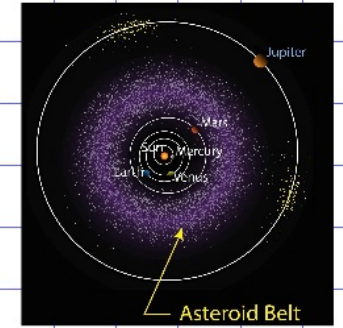
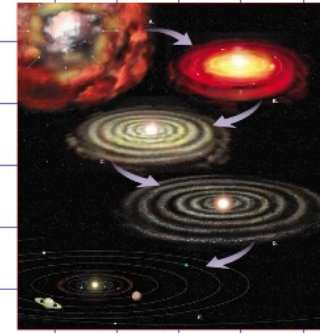
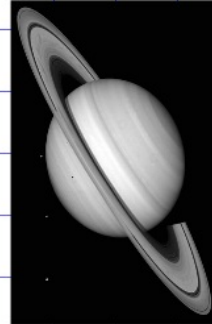
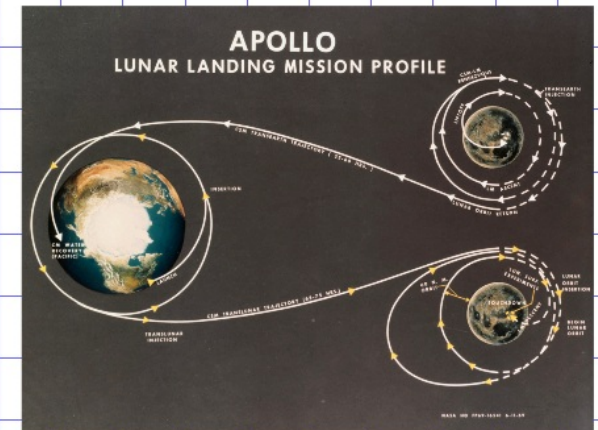
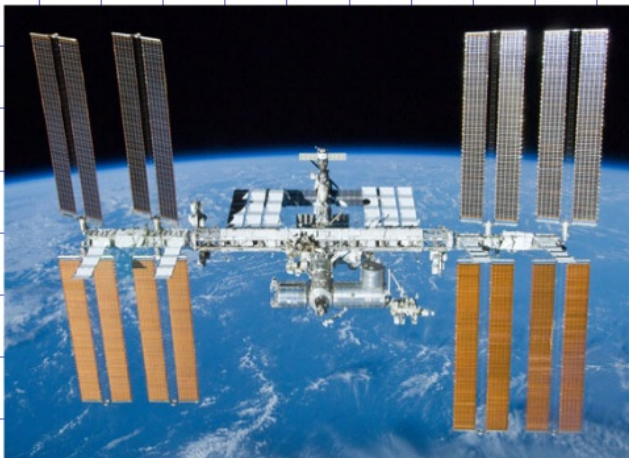




Hoofdstuk 17 Gravitatie



Leerdoelen bij dit hoofdstuk:

- §17.1 A. Je kunt rekenen aan de **gravitatiekracht** met de formule en hoe **g** voor een hemellichaam volgt uit deze formule. $F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$
- B. Je kunt rekenen aan de **gravitationele potentiele energie** met deze formule. $E_g = -\frac{GMm}{r}$
- C. Je kunt uitleggen wat de **ontsnappingssnelheid** van een planeet is en hoe je deze kunt uitrekenen. $v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$
- §17.2 D. Je kunt rekenen aan **middelpuntzoekende kracht** bij planeetbanen met de formule. $F_{mpz} = \frac{GMm}{r^2}$
- E. Je kunt rekenen aan de relatie tussen de **baansnelheid**, de **baanstraal** en de **massa van de planeet** met de formule: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$
- F. Je kunt rekenen aan de relatie tussen de **baansnelheid**, de **baanstraal** en de **omlooptijd** met de formule: $v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$
- §17.3 G. Je kunt uitleggen hoe het zonnestelsel ontstaan is (planeten, manen, ringen, astroidengordels, kometen en de zon), waarom alle planeten in dezelfde richting om de zon draaien en waarom hun baanvlakken en rotatieassen iets van elkaar verschillen.
- H. Je kunt een **planeetbaan modelleren** in Coach.

afleidingen:

$$\textcircled{1} F_z = F_{mpz}$$

$$\textcircled{2} E_{kin} + E_g = 0$$

$$\textcircled{3} \frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

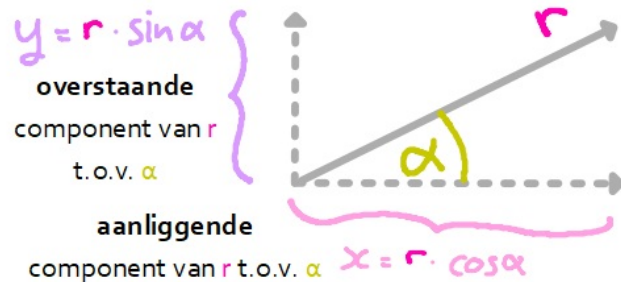
Derde wet van Kepler

Let goed op de verschillende mogelijke betekenissen van **r** of **R** in formules. Dit kan staan voor:

- straal van hemellichaam zelf
- baanstraal van hemellichaam t.o.v. ander hemellichaam
- afstand tot hemellichaam van een object

Welke wiskundige technieken kunnen van pas komen bij dit hoofdstuk?

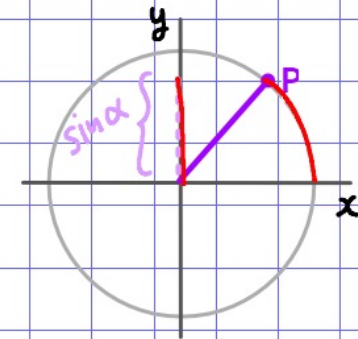
HERHALING GONIOMETRIE



kleine hoeken-

"Voor hoeken α tot 0,2 rad
(oftewel 10 graden) geldt: n-benadering:

$\sin \alpha = \alpha$ en ook $\tan \alpha = \alpha$." LET OP: Dit geldt
alleen als je in radialen



lineairiseren van functies

opgave 24

b) rechte lijn, want: c) $T^2 = \frac{4\pi^2}{C} \cdot m$

$$T^2 = (2\pi)^2 \cdot \frac{m}{C}$$
$$T^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{m}{C}$$
$$y = a \cdot x + b$$

de afgeleide v.e. functie gebruiken

$$u = A \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right)$$
$$\frac{du}{dt} = v = A \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{T} \cdot t\right) \cdot \frac{2\pi}{T}$$

wordt maximaal 1 dus $v_{\max} = 2\pi \cdot \frac{A}{T}$

Welke basistypen van opgaven keren elk hoofdstuk terug?

$$\sigma = \frac{2 \cdot (3,14)^5 \cdot (1,38 \cdot 10^{-23})^4}{15 \cdot (3,00 \cdot 10^8)^2 \cdot (6,626 \cdot 10^{-34})^3}$$

$$\sigma = \frac{610 \cdot 1,38^4 \cdot (10^{-23})^4}{15 \cdot 3,00^2 \cdot (10^8)^2 \cdot 6,626^3 \cdot (10^{-34})^3}$$

$$\sigma = \frac{2212 \cdot (10^{-92})}{135 \cdot (10^{16}) \cdot 291 \cdot (10^{-102})}$$

$$\sigma = \frac{2212}{135 \cdot 291} \cdot \frac{10^{-92}}{10^{16} \cdot 10^{-102}}$$

$$\sigma = 0,0563 \cdot 10^{-6} = 5,63 \cdot 10^{-6}$$

natuurconstante uit binas narekenen

$$J = \text{kg} \cdot \left(\frac{\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}}{\text{J} \cdot \text{s}} \right)^2$$

$$J = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{J} \cdot \text{s}} \right)^2$$

$$J = \text{kg} \cdot \left(\frac{\cancel{\text{N}} \cdot \text{m}^2}{\cancel{\text{N}} \cdot \cancel{\text{m}} \cdot \text{s}} \right)^2$$

$$J = \text{kg} \cdot \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}$$

$$J = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{m} = \text{N} \cdot \text{m}$$

tabel 3A en 4
uit binas:

$$J = \text{N} \cdot \text{m}$$

en

$$\text{N} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

dimensie-analyse (aantonen dat een bepaalde eenheid bij een bepaalde grootheid hoort)

Welke natuurkundige principes keren regelmatig terug?

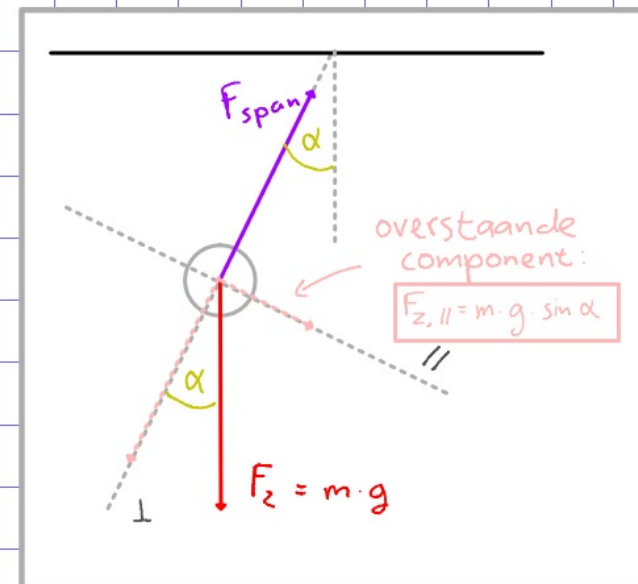
behoud van energie



nettokracht en eerste wet van Newton

"Als de **nettokracht** op een voorwerp **nul** is, dan beweegt het voorwerp **eenparig** of staat het stil."

nettokracht in twee dimensies
(x/y) en krachten onder hoeken



Hoofdstuk 17: Gravitatie

- *CONTEXT* -

De volgende pagina's geven interessante achtergrondinformatie bij de stof van dit hoofdstuk zoals voorbeelden uit de natuur van de verschijnselen of technische toepassingen van de natuurkundige inzichten bij deze verschijnselen. Zulke achtergrond informatie heet ook wel context. Het is niet noodzakelijk om deze pagina's te bestuderen voor het proefwerk maar het is wel interessante kennis!

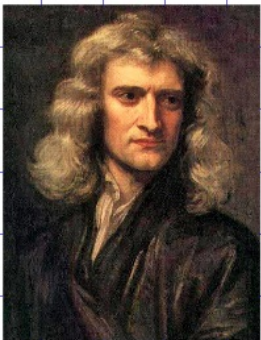
"Aan welke wetten houdt de natuur zich wat betreft krachten en beweging?"



Aristoteles:

"Alle voorwerpen **streven naar rust**. Alleen als er een kracht op een voorwerp werkt zal het voorwerp bewegen."

"Als je stop met duwen komt de auto immers tot stilstand!"



Isaac Newton:

1e wet: "Een voorwerp is in rust of beweegt eenparig, **tenzij er een nettokracht op werkt**."

2e wet: "Een voorwerp versnelt of vertraagt **in verhouding met de nettokracht en de massa**."

3e wet: "Als een voorwerp A een kracht uitoefent op een voorwerp B, dan oefent B een **evengrote, tegengestelde** kracht uit op voorwerp

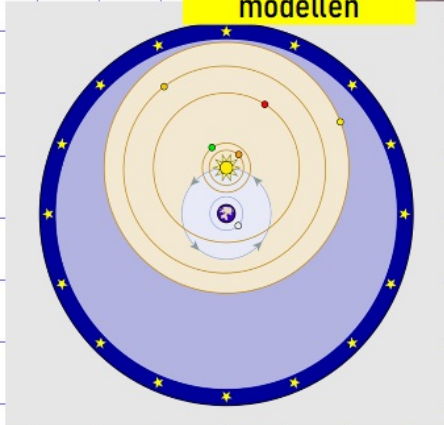
"Een perfect gladde ijshockeypuck op een perfect gladde ijsvloer in een oneindig lange vacuum hal zou eeuwig blijven doorglijden!"



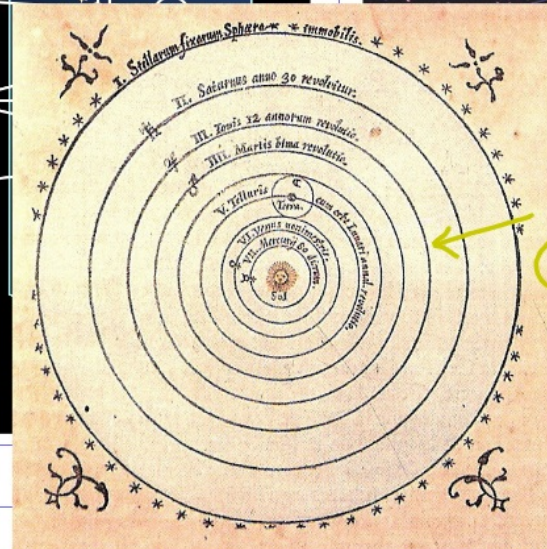
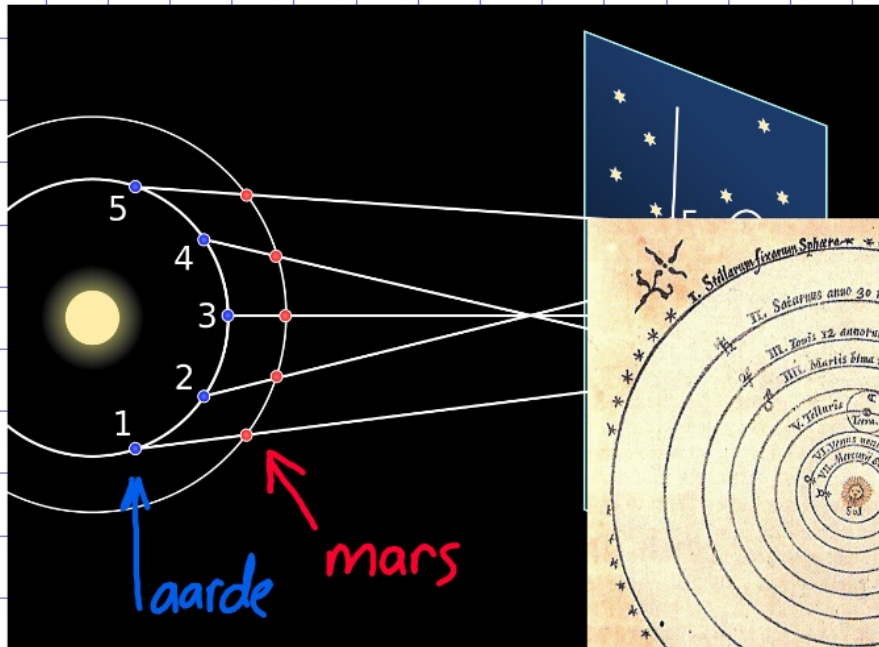
"Welke voorstellingen van het universum zijn er geweest?"



geocentrische modellen



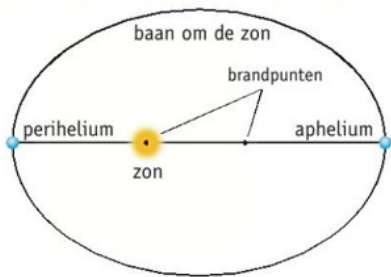
"Welke voorstellingen van het universum zijn er geweest?"



copernicaans model:

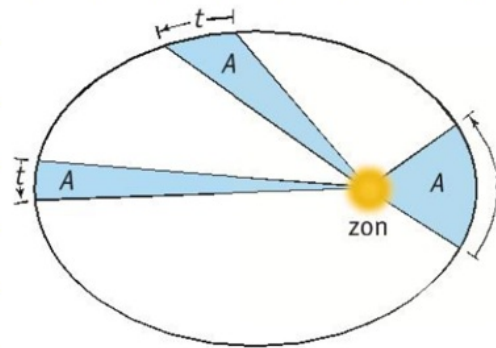
Nicolaas Copernicus (1543 CE, Polen)

"Welke voorstelling van het universum gebruiken we nu?"



▲ **Figuur 17.2** Elliptische baan rond de zoon

1^e wet van Kepler



▲ **Figuur 17.3** Keplers tweede wet: in dezelfde tijd (t) wordt hetzelfde oppervlak (A) bestreken

2^e wet van Kepler
($E_k + E_g = \text{constant}$)

model van Kepler:
Johannes Kepler (1609 CE, Duitsland)

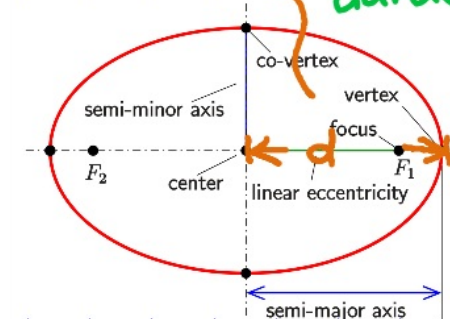
3^e wet van Kepler

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} \quad v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

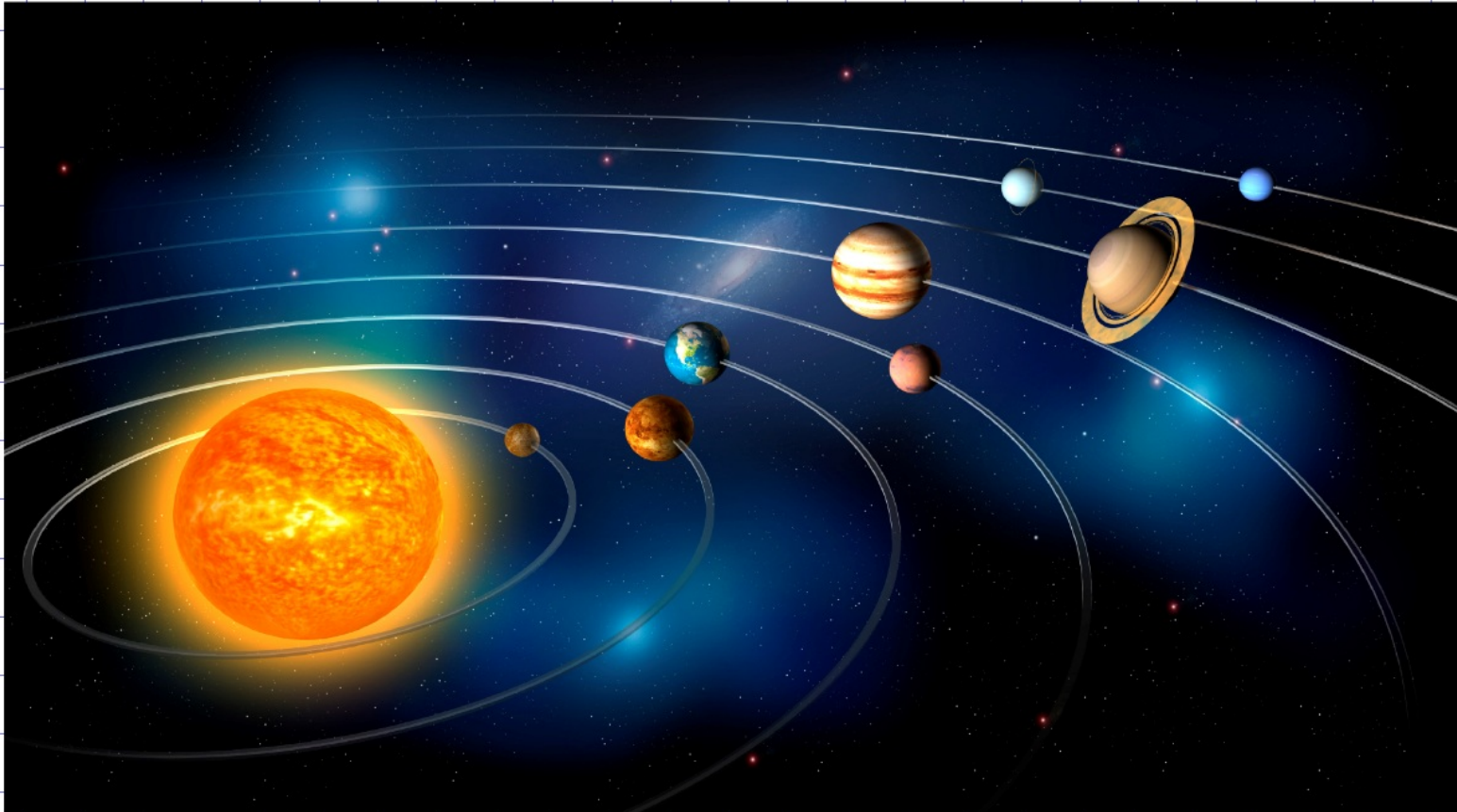
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

$$\frac{T^2}{d^3} = \text{constant}$$

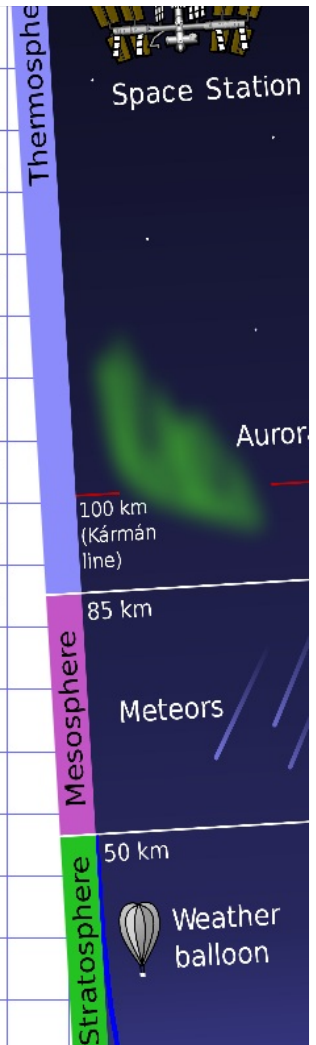
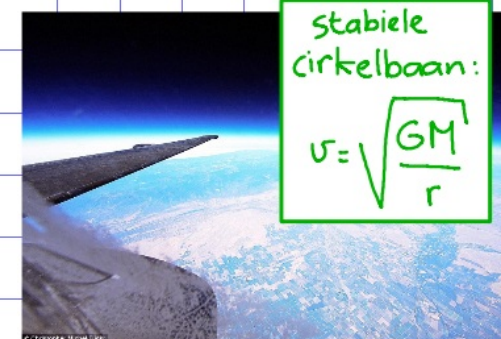
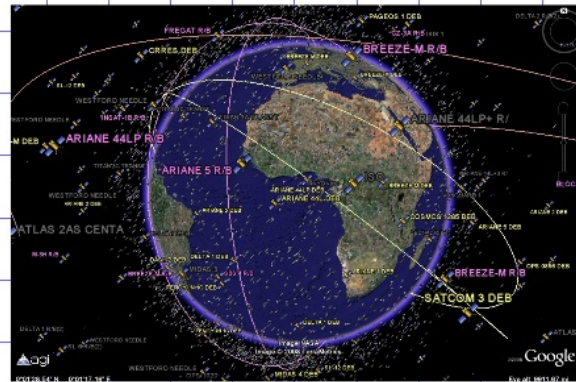
voor bijv. aarde



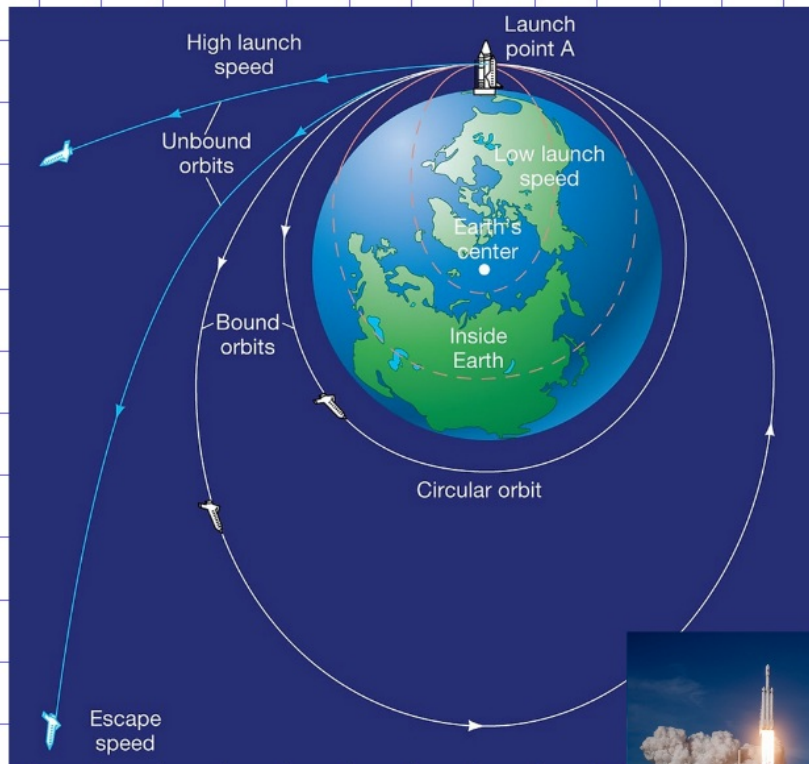
"Welke krachten houden het zonnestelsel bij elkaar en in beweging?"



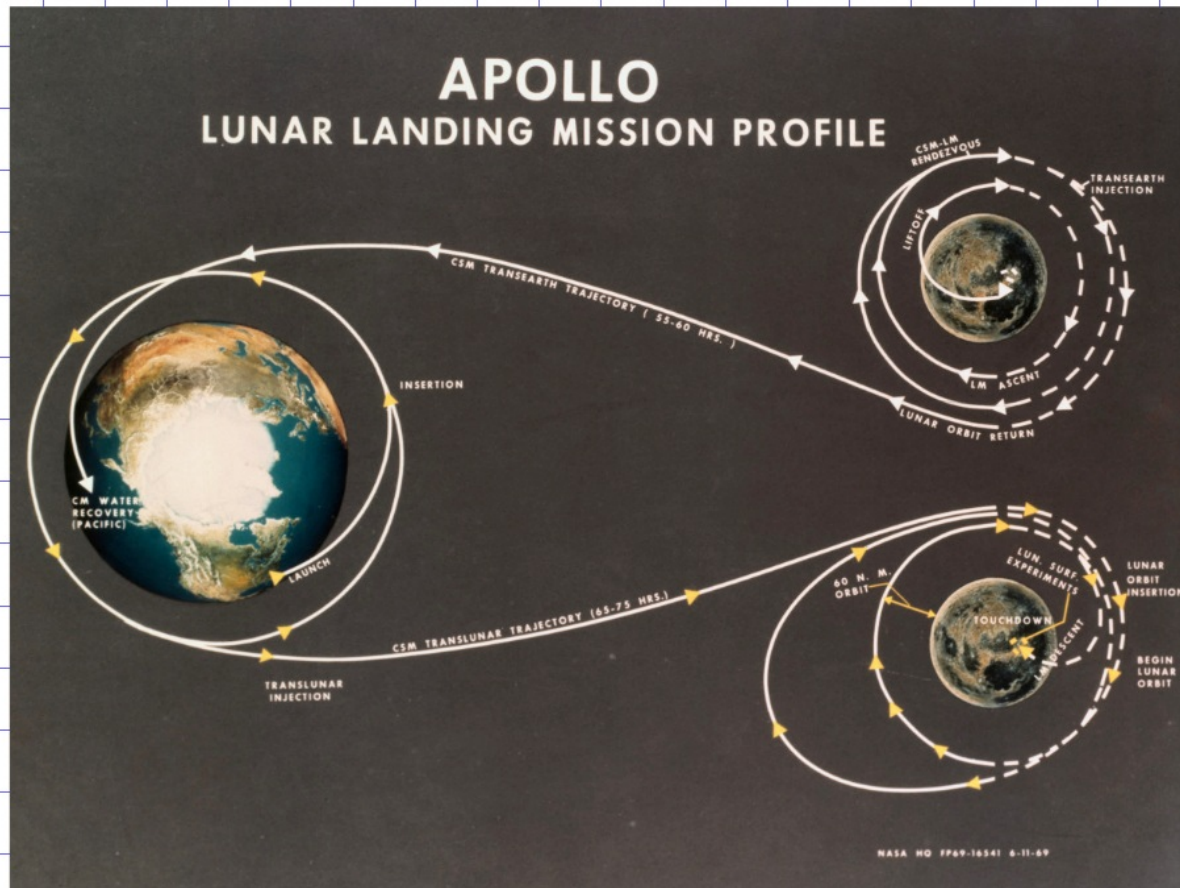
"Wat betekent het als je "in de ruimte" bent?"



"Wat betekent het als je "in de ruimte" bent?"



"Hoe is baanmechanica ingezet in de maanmissies?"

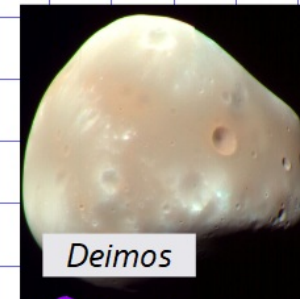
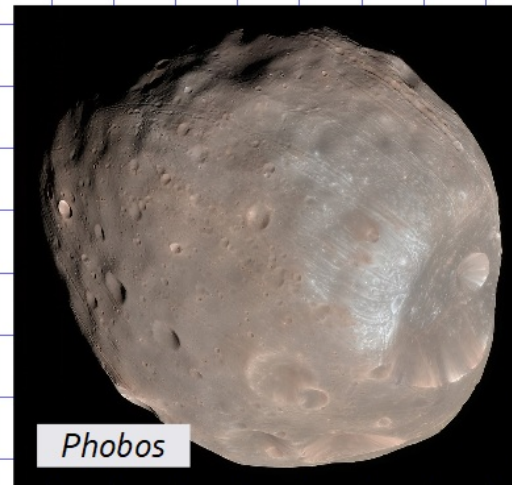
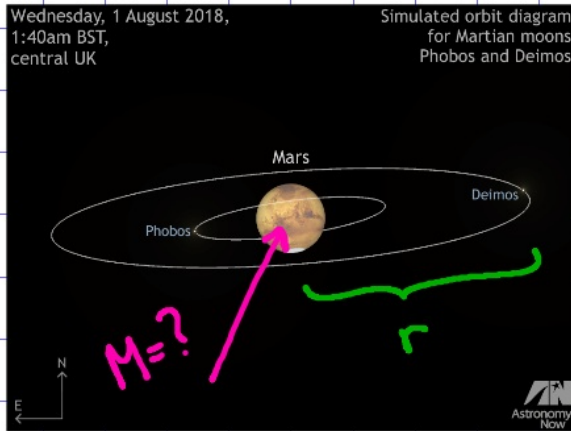


stabile
cirkelbaan:
$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

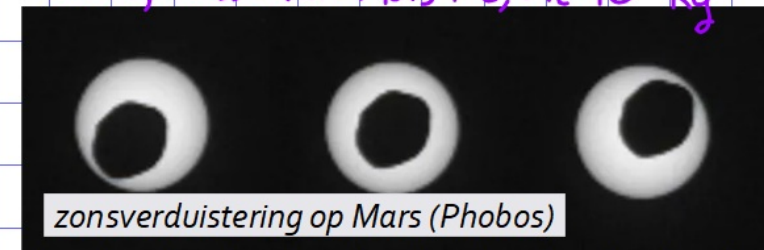
"In welke richting werkt de kracht die een voorwerp in een eenparige cirkelbeweging houdt?"



"Hoe bepaal je de massa van een planeet?"



Binas, massa van Mars: $0,642 \cdot 10^{24}$ kg



stabiële cirkelbaan:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

omloopsnelheid

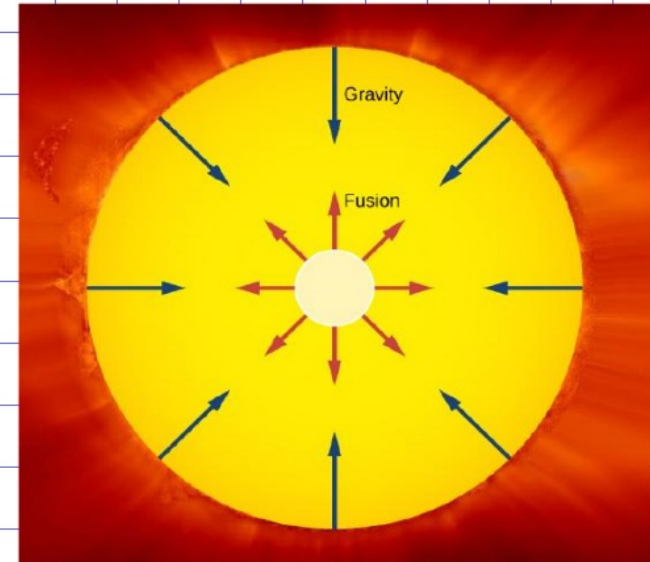
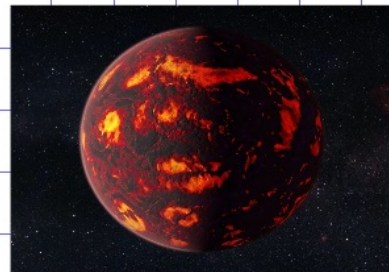
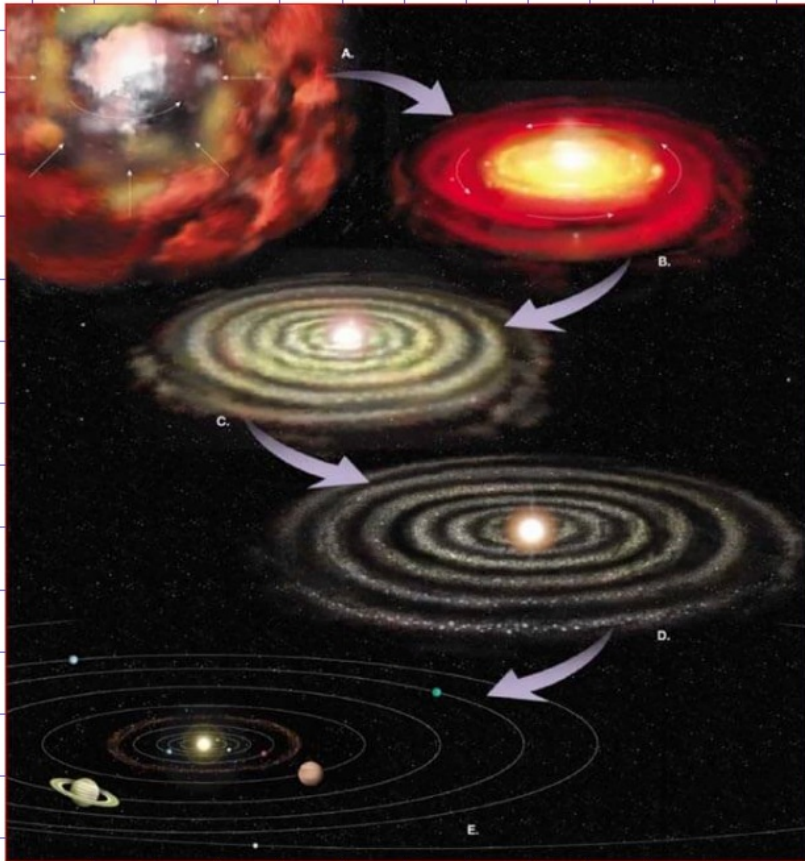
$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \quad (3^e \text{ wet van Kepler})$$

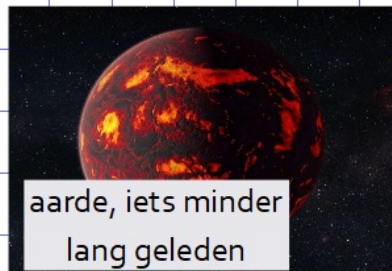
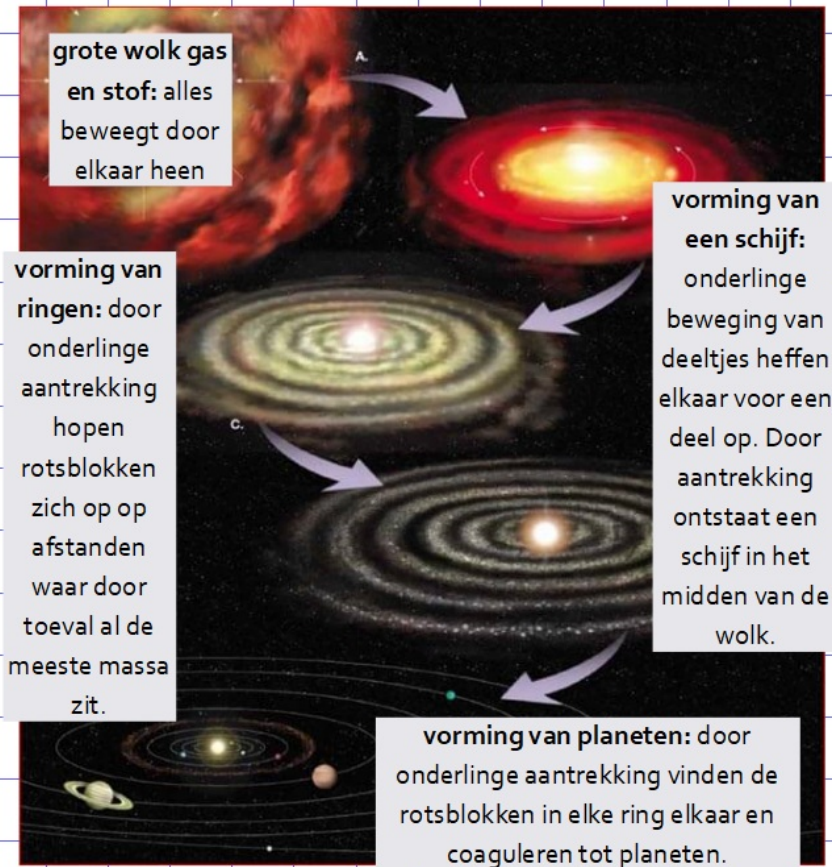
"Waarom is er twee keer eb en twee keer vloed per dag?"



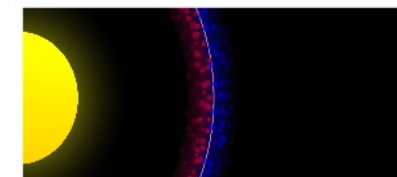
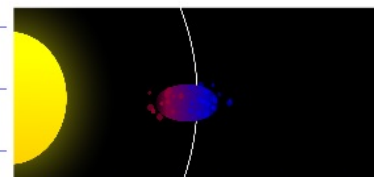
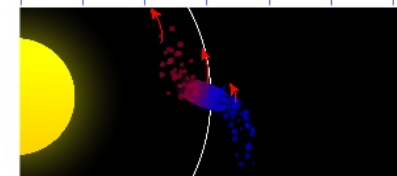
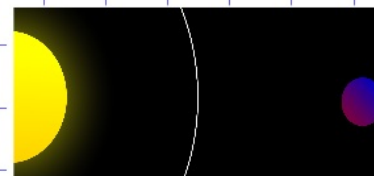
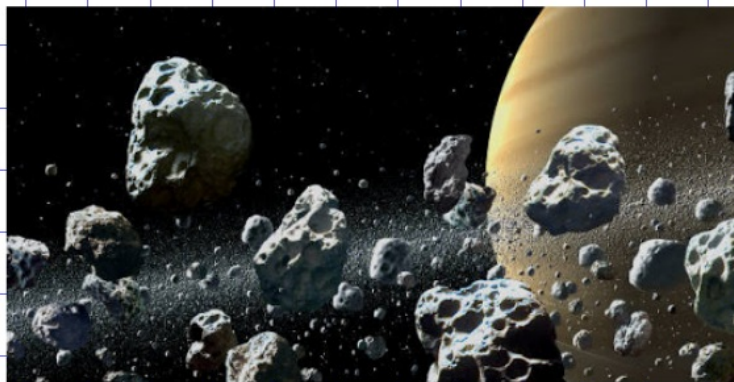
"Hoe is het zonnestelsel ontstaan?"



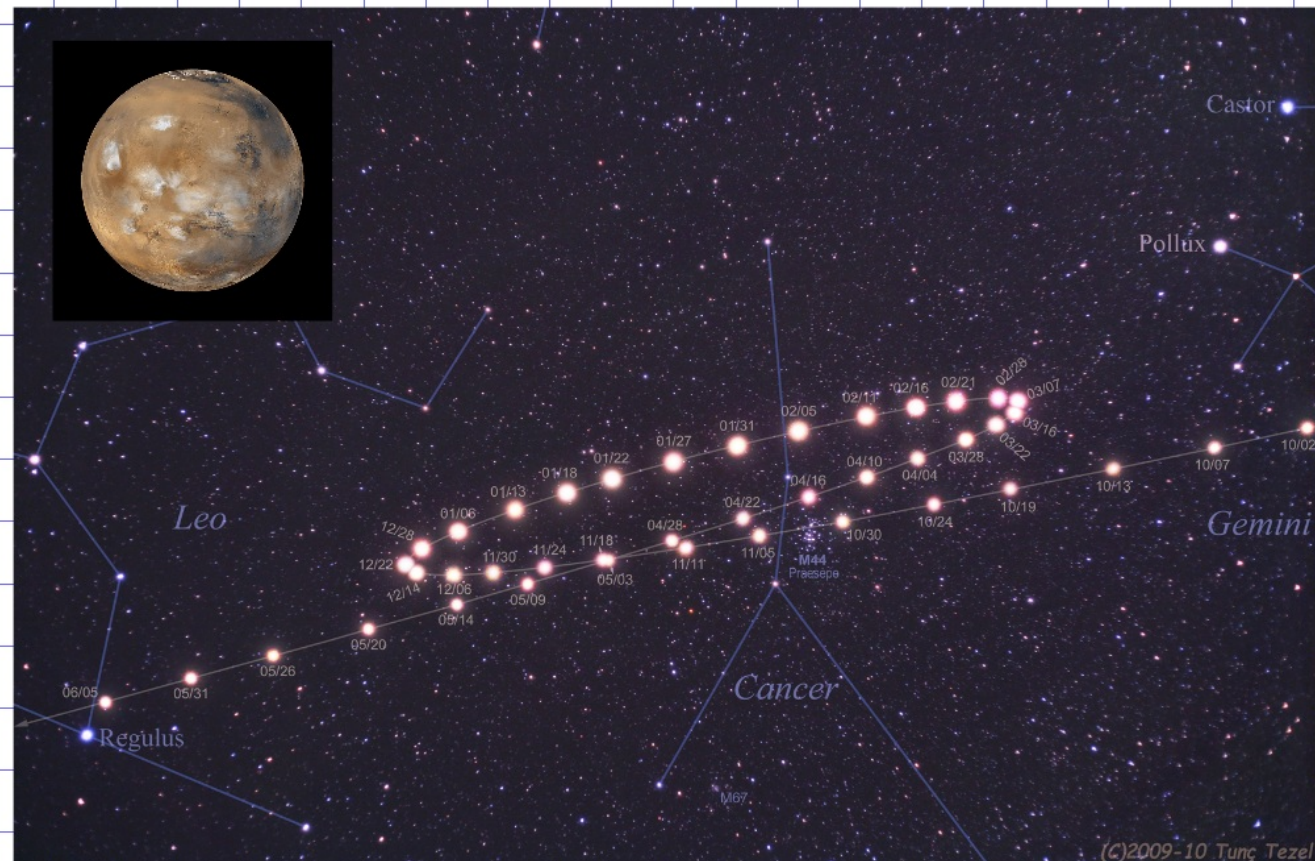
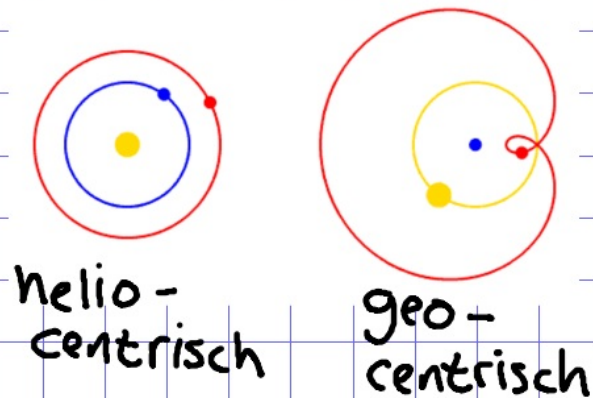
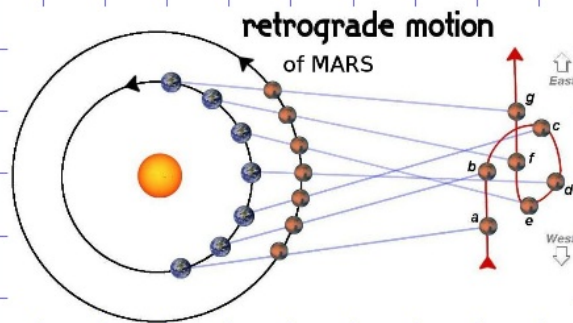
"Hoe is het zonnestelsel ontstaan en hoe vormen zich sterren en planeten?"



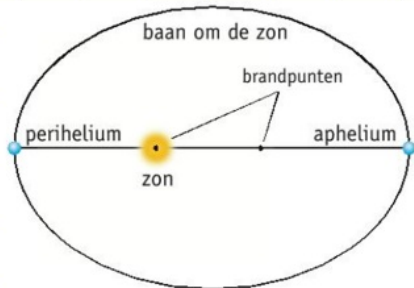
"Waarom hebben sommige planeten ringen?"



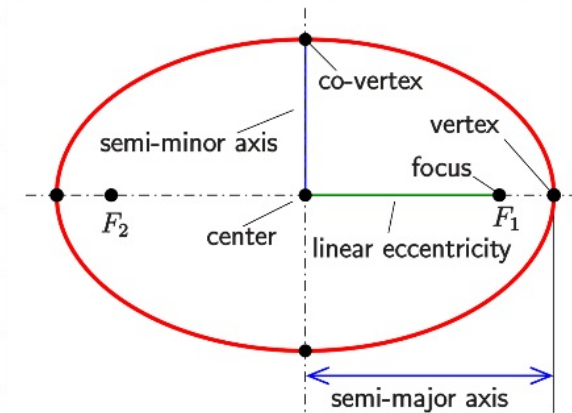
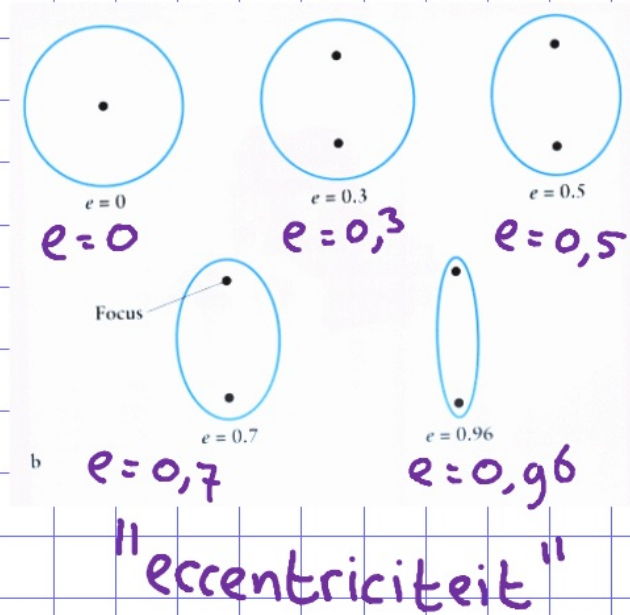
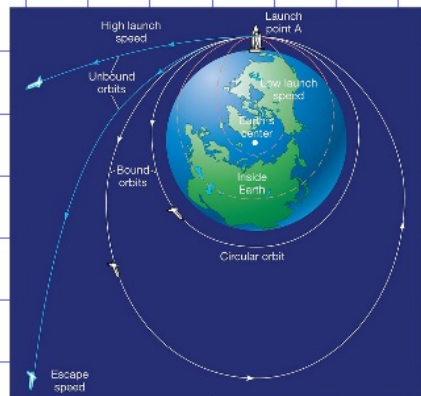
"Hoe ontstaat de retrograde beweging van Mars?"



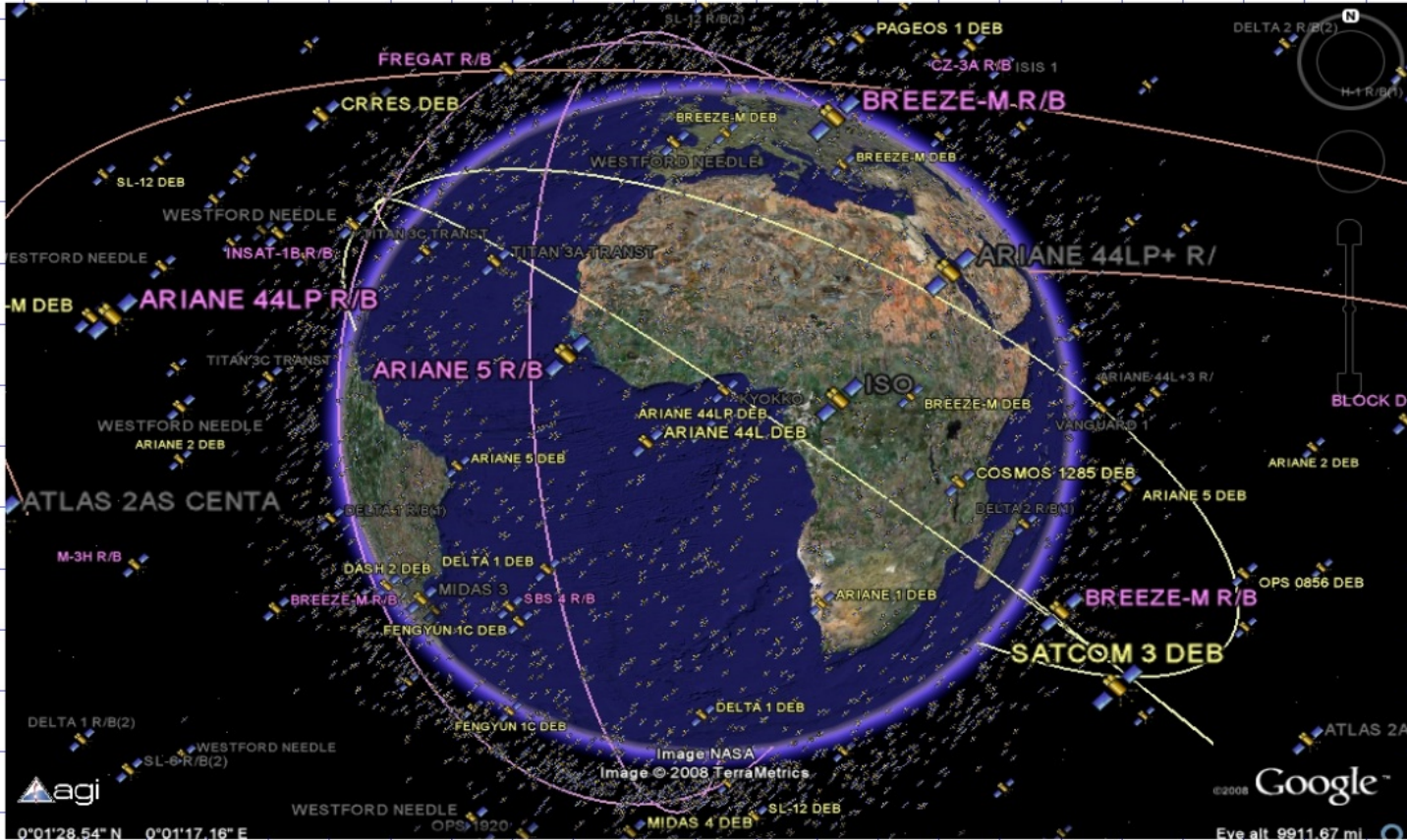
"Welke voorstelling van het universum gebruiken we nu?"



▲ **Figuur 17.2** Elliptische baan rond de zoon



"Hoeveel satelieten draaien er inmiddels om de aarde?"



"Hoe landden de astronauten op de maan ..."



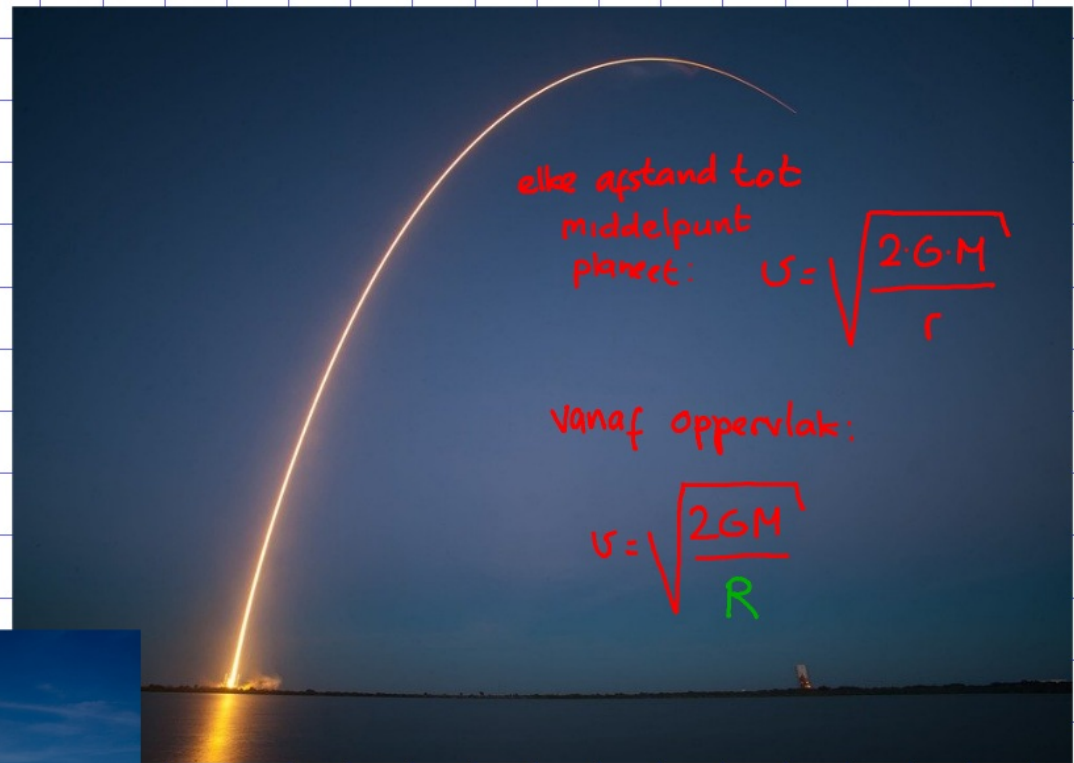
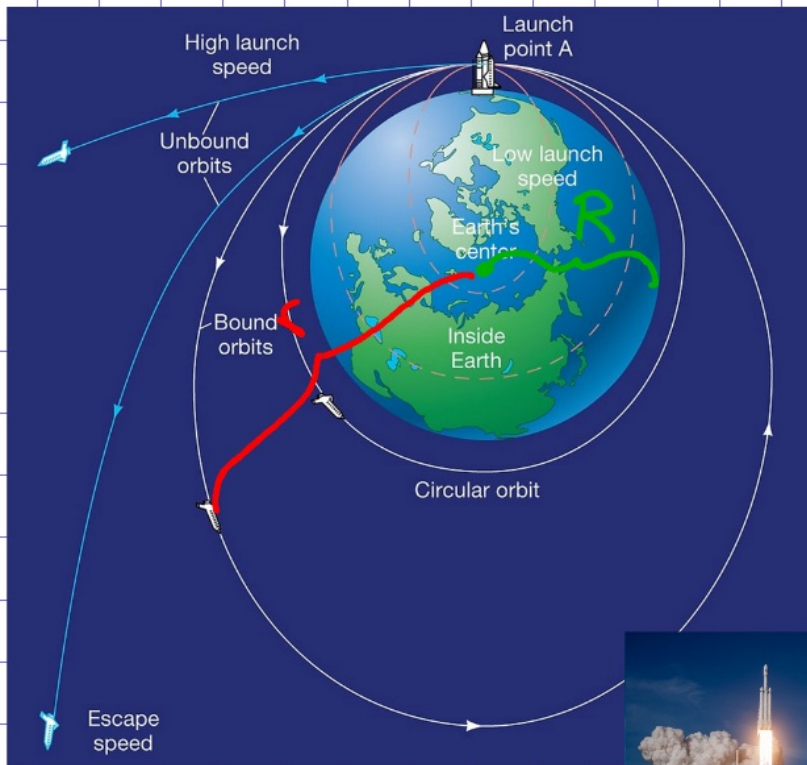
"... en hoe stegen ze daar weer op?"

"Waardoor draaien planeten rondjes om de zon?"



"Wat betekent het als je "in de ruimte" bent?"

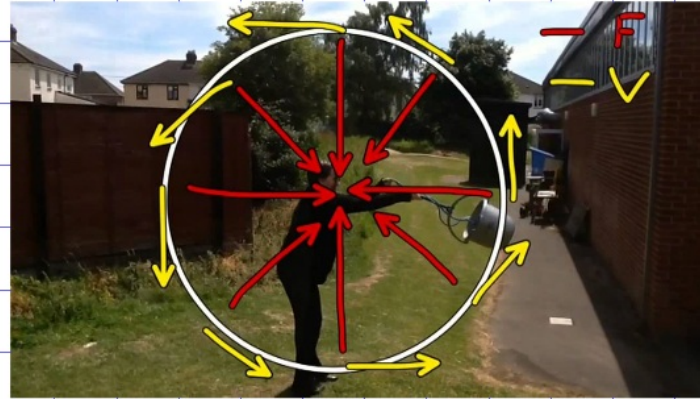
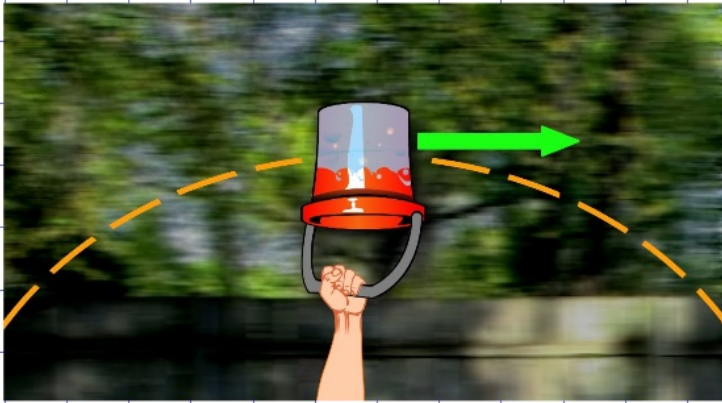
et?



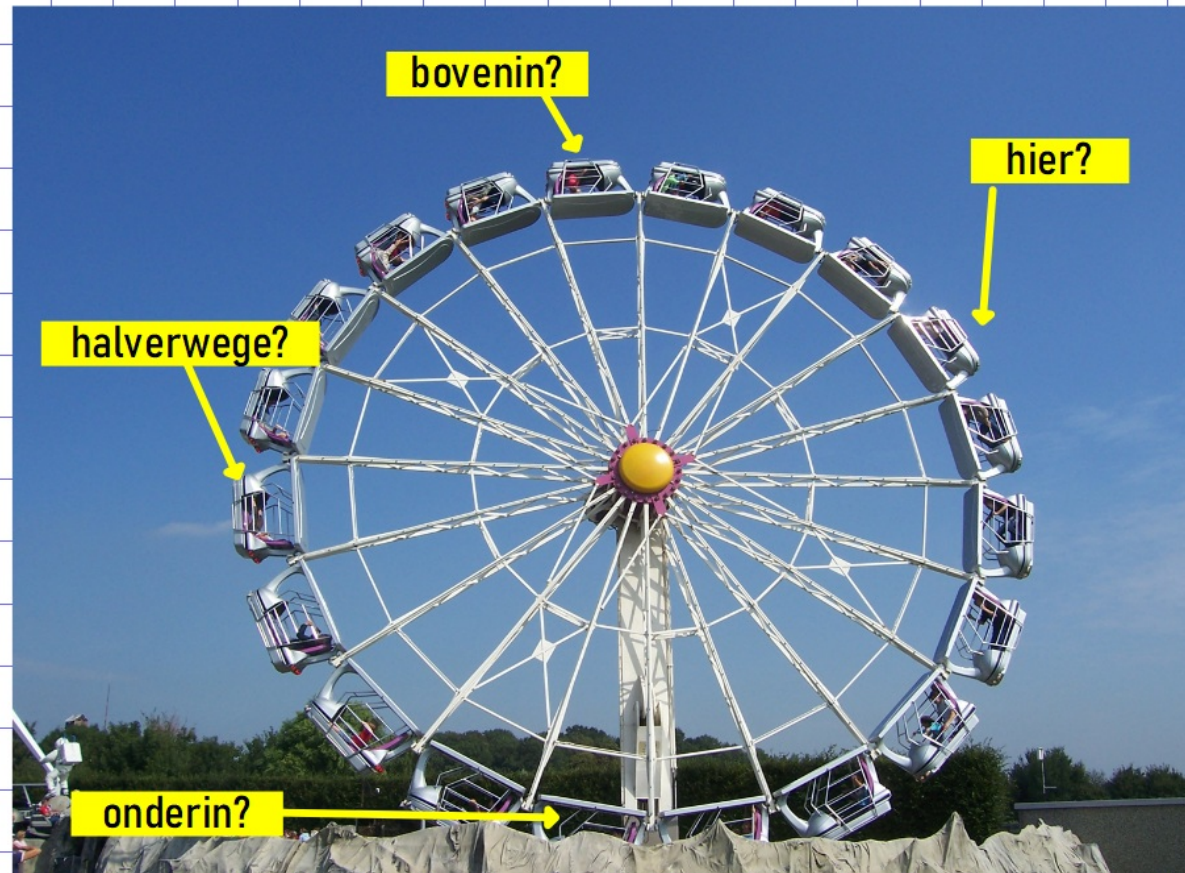
"Hoe bewegen voorwerpen als er geen kracht (meer) op werkt?"



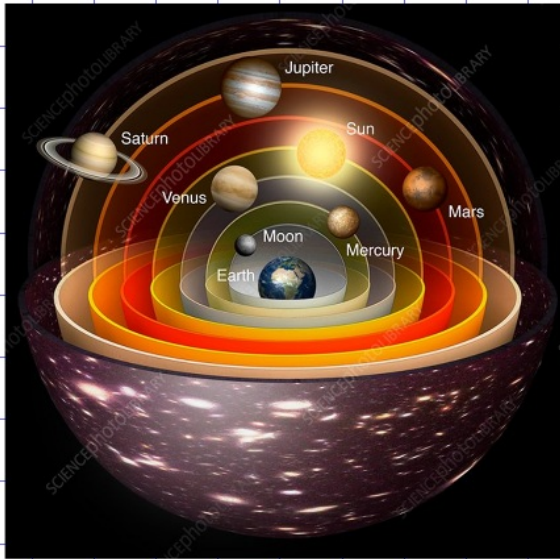
"Waardoor blijft het water in de emmer?"



"Op welk punt in de rondgang wordt je het hardst in je stoel gedrukt?"

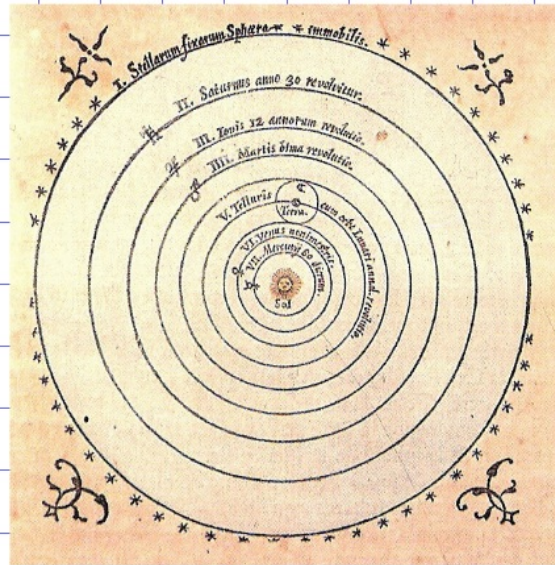


"Welke voorstellingen van het universum zijn er geweest?"



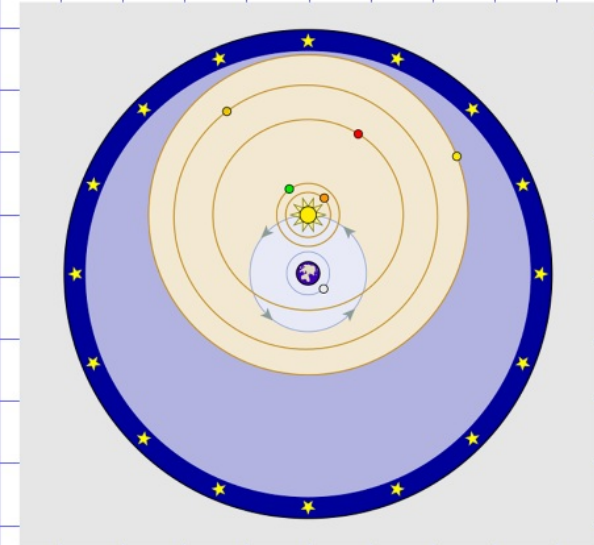
geocentrisch model:

Aristoteles en Ptolemeus (klassieke oudheid en middeleeuwen)



copernicaans model:

Nicolaas Copernicus (1543 CE, Polen)

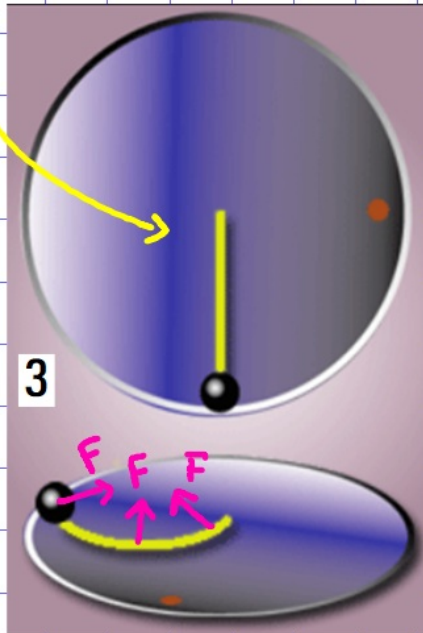
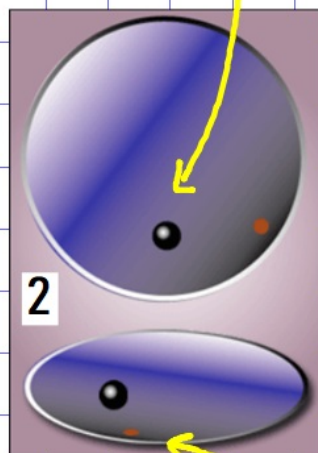
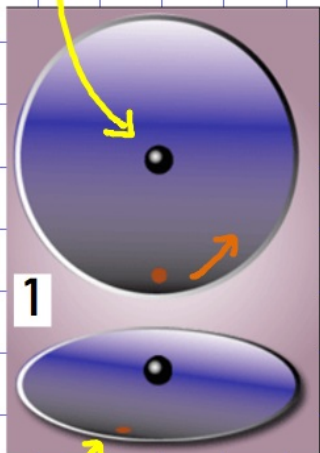


tychonisch model:

Tycho Brahe (1588 CE, Zweden)

"Wat zijn schijnkrachten?"

De zwarte bal vliegt in een rechte lijn (gezien vanuit ons perspectief) over de draaiende schijf.

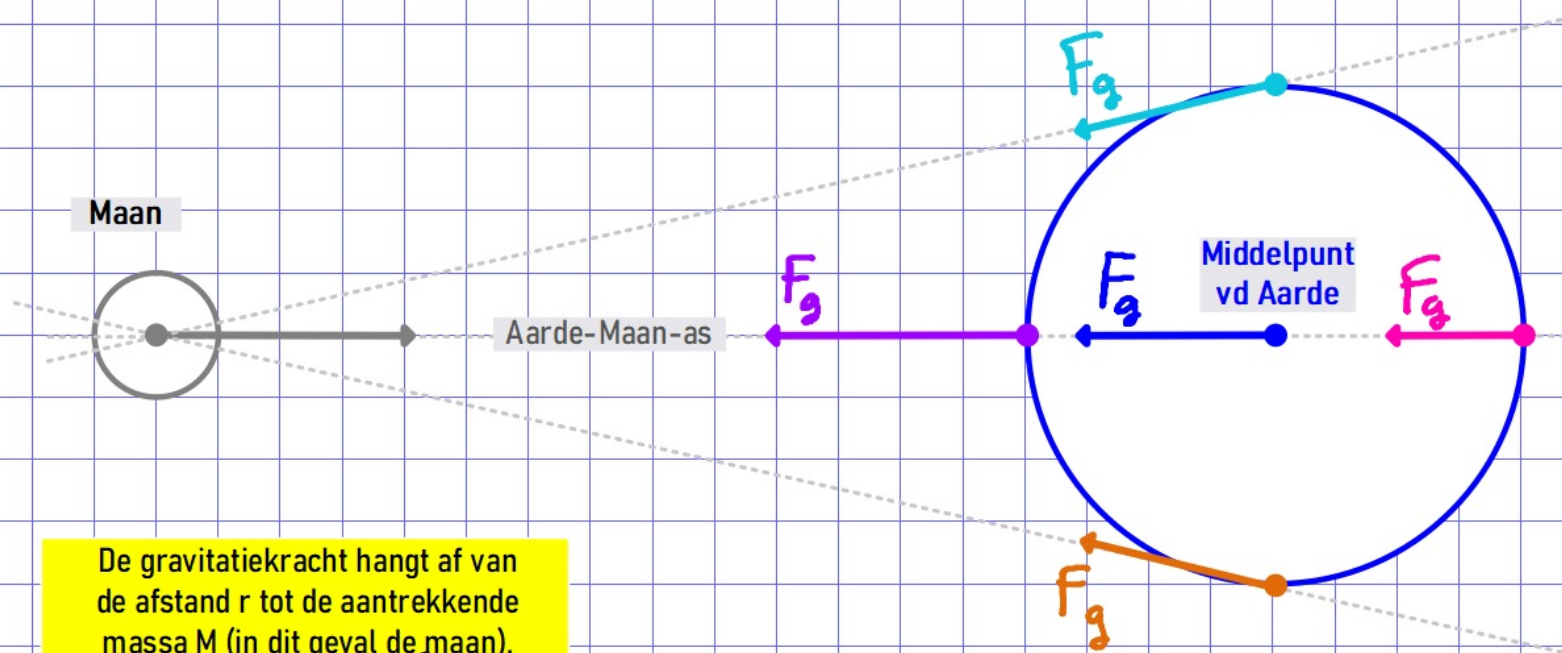


Een waarnemer die op de schijf staat en meedraait (de oranje stip) ziet de bal een kromme baan beschrijven. Deze waarnemer concludeert dat er een nettokracht op de bal moet werken omdat deze niet in een rechte lijn beweegt.

Deze (netto)kracht bestaat niet echt, maar lijkt op te treden omdat de waarnemer de situatie beschouwt vanuit een stelsel dat versnelt (omdat het roteert): het is een schijnkracht.



"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"

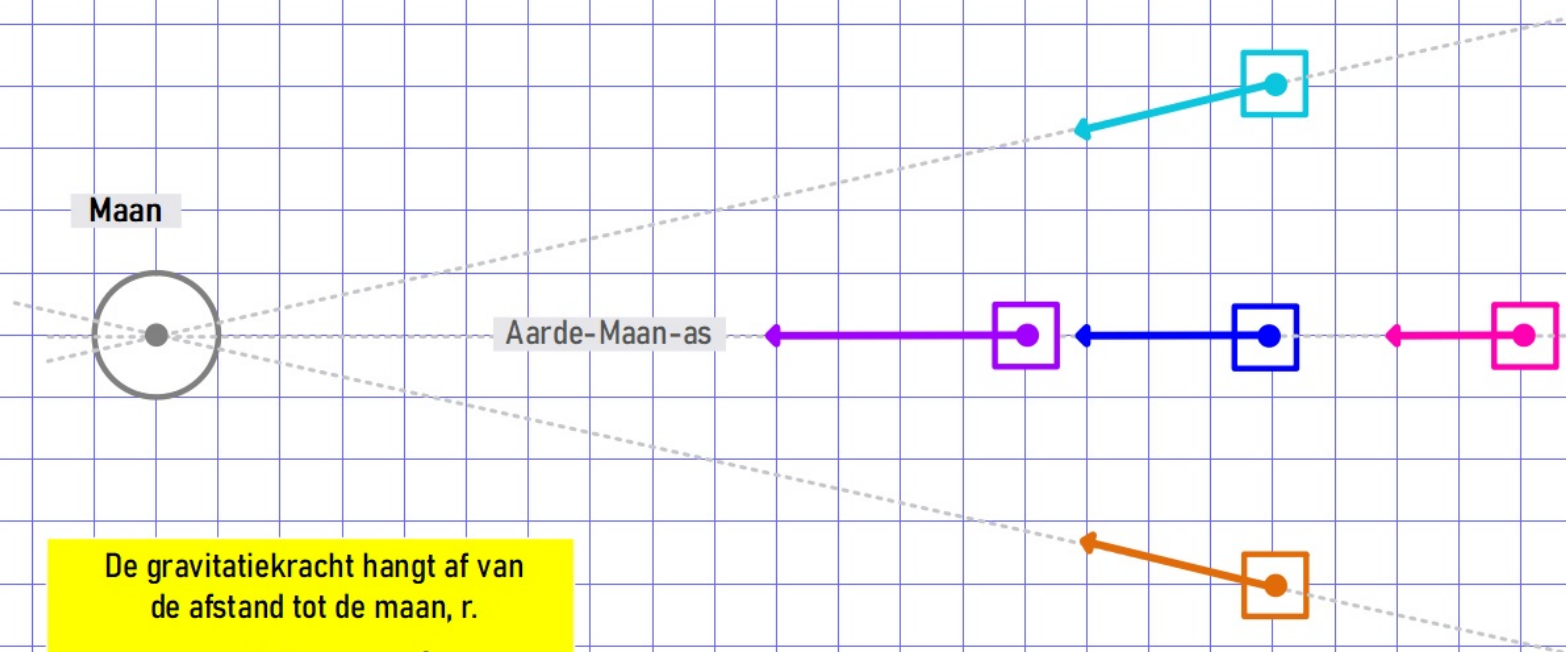


De gravitatiekracht hangt af van de afstand r tot de aantrekkende massa M (in dit geval de maan).

$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

De richting en grootte van de gravitatiekracht van de maan op elk van deze punten op aarde is dus iets anders dan in de andere punten.

"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"

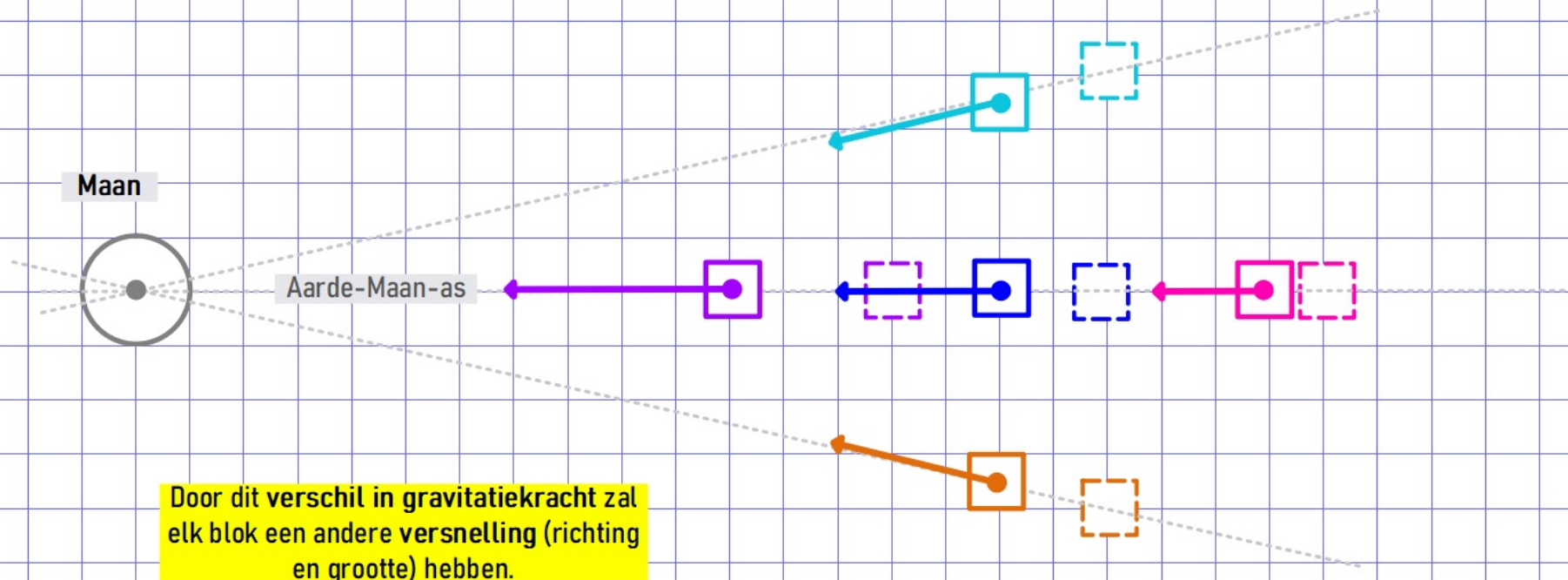


De gravitatiekracht hangt af van de afstand tot de maan, r .

$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

We halen de aarde weg en plaatsen blokken in de vijf punten. De richting en grootte van de gravitatiekracht van de maan op elk van deze blokken is dus ook weer iets anders dan op de andere blokken.

"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"



"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"

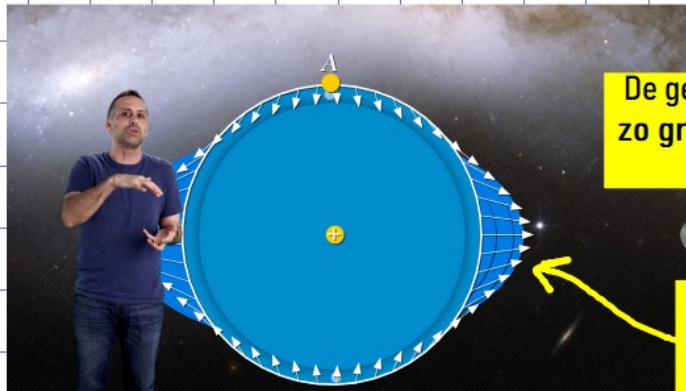


"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"



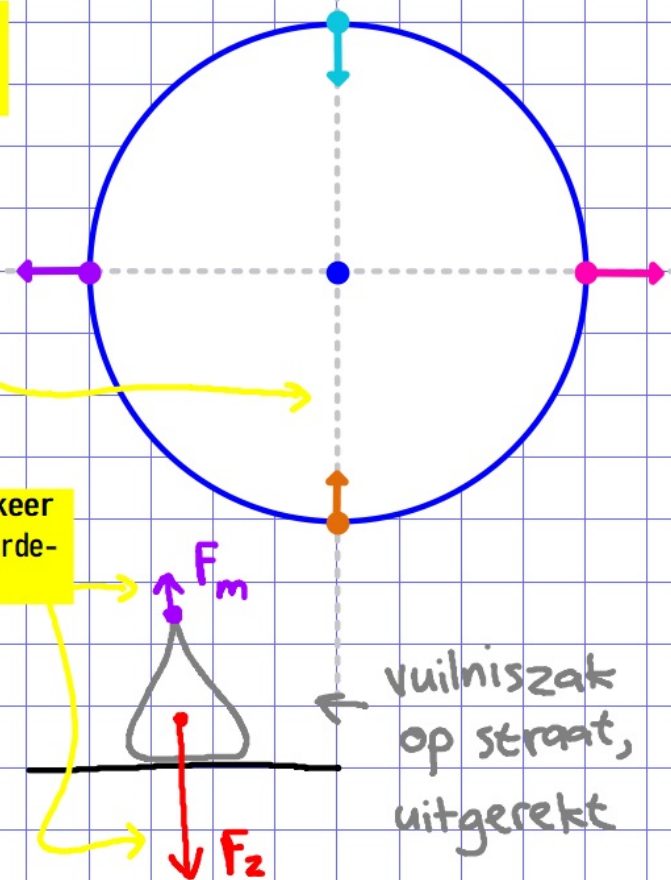
De getijdenkracht lijkt te werken op elk punt op aarde en kan weergegeven worden als een getijdenveld.

De getijdenkracht lijkt op de aarde-maan-as als een soort anti-zwaartekracht te werken, en haaks op deze as de zwaartekracht juist te versterken.

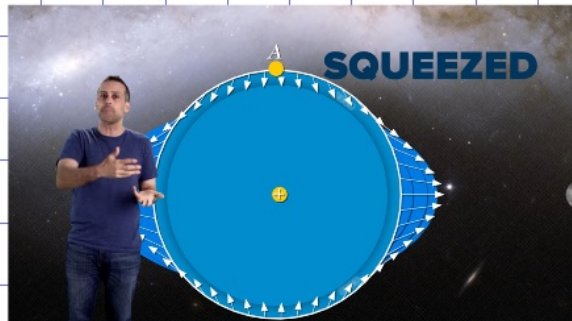
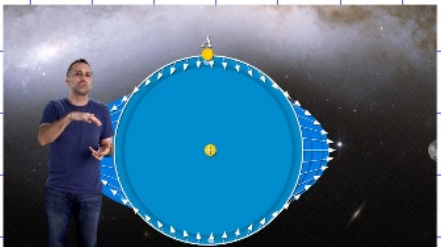


De getijdenkracht is maar klein, ongeveer 10^{-7} keer zo groot als F_z . Daarom stijgen dingen op de aarde-maan-as niet op.

Maar door de getijdenkracht raakt de wereldomvattende watermassa van de oceanen wel vervormd.



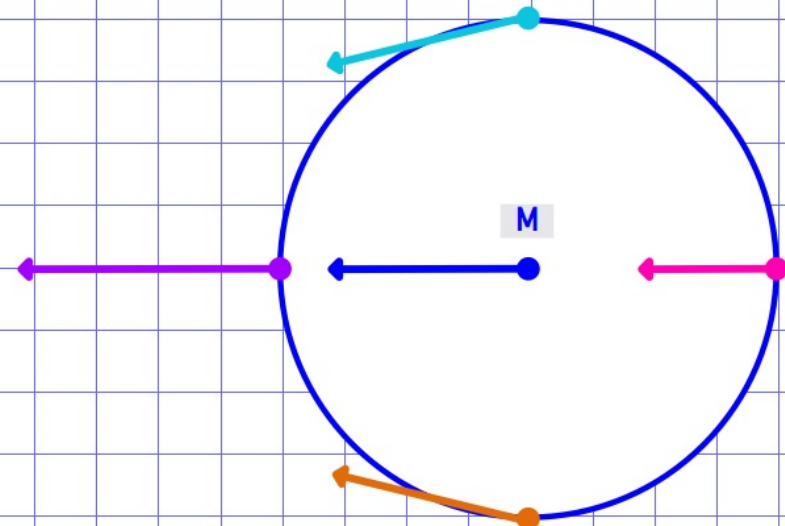
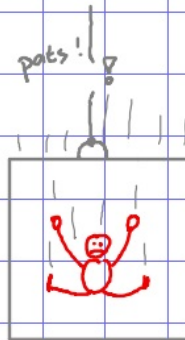
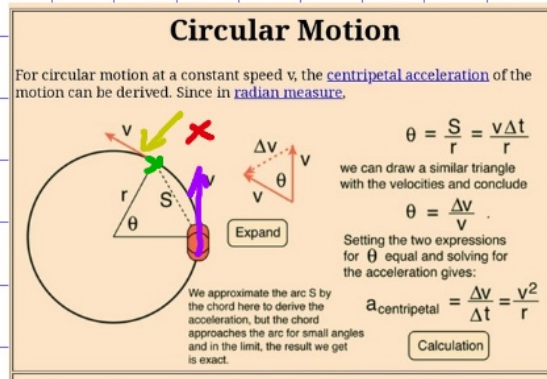
"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"



De totale resultante van alle getijdenkrachtjes bij elkaar vervormt de wereldomvattende watermassa tot de vorm in deze afbeeldingen. De aarde draait in 24 uur een keer rond in deze vorm en elke plek op aarde komt dus per dag niet een maar twee vloedbergen tegen.

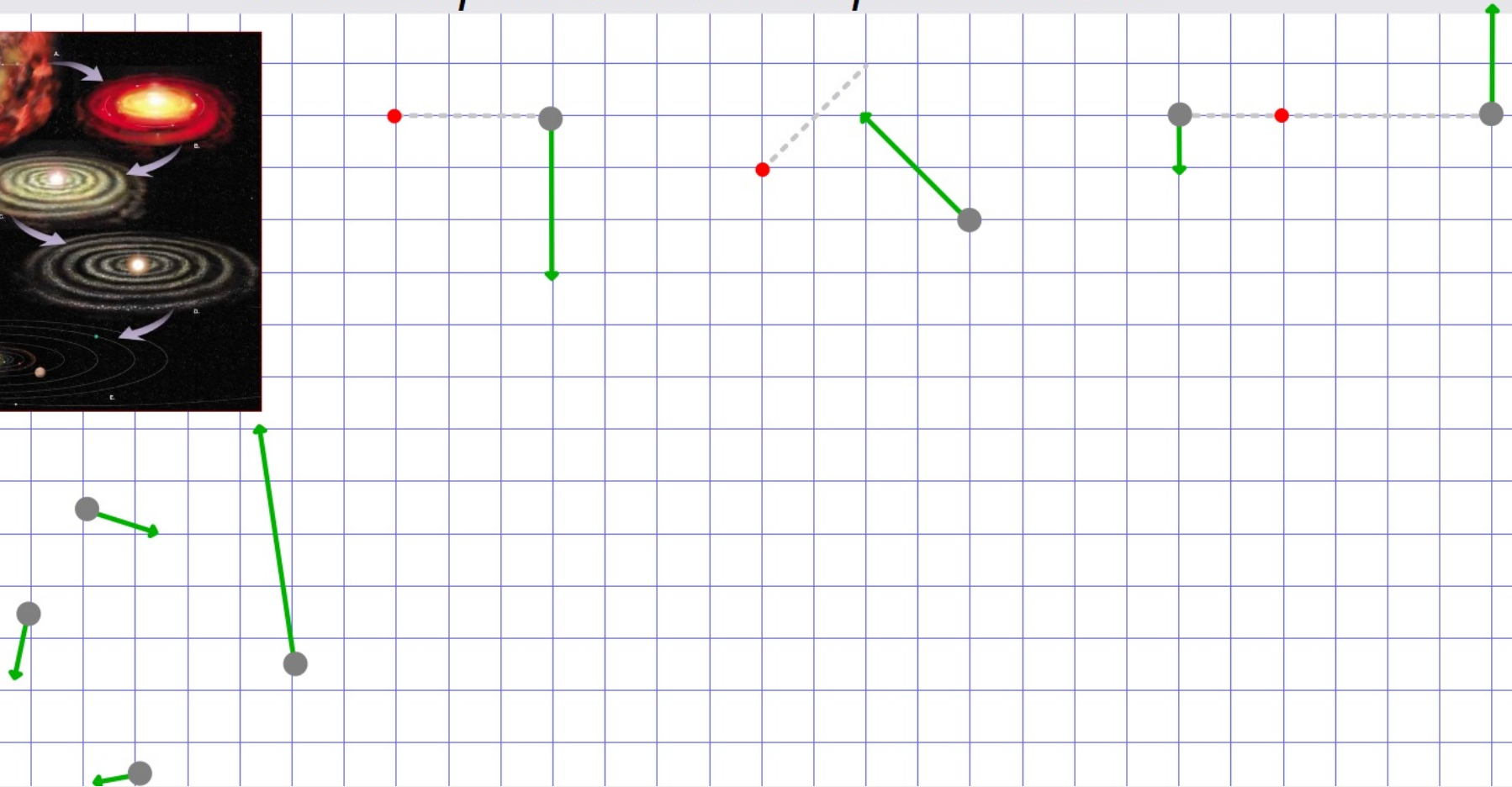
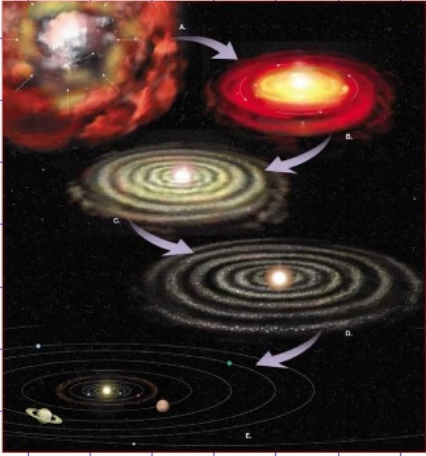


"Waarom is er twee keer per dag eb en vloed?"

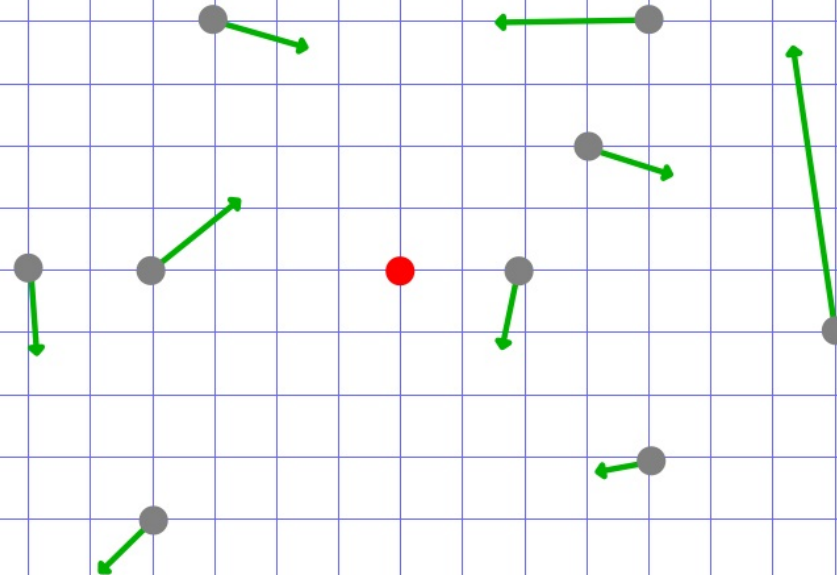
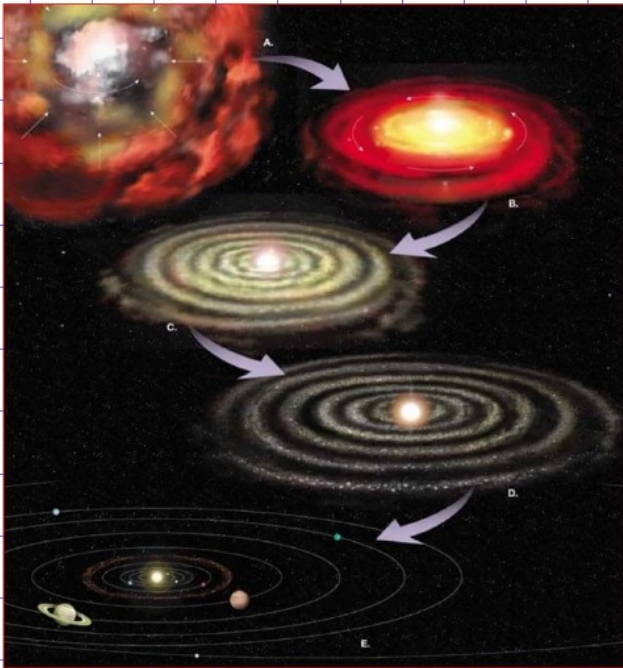


De aarde lijkt niet rechtstreeks naar de maan te vallen, maar de eenparige cirkelbeweging van de aarde om de maan heen telt wel als een versnelling naar de maan toe. De aarde valt naar de maan toe, maar heeft ook een dusdanig grote baansnelheid die loodrecht op de maan-aarde-as staat waardoor de aarde nooit op de maan stort.

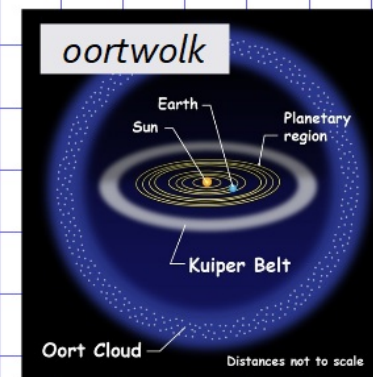
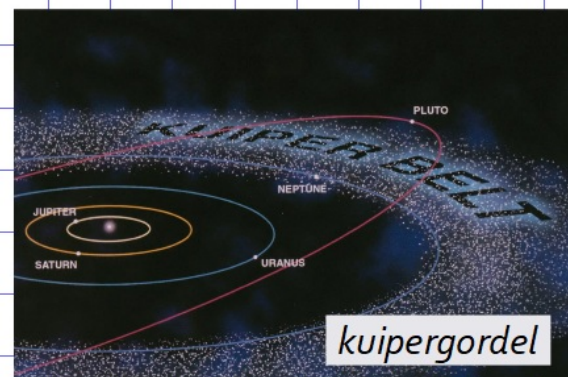
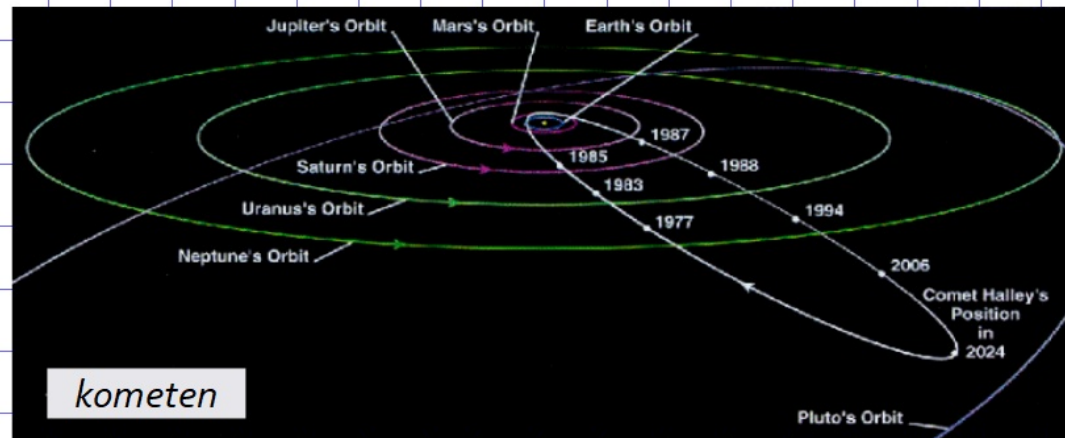
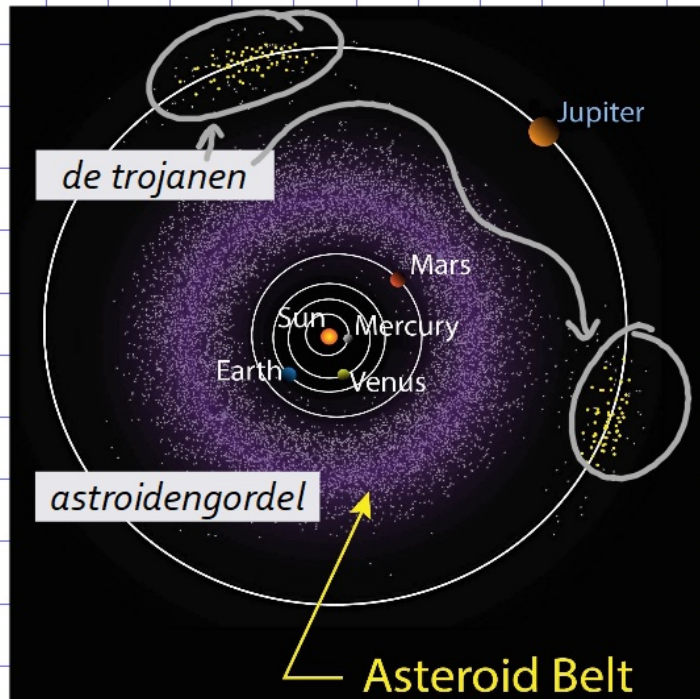
"Wat is impuls en wat is impulsmoment?"



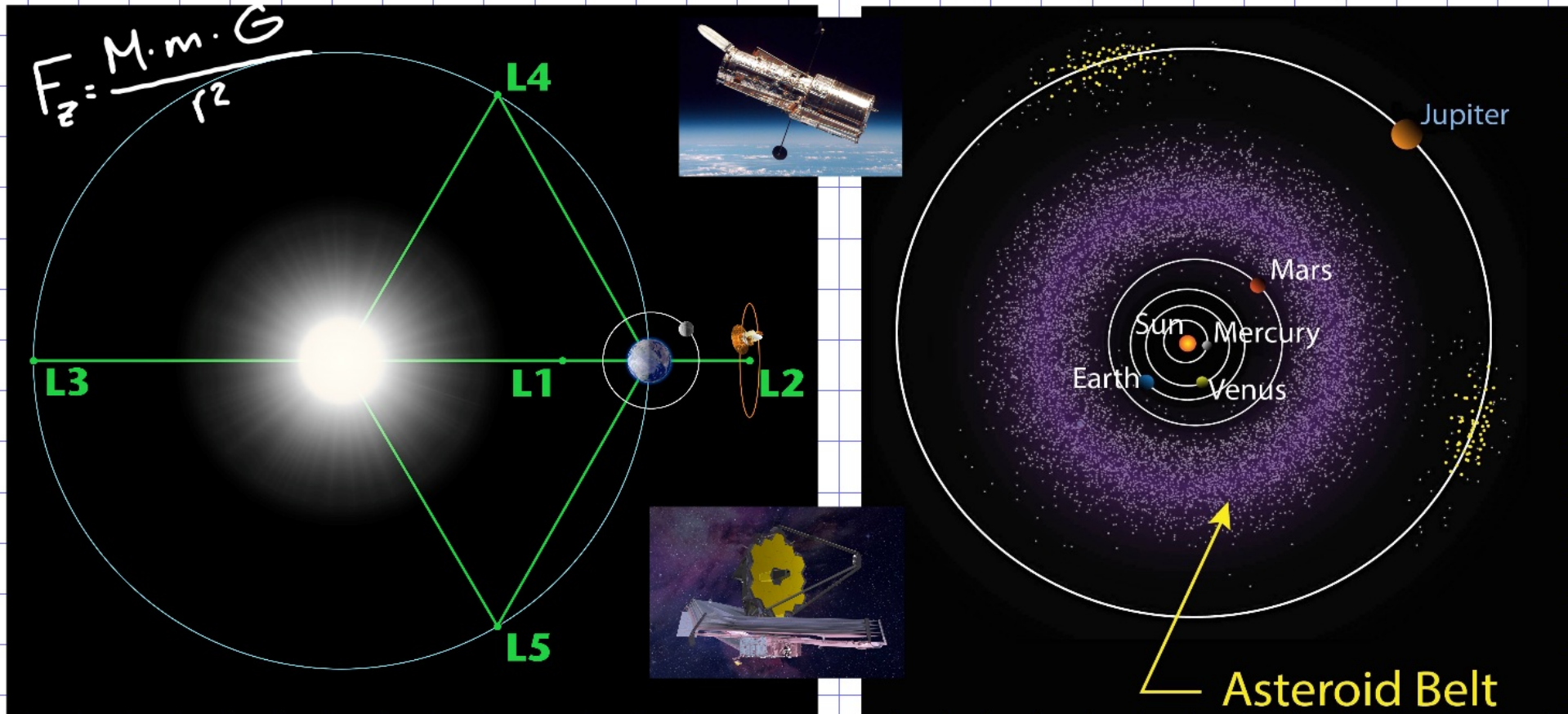
*"Waarom draait alles in het zonnestelsel dezelfde kant op en
waarom is het zonnestelsel plat?"*



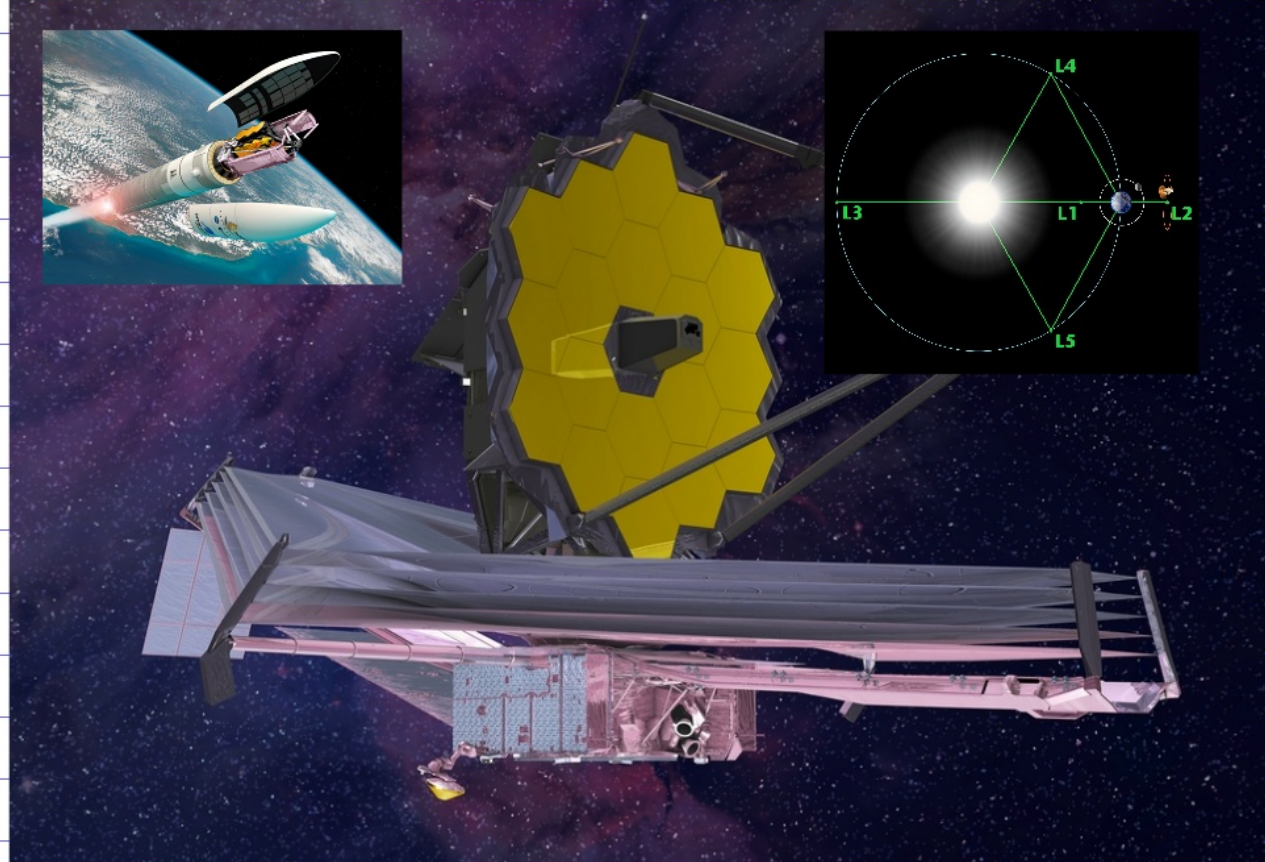
"Welke objecten vind je nog meer in het zonnestelsel?"



"Wat zijn Lagrange-punten?"



"Wat is de James Webb-ruimtetelescoop?"



"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"



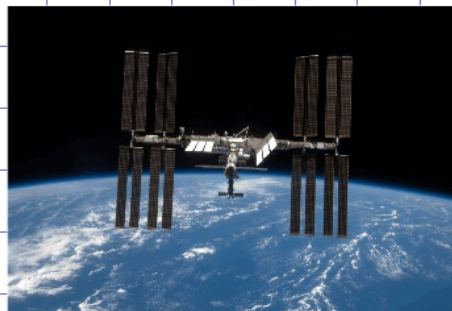
[Fidget Spinner in Space \(YouTube\)](#)

[Sleeping in Space \(YouTube\)](#)

[Washing Hair in Space \(YouTube\)](#)

[Life on Station \(YouTube\)](#)

[Weightlessness in ISS \(YouTube\)](#)



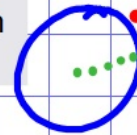
"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"

Elke twee voorwerpen oefenen zwaartekracht op elkaar uit volgens:

$$F_z = \frac{\text{massa A} \cdot \text{massa B} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(\text{afstand})^2}$$

← universele zwaartekracht-constante "G"

Omdat G zo klein is merk je pas iets van zwaartekracht als een van de twee voorwerpen een grote massa heeft (zoals een planeet).



$$m_{\text{aarde}} = 5,976 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

$$r_{\text{aarde}} = 6400 \cdot 10^3 \text{ m}$$

Dicht bij het aardoppervlak kun je de zwaartekracht op een voorwerp uitrekenen met:

$$F_z = \frac{5,976 \cdot 10^{24} \cdot m_B \cdot 6,6726 \cdot 10^{-11}}{(6378 \cdot 10^3)^2}$$

$$F_z = m_B \cdot 9,81$$

versnelling door zwaartekracht aan aardoppervlak
↑
"g"

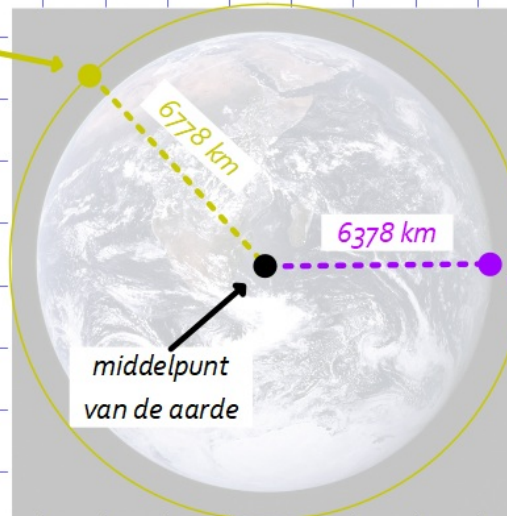
"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"

De zwaartekracht wordt zwakker naarmate je verder weg gaat van een planeet:

$$F_z = \frac{\text{massa A} \cdot \text{massa B} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(\text{afstand})^2}$$

baan van het ISS
(400 km boven aarde)

$$F_z = m_B \cdot 8,93$$

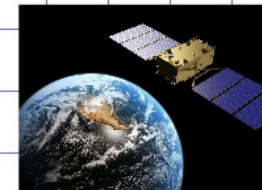


aan het
aardoppervlak

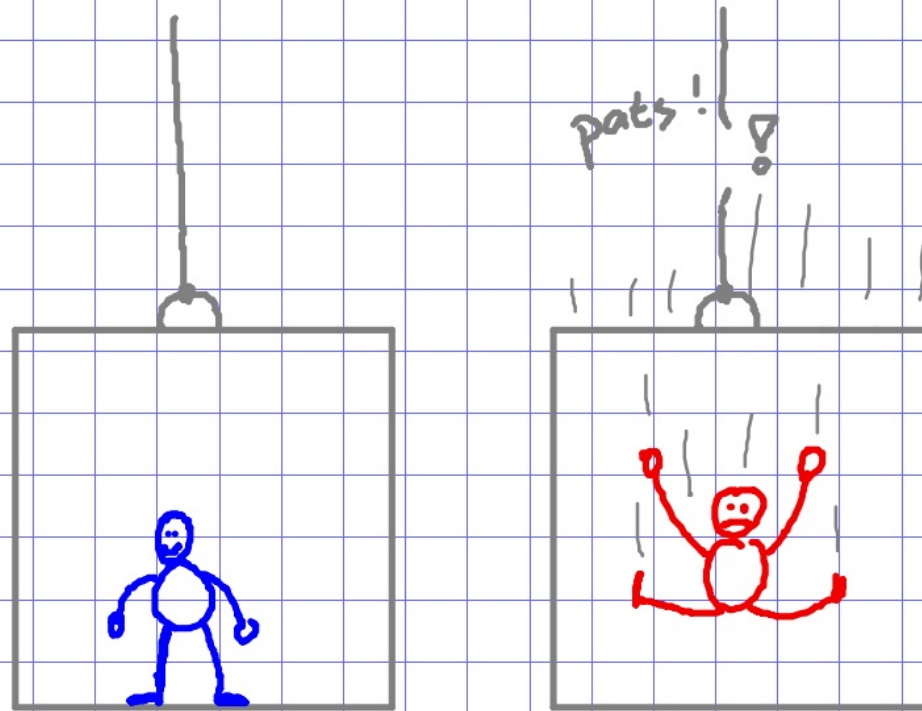
$$F_z = m_B \cdot 9,81$$

geostationaire baan
(36.000 km boven aarde)

$$F_z = m_B \cdot 0,24$$

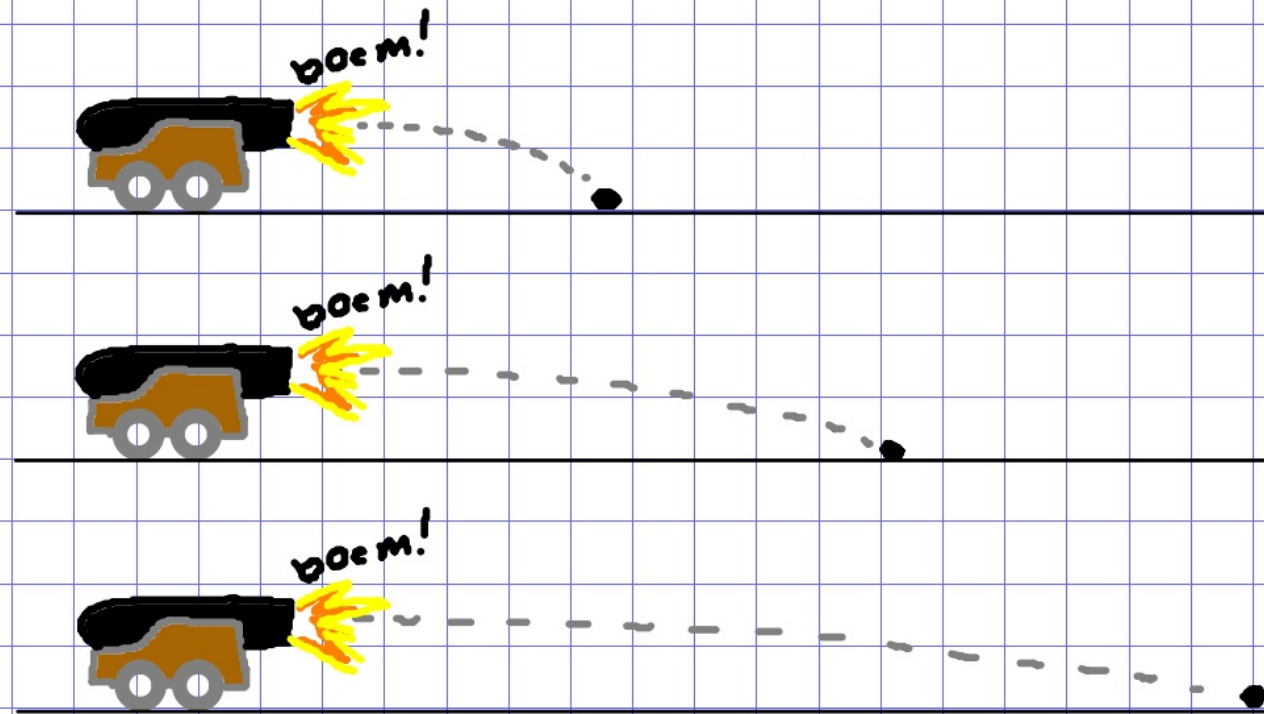


"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"



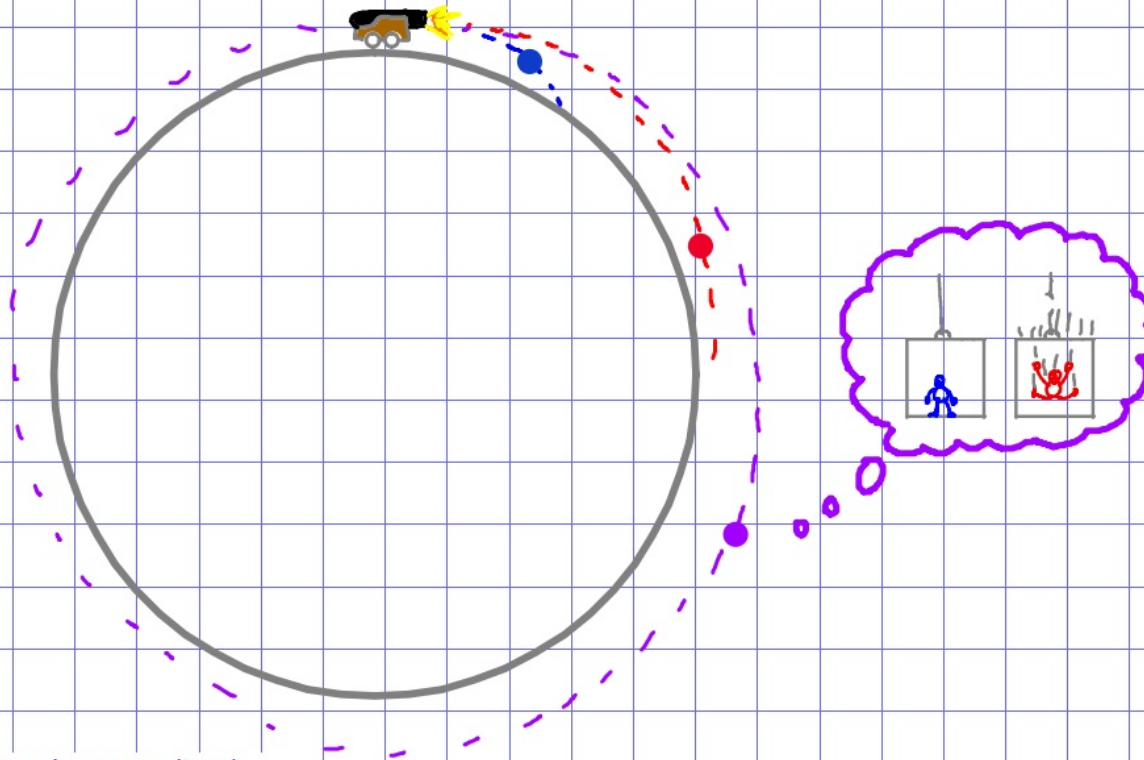
Als de lift valt *lijkt* het alsof er geen zwaartekracht is...

"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"



Hoe harder je schiet, hoe verder de kogel vliegt...

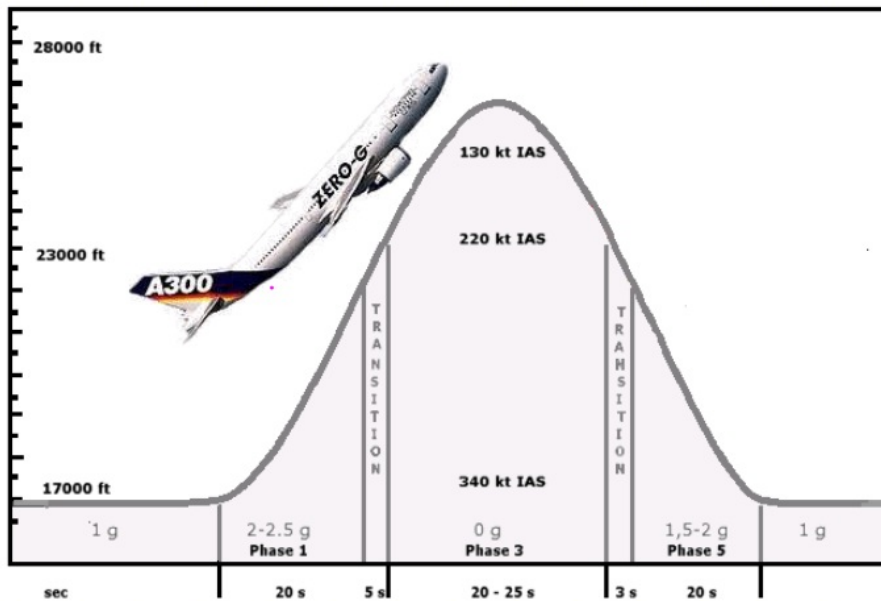
"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"



[Applet Newton's cannon \(java\)](#)

Een voorwerp (kogel/ruimtestation) in een baan om de aarde is constant in vrije val...

"Waarom lijkt het alsof er geen zwaartekracht is in de ruimte?"



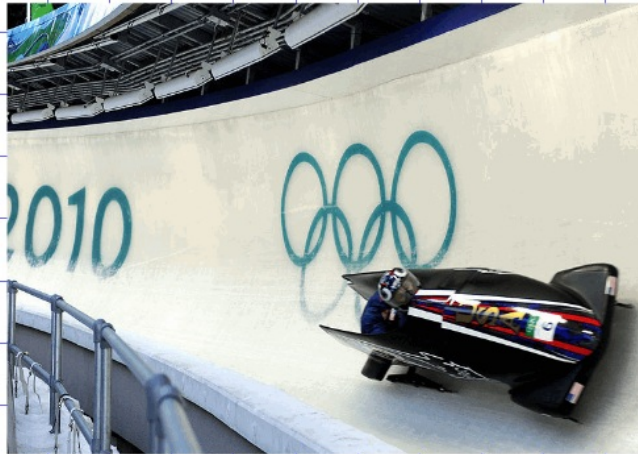
[Window View of Parabolic Flight \(YouTube\)](#)

[Brian Cox in Zero G BBC \(YouTube\)](#)

[Promo GoZeroG \(YouTube\)](#)

[Website GoZeroG](#)

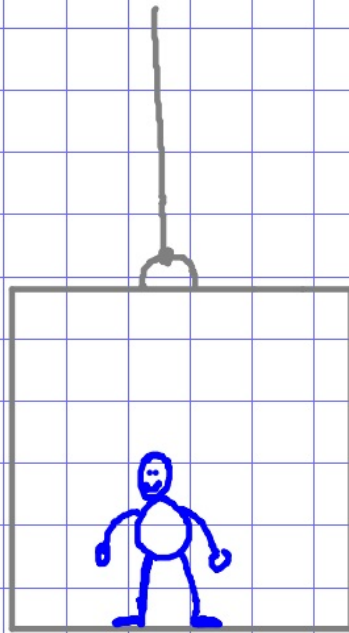
"Hoe ontstaan g-krachten?"



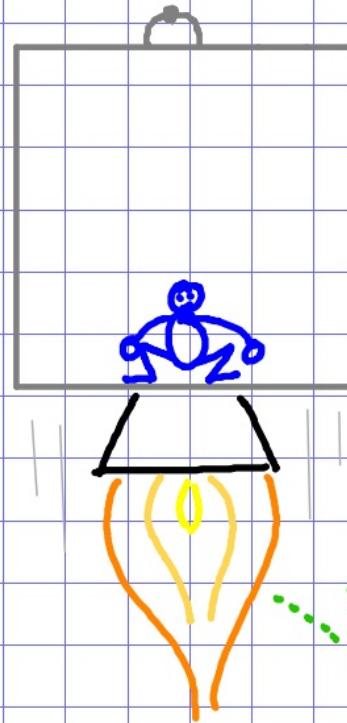
[G-Force Training 1 \(YouTube\)](#)

[Hilarious G-Force Training \(YouTube\)](#)

"Hoe ontstaan g -krachten?"

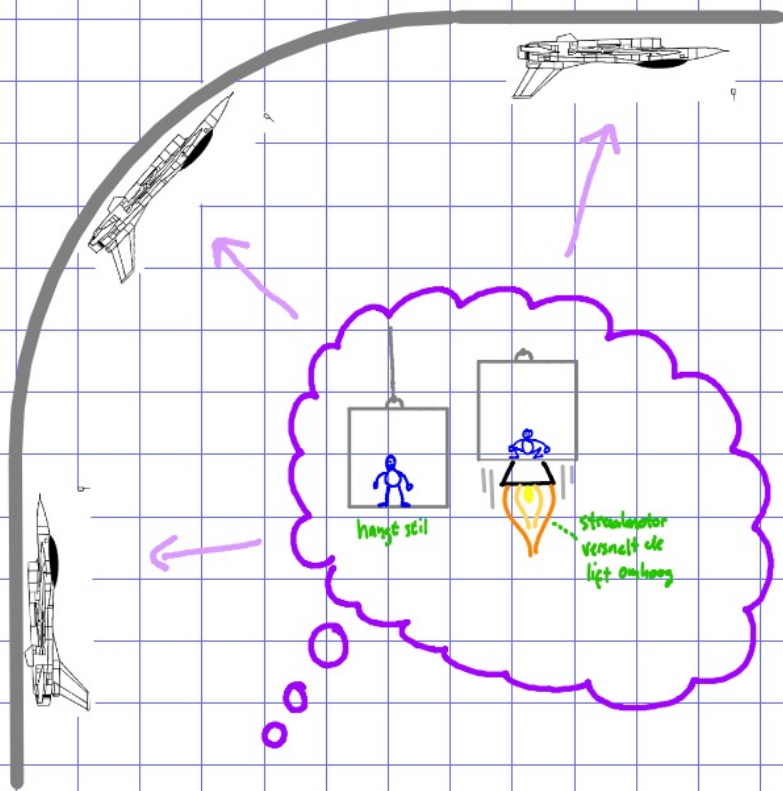


hangt stil



struilmotor
versnelt de
lift omhoog

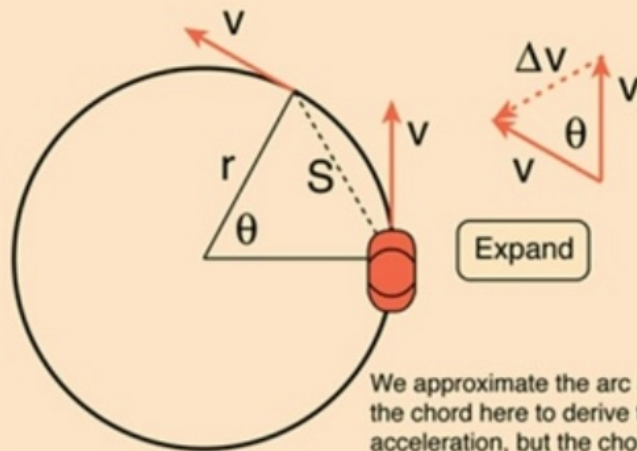
"Hoe ontstaan g-krachten?"



"Hoe ontstaan g-krachten?"

Circular Motion

For circular motion at a constant speed v , the centripetal acceleration of the motion can be derived. Since in radian measure,



We approximate the arc S by the chord here to derive the acceleration, but the chord approaches the arc for small angles and in the limit, the result we get is exact.

$$\theta = \frac{S}{r} = \frac{v\Delta t}{r}$$

we can draw a similar triangle with the velocities and conclude

$$\theta = \frac{\Delta v}{v}$$

Setting the two expressions for θ equal and solving for the acceleration gives:

$$a_{\text{centripetal}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

Calculation



Hoofdstuk 17: Gravitatie

- ***BONUSVRAGEN*** -

Hier staan de bonusvragen bij dit hoofdstuk. Deze vragen zijn bedoeld om je te laten nadenken over wat je geleerd hebt. Soms moet je kennis reproduceren of een geoefende techniek laten zien. Ook zitten hier inzichtvragen tussen waarvoor je geleerde kennis op een nieuwe en creatieve manier moet toepassen. Deze vragