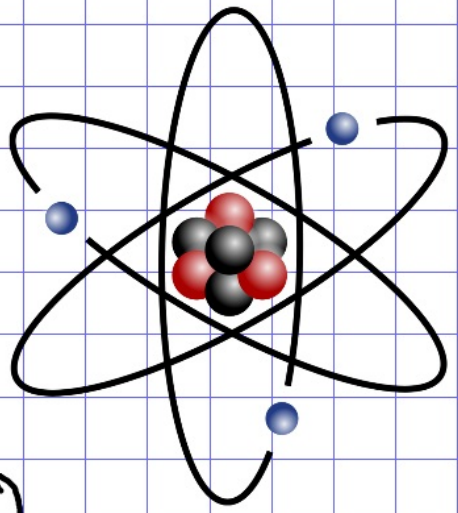
5 Leg uit met behulp van figuur 19.47 hoeveel verschillende frequenties de fluorescerende stof uitzendt naar het sperfilter in dit experiment.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

uit hfd 12

diameter van een proton: *10^{-15} m (femtometer)*
bohr-straal: *52,9 x 10^{-12} (picometer)*
*Dus atoom zelf heeft **50.000 keer** de diameter van de kern vergelijkbaar met **zandkorrel** die over de buitenste rij rondjes draait om een kern op de middenstip zo groot als een **vlieg**.*

6 ↑ kans op botsing met kern is klein



7

neutron's Ψ

elektron's Ψ

Opgave 2 Neutronenverstrooiing (naar examen vwo PMN 2005-I)
Voor sommige soorten materiaalonderzoek worden bij voorkeur neutronenbundels gebruikt. Spanningen in bijvoorbeeld een aluminium vleugeldeel van een vliegtuig hebben tot gevolg dat de afstanden tussen de atomen veranderen. Met behulp van neutronenverstrooiing kan dit met een hoge precisie worden gemeten, veel preciezer dan bijvoorbeeld met röntgenstralen. Neutronen hebben alleen met de atoomkernen interactie, terwijl röntgenstralen worden verstrooid door de elektronen in een atoom. Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern, is het resultaat van een meting met neutronen veel nauwkeuriger. Neutronen kunnen bovendien diep in materie doordringen, zodat er kan worden gemeten binnenin massieve metalen voorwerpen die voor röntgenstralen ontoegankelijk zijn.

6 Vanwege welke eigenschap kunnen neutronen diep in materie doordringen?

7 Leg uit wat er in bovenstaande tekst wordt bedoeld met: 'Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern'.

Voor het maken van neutronenbundels met een hoge intensiteit wordt een kernreactor gebruikt. De neutronen die geproduceerd worden, hebben een snelheid van de orde van 10^7 m s^{-1}. Men remt de neutronen af om bundels te krijgen die geschikt zijn voor het uitvoeren van onderzoeken. De grootteorde van de structuur die men wil onderzoeken is bepalend voor de gewenste snelheid van de neutronen. Voor een bepaald type biologisch onderzoek worden neutronen afgeremd tot 10 m s^{-1}.

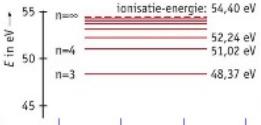
8 Bereken de De Broglie-golflengte van een neutron met een snelheid van 10 m s^{-1}.

9 Leg uit of men neutronen van 10 m s^{-1} beter kan gebruiken om de structuur van DNA te onderzoeken of die van bacteriën. Gebruik gegevens uit Binas tabel 71E en 78.

Er bestaan materialen die neutronen voor bijna honderd procent reflecteren. We stellen ons voor dat er van zulke neutronenspiegels een kubus wordt gemaakt met ribben van 10 cm. In deze 'neutronenspiegelenergieput' wordt een bundel neutronen opgesloten. De neutronen hebben een kinetische energie van $8{,}0 \cdot 10^{-26}$ J. Voor de kinetische energie geldt de formule:

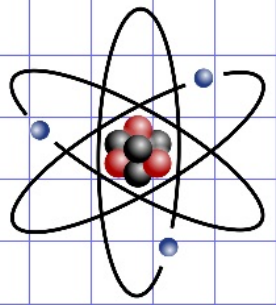
$$E_k = -\frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

De quantumgetallen n_x, n_y en n_z geven voor de x-, y- en z-richting het aantal maxima in de golffunctie van een neutron in deze energieput. We beschouwen een neutron dat in alledrie de richtingen hetzelfde quantumgetal n heeft.



10 Bereken dit quantumgetal n.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica



neutron's Ψ

elektron's Ψ

$\lambda = \frac{h}{p}$

8

$p = m \cdot v = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\ kg \cdot 10\ m/s$

$= 1{,}67 \cdot 10^{-26}\ kg \cdot m/s$

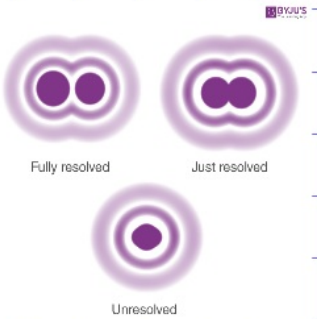
$\lambda = \frac{6{,}626 \cdot 10^{-34}}{1{,}67 \cdot 10^{-26}} = 4{,}0 \cdot 10^{-8}\ m$

9. VUISTREGEL:
De golflengte van het licht of deeltjes die je gebruikt is evengroot als de kleinste details die je met een beeldvormende techniek zichtbaar kunt maken. Als de golflengte te groot is gaan interferentie-effecten optreden die het beeld onscherp maken. Zie ook opg. 24 uit het hoofdstuk.

$s = \frac{1{,}22 \cdot \lambda}{D} \frac{180}{\pi}$

Let op: een kleine s is "beter"!

Conversie van RAD naar DEG



Opgave 2 Neutronenverstrooiing (naar examen vwo PMN 2005-I)
Voor sommige soorten materiaalonderzoek worden bij voorkeur neutronenbundels gebruikt. Spanningen in bijvoorbeeld een aluminium vleugeldeel van een vliegtuig hebben tot gevolg dat de afstanden tussen de atomen veranderen. Met behulp van neutronenverstrooiing kan dit met een hoge precisie worden gemeten, veel preciezer dan bijvoorbeeld met röntgenstralen. Neutronen hebben alleen met de atoomkernen interactie, terwijl röntgenstralen worden verstrooid door de elektronen in een atoom. Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern, is het resultaat van een meting met neutronen veel nauwkeuriger. Neutronen kunnen bovendien diep in materie doordringen, zodat er kan worden gemeten binnenin massieve metalen voorwerpen die voor röntgenstralen ontoegankelijk zijn.

6 Vanwege welke eigenschap kunnen neutronen diep in materie doordringen?

7 Leg uit wat er in bovenstaande tekst wordt bedoeld met: 'Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern'.

Voor het maken van neutronenbundels met een hoge intensiteit wordt een kernreactor gebruikt. De neutronen die geproduceerd worden, hebben een snelheid van de orde van 10^7 m s^{-1}. Men remt de neutronen af om bundels te krijgen die geschikt zijn voor het uitvoeren van onderzoeken. De grootteorde van de structuur die men wil onderzoeken is bepalend voor de gewenste snelheid van de neutronen. Voor een bepaald type biologisch onderzoek worden neutronen afgeremd tot 10 m s^{-1}.

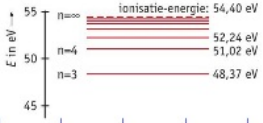
8 Bereken de De Broglie-golflengte van een neutron met een snelheid van 10 m s^{-1}.

9 Leg uit of men neutronen van 10 m s^{-1} beter kan gebruiken om de structuur van DNA te onderzoeken of die van bacteriën. Gebruik gegevens uit Binas tabel 71E en 78.

Er bestaan materialen die neutronen voor bijna honderd procent reflecteren. We stellen ons voor dat er van zulke neutronenspiegels een kubus wordt gemaakt met ribben van 10 cm. In deze 'neutronenspiegelenergieput' wordt een bundel neutronen opgesloten. De neutronen hebben een kinetische energie van $8{,}0 \cdot 10^{-26}$ J. Voor de kinetische energie geldt de formule:

$$E_k = -\frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

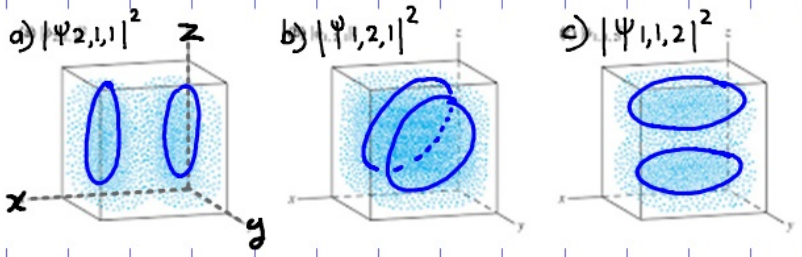
De quantumgetallen n_x, n_y en n_z geven voor de x-, y- en z-richting het aantal maxima in de golffunctie van een neutron in deze energieput. We beschouwen een neutron dat in alledrie de richtingen hetzelfde quantumgetal n heeft.



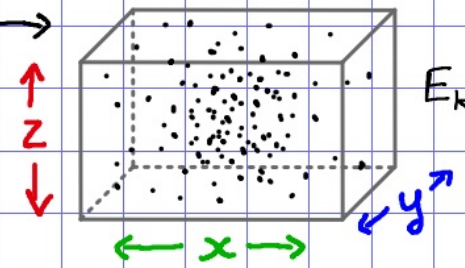
10 Bereken dit quantumgetal n.

$\lambda = 4{,}0 \cdot 10^{-8}\ m$ is te groot voor onderzoek aan DNA

Hoofdstuk 19:
Quantumfysica



grondtoestand:
$n_x = 1$
$n_y = 1$
$n_z = 1$



$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4L_z^2} \right)$$

$$8{,}0 \cdot 10^{-26} = 3 \cdot \frac{n^2 \cdot h^2}{8 \cdot m \cdot L^2}$$

$$8{,}0 \cdot 10^{-26} = 3 \cdot \frac{n^2 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (0{,}10)^2}$$

$$n = \sqrt{\frac{8{,}0 \cdot 10^{-26} \cdot 8 \cdot 1{,}67 \cdot 10^{-27} \cdot (0{,}10)^2}{3 \cdot (6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}} = 2{,}8 \cdot 10^6$$

Opgave 2 Neutronenverstrooiing (naar examen vwo PMN 2005-I)
Voor sommige soorten materiaalonderzoek worden bij voorkeur neutronenbundels gebruikt. Spanningen in bijvoorbeeld een aluminium vleugeldeel van een vliegtuig hebben tot gevolg dat de afstanden tussen de atomen veranderen. Met behulp van neutronenverstrooiing kan dit met een hoge precisie worden gemeten, veel preciezer dan bijvoorbeeld met röntgenstralen. Neutronen hebben alleen met de atoomkernen interactie, terwijl röntgenstralen worden verstrooid door de elektronen in een atoom. Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern, is het resultaat van een meting met neutronen veel nauwkeuriger. Neutronen kunnen bovendien diep in materie doordringen, zodat er kan worden gemeten binnenin massieve metalen voorwerpen die voor röntgenstralen ontoegankelijk zijn.

6 Vanwege welke eigenschap kunnen neutronen diep in materie doordringen?

7 Leg uit wat er in bovenstaande tekst wordt bedoeld met: 'Omdat de positie van de elektronen veel minder scherp bepaald is dan die van de atoomkern'.

Voor het maken van neutronenbundels met een hoge intensiteit wordt een kernreactor gebruikt. De neutronen die geproduceerd worden, hebben een snelheid van de orde van 10^7 m s^{-1}. Men remt de neutronen af om bundels te krijgen die geschikt zijn voor het uitvoeren van onderzoeken. De grootteorde van de structuur die men wil onderzoeken is bepalend voor de gewenste snelheid van de neutronen. Voor een bepaald type biologisch onderzoek worden neutronen afgeremd tot 10 m s^{-1}.

8 Bereken de De Broglie-golflengte van een neutron met een snelheid van 10 m s^{-1}.

9 Leg uit of men neutronen van 10 m s^{-1} beter kan gebruiken om de structuur van DNA te onderzoeken of die van bacteriën. Gebruik gegevens uit Binas tabel 71E en 78.

Er bestaan materialen die neutronen voor bijna honderd procent reflecteren. We stellen ons voor dat er van zulke neutronenspiegels een kubus wordt gemaakt met ribben van 10 cm. In deze 'neutronenspiegelenergieput' wordt een bundel neutronen opgesloten. De neutronen hebben een kinetische energie van $8{,}0 \cdot 10^{-26}$ J. Voor de kinetische energie geldt de formule:

$$E_k = -\frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)$$

De quantumgetallen n_x, n_y en n_z geven voor de x-, y- en z-richting het aantal maxima in de golffunctie van een neutron in deze energieput. We beschouwen een neutron dat in alledrie de richtingen hetzelfde quantumgetal n heeft.

$L_x = L_y = L_z = L$
$= 0{,}10$ m

10 Bereken dit quantumgetal n.

$n_x = n_y = n_z = n$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

$$E_n = -\frac{m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$ ← in waterstof: $(e^2)^2 \leftrightarrow (e \cdot e)^2$

in helium: $(2e \cdot e)^2 = 4 \cdot e^4$

$$E_n = -\frac{4 \cdot m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

in lithium: $(3e \cdot e)^2 = 9 \cdot e^4$

$$E_n = -\frac{9 \cdot m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

dus algemeen voor waterstofachtige ionen:

$$E_n = \frac{Z^2 m 2\pi^2 f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

Zie opgave 9 uit het hoofdstuk

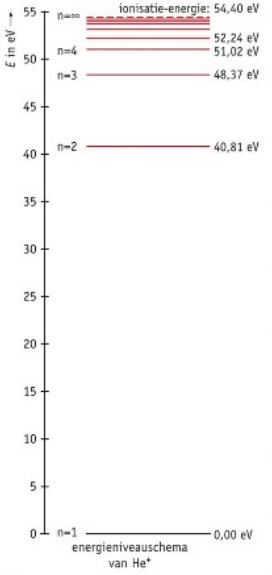
Opgave 3 Geïoniseerd helium (naar examen vwo PMN 2003-I)

De energieniveaus van een atoom of ion met maar 1 elektron worden gegeven door de formule

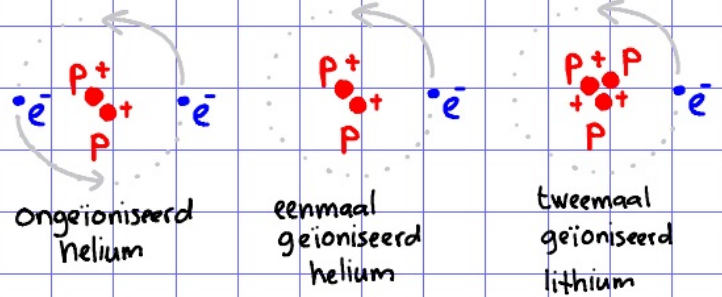
$$E_n = \frac{2\pi^2 Z^2 m f^2 e^4}{n^2 h^2}$$

Het spectrum van éénmaal geïoniseerd helium (He^+) heeft een sterke overeenkomst met dat van neutraal waterstof (H). In figuur 19.48 is een energieniveauschema van dit helium getekend. Dit energieniveauschema is goed vergelijkbaar met dat van waterstof in tabel 21A van *Binas*. Er bestaat een eenvoudige getalsmatige relatie tussen de energiewaarden van H en He^+.

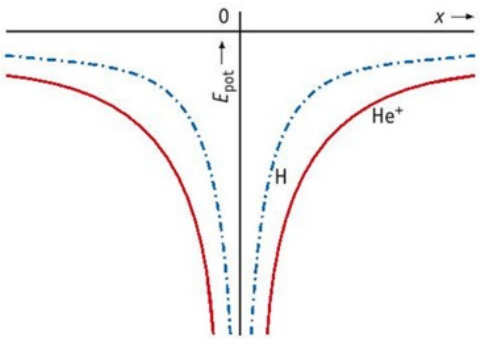
11 Verklaar deze relatie met behulp van de gegeven formule voor E_n.



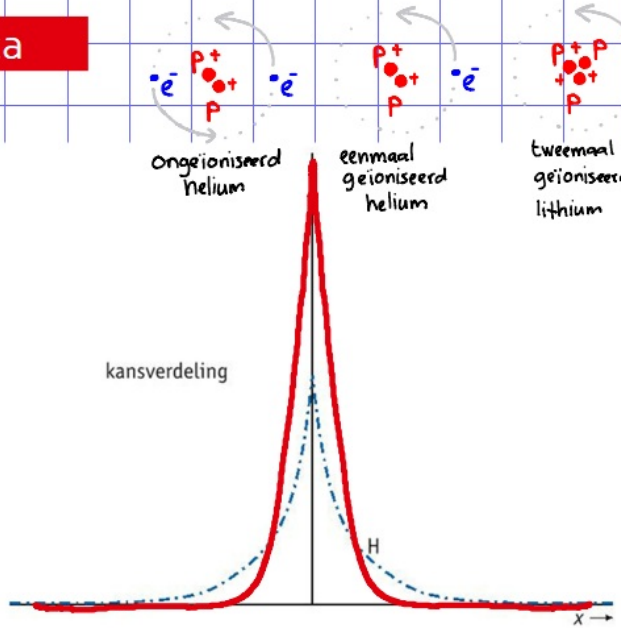
▲ **Figuur 19.48**



Hoofdstuk 19: Quantumfysica



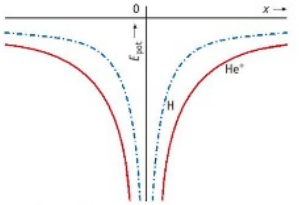
▲ **Figuur 19.49**



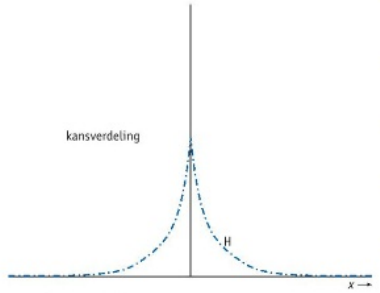
▲ **Figuur 19.50**

Opg. 12: Figuur 19.49 is logisch omdat er een sterkere aantrekking is tussen de tweewaardig positieve kern van helium en het enkele elektron dat eenmalig geioniseerd helium nog heeft. Daardoor is op elke afstand van het midden de potentiele energie groter als je bedenkt dat je je deze energie kunt voorstellen als elektrische potentiele energie tussen ladingen. De waarschijnlijkheidsverdeling van de positie van het elektron in figuur 19.50 is smaller en hoger dan die van waterstof omdat door de sterkere aantrekking van de 2+ heliumkern het elektron de meeste tijd dichter bij de kern zal zijn dan in waterstof.

In figuur 19.49 staat de potentiële energie van het elektron in het waterstofatoom en die in het heliumion als functie van de afstand x tot de kern. In figuur 19.50 is voor de grondtoestand van het waterstofatoom een grafiek getekend. Deze grafiek geeft de kans om het elektron in een bepaald (zeer klein) volumegebiedje aan te treffen als functie van x.



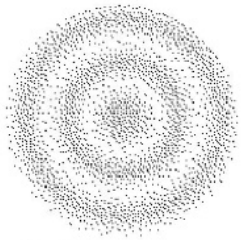
▲ **Figuur 19.49**



▲ **Figuur 19.50**

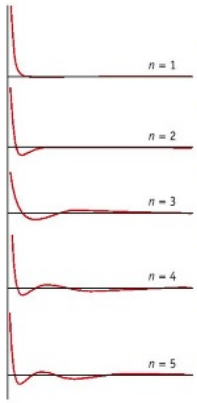
12 Neem figuur 19.50 over en schets in deze figuur een dergelijke grafiek voor de grondtoestand van het heliumion en leg uit waarin de kansverdelingen voor H en He⁺ verschillen.

Figuur 19.51 stelt een bolsymmetrische kansverdeling voor van een aangeslagen toestand van het heliumion. De stippendichtheid op een plaats is een maat voor de kans om een elektron op die plaats aan te treffen.



▲ **Figuur 19.51**

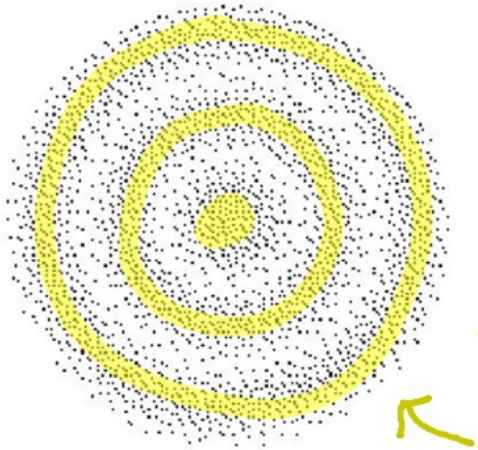
Figuur 19.52 geeft de grafieken van enkele bolsymmetrische golffuncties van het heliumion, getekend als functie van de afstand tot de kern. De getallen n = 1, 2, 3, 4, 5 zijn de quantumgetallen behorend bij de energietoestanden van het heliumion.



▲ **Figuur 19.52**

13 Leg uit welk van de golffuncties in figuur 19.52 correspondeert met de waarschijnlijkheidsverdeling in figuur 19.51.

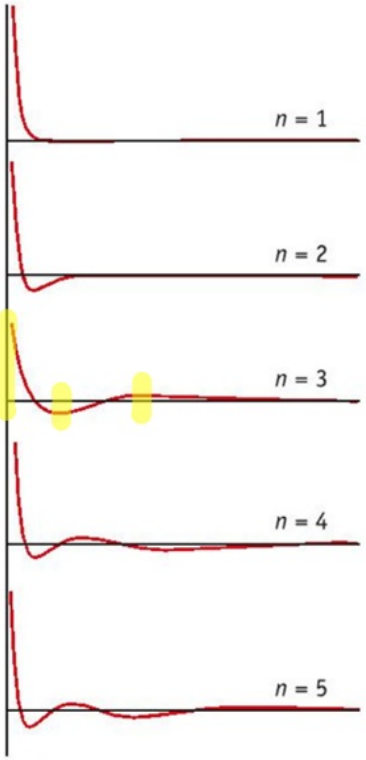
Figuur 19.51 stelt een bolsymmetrische kansverdeling voor van een aangeslagen toestand van het heliumion. De stippendichtheid op een plaats is een maat voor de kans om een elektron op die plaats aan te treffen.



3 afstanden r waar de waarschijnlijkheid groot is.

▲ **Figuur 19.51**

Figuur 19.52 geeft de grafieken van enkele bolsymmetrische golffuncties van het heliumion, getekend als functie van de afstand tot de kern. De getallen n = 1, 2, 3, 4, 5 zijn de quantumgetallen behorend bij de energietoestanden van het heliumion.



▲ **Figuur 19.52**

13 Leg uit welk van de golffuncties in figuur 19.52 correspondeert met de waarschijnlijkheidsverdeling in figuur 19.51.

dus deze golffunctie

A Better Way to Picture Atoms (YouTube 5min)

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

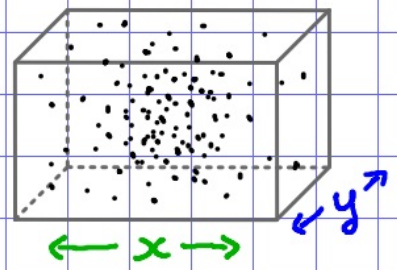
14

grondtoestand:

$n_x = 1$

$n_y = 1$

$n_z = 1$



$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n_x^2 h^2}{4L_x^2} + \frac{n_y^2 h^2}{4L_y^2} + \frac{n_z^2 h^2}{4L_z^2} \right)$$

10 x zo klein als L_y en L_x

dus n_z^2 weegt 100 x zo zwaar mee voor E_k

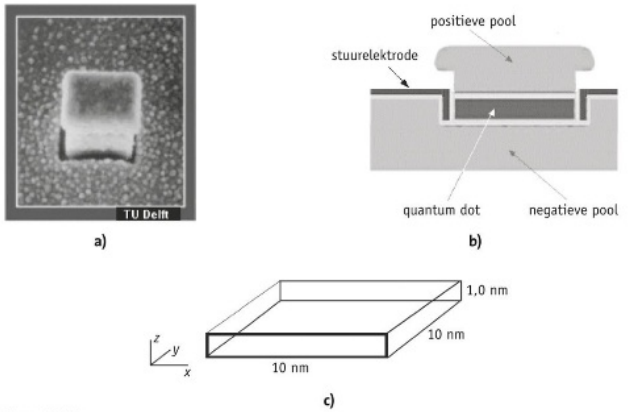
Opgave 4 Quantumdots (naar examen vwo PMN 2005-II)

Met nanotechnologie kunnen quantumdots worden gemaakt. Een quantumdot is een klein systeem waarin zich twee soorten elektronen bevinden:

- elektronen die gebonden zijn aan atomen van het materiaal in de quantumdot;
- een beperkt aantal zogenaamde geleidingselektronen. Deze kunnen vrij door de quantumdot bewegen. Op deze geleidingselektronen is in goede benadering het deeltje-in-een-energieputmodel van toepassing.

Figuur 19.53 a toont een opname met een elektronenmicroscoop van een paddenstoelachtige structuur die een quantumdot bevat. De eigenlijke quantumdot is een dun laagje in de steel van de paddenstoel, zie figuur 19.53 b.

Er zijn drie elektroden op aangesloten: een negatieve pool, een positieve pool en een stuurelektrode. De potentiaal van de stuurelektrode bepaalt het aantal geleidingselektronen.



▲ **Figuur 19.53**

In de quantumdot is één geleidingselektron aangebracht. De quantumgetallen n_x, n_y en n_z geven voor de x-, y- en z-richting het aantal maxima in de golffunctie van dit elektron. De grondtoestand van het elektron wordt gegeven door $n_x = n_y = 1$; $n_z = 1$ of kortweg $(n_x, n_y, n_z) = (1, 1, 1)$.

De energie gegeven wordt door de formule

$$E_k = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2) \text{ met } p_x = \frac{n_x h}{2L_x} \text{ en soortgelijk voor } p_y \text{ en } p_z.$$

14 Leg uit dat de energie van een elektron in de quantumtoestand (1, 2, 1) even groot is als in (2, 1, 1), maar dat in toestand (1, 1, 2) de energie een stuk groter is.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

grondtoestand, $(\Psi_{1,1,1})$ dus $n_x = 1$; $n_y = 1$ en $n_z = 1$

$$E_k = \frac{1}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{1^2 \cdot h^2}{4 \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2} \right) + \left(\frac{1^2 \cdot h^2}{4 \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2} \right) + \left(\frac{1^2 \cdot h^2}{4 \cdot (1 \cdot 10^{-9})^2} \right) =$$

$$E_k = 5{,}49 \cdot 10^{29} \cdot \left(1{,}09 \cdot 10^{-51} + 1{,}09 \cdot 10^{-51} + 1{,}09 \cdot 10^{-49} \right)$$

$$= 6{,}144 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

$$\Delta E = 1{,}81 \cdot 10^{-21} \text{ J}$$

$$f = \frac{E}{h}$$

$$= 2{,}72 \cdot 10^{12} \text{ Hz}$$

1e aangeslagen toestand, dus $n_x = 2$, $n_y = 1$ of $n_y = 2$, $n_x = 1$ en $n_z = 1$

$$E_k = \frac{1}{2 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31}} \left(\frac{2^2 \cdot h^2}{4 \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2} \right) + \left(\frac{1^2 \cdot h^2}{4 \cdot (10 \cdot 10^{-9})^2} \right) + \left(\frac{1^2 \cdot h^2}{4 \cdot (1 \cdot 10^{-9})^2} \right) =$$

$$E_k = 5{,}49 \cdot 10^{29} \cdot \left(4{,}39 \cdot 10^{-51} + 1{,}09 \cdot 10^{-51} + 1{,}09 \cdot 10^{-49} \right)$$

$$= 6{,}325 \cdot 10^{-20} \text{ J}$$

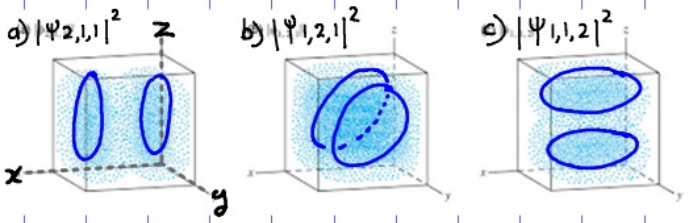
Een toepassing van de quantumdot is de constructie van microscopisch kleine lichtbronnen in iedere gewenste kleur.

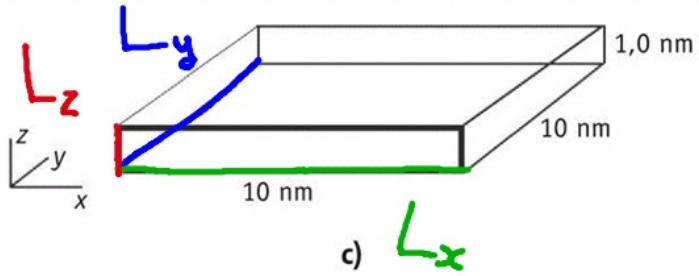
15 Bereken de minimale frequentie van een foton dat door de quantumdot wordt uitgezonden.

16 Bereken de energie in toestand (1, 1, 2).

Het aantal geleidingselektronen in de quantumdot wordt verhoogd tot 5. De verdeling van de elektronen over de energietoestanden is zodanig dat de totale energie minimaal is.

17 Leg uit op welke twee manieren deze vijf elektronen verdeeld kunnen zijn over de beschikbare toestanden. Houdt er hierbij rekening mee dat in iedere toestand (n_x, n_y, n_z) maximaal twee elektronen passen.





$$E_k = \frac{1}{2m} \cdot \left(\frac{n^2 h^2}{4 L_x^2} + \frac{n^2 h^2}{4 L_y^2} + \frac{n^2 h^2}{4 L_z^2} \right)$$

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

19

grondtoestand

1e aangeslagen toestand

grondtoestand	1e aangeslagen toestand
n=13	n=13
n=12	n=12
n=11	n=11
n=10	n=10
n=9	n=9
n=8	n=8
n=7	n=7
n=6	n=6
n=5	n=5
n=4	n=4
n=3	n=3
n=2	n=2
n=1	n=1

voor dit aanslaan is $E = 2{,}76$ eV nodig $= 4{,}416 \cdot 10^{-19}$ J

20

$$\Delta E = \frac{12^2 \cdot h^2}{8mL^2} - \frac{11^2 \cdot h^2}{8mL^2}$$

$$\Delta E = (12^2 - 11^2) \cdot \frac{h^2}{8mL^2}$$

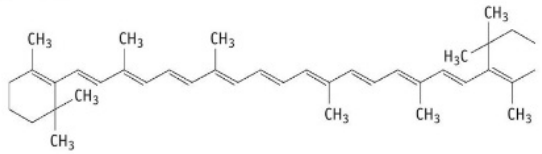
$$4{,}416 \cdot 10^{-19} = (23) \cdot \frac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{8 \cdot 9{,}11 \cdot 10^{-31} \cdot L^2}$$

$$L^2 = \frac{(6{,}626 \cdot 10^{-34})^2}{1{,}399 \cdot 10^{-49}}$$

$$\rightsquigarrow L = 1{,}77 \cdot 10^{-9}$$

Opgave 5 Caroteen (naar examen vwo PMN 2004-I)

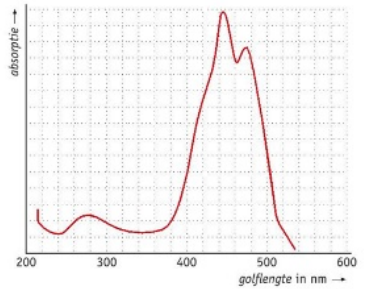
Caroteen is de naam voor een groep koolwaterstoffen met de molecuulformule $C_{40}H_x$. Ze komen bijvoorbeeld voor in waspeen (worteltjes) en mango's. Een model van een caroteenmolecuul $C_{40}H_{56}$ is gegeven in figuur 19.54.



▲ **Figuur 19.54**

Volgens de theorie van moleculaire bindingen zijn er bij de bindingen in caroteen twee soorten elektrontoestanden betrokken: σ-elektronen en π-elektronen. De σ-elektronen zitten op vaste plaatsen, maar de π-elektronen hebben een zekere bewegingsvrijheid langs het molecuul en hierop is in goede benadering het model van het deeltje-in-een-energieput van toepassing.

In figuur 19.55 is het absorptiespectrum van caroteen gegeven. Horizontaal staat de golflengte, verticaal de mate van absorptie.



18

▲ **Figuur 19.55**

18 Verklaar de kleur van worteltjes met behulp van dit spectrum.

Bij caroteen blijkt dat er 22 π-elektronen per molecuul zijn. Er is een energie nodig van 2,76 eV om het eerste π-elektron aan te slaan.

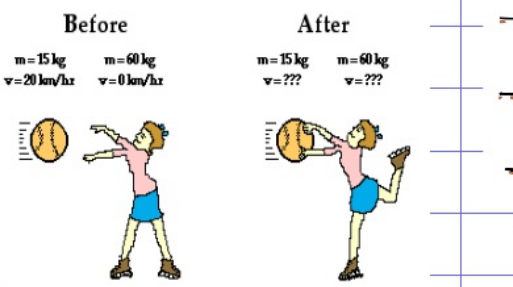
19 Leg uit welke energieniveaus betrokken zijn bij het aanslaan van het eerste π-elektron. Houdt er hierbij rekening mee dat er in elke energietoestand twee elektronen passen. Het eerste elektron dat aangeslagen kan worden moet dus vanuit het hoogste energieniveau naar het niveau daarboven.

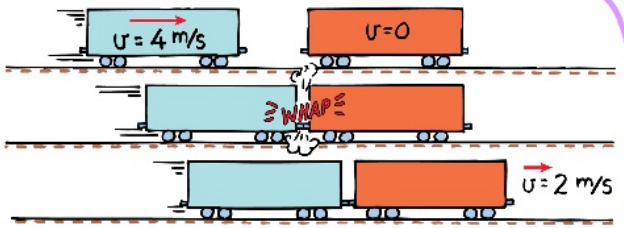
20 Bereken de effectieve lengte waarlangs de elektronen volgens dit model vrij kunnen bewegen.

Hoofdstuk 19: Quantumfysica

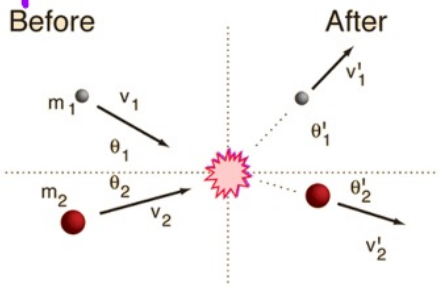
- Archief -

8. De impuls van een massadeeltje is een behouden grootheid en kun je uitrekenen met:





impuls → $p = m \cdot v$



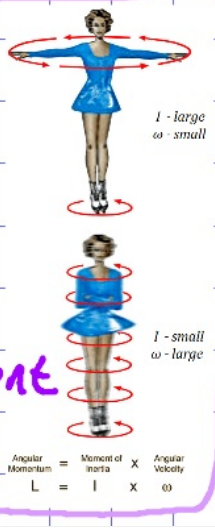
WEL STOF

$L = I \cdot \omega$

↑

impulsmoment

GEEN STOF



Hoofdstuk 19: Quantumfysica

§ 19.2 Deeltjes en golven

absolute behoudswetten:

energie
elektrische lading
baryongetal
leptongetal
impuls
impulsmoment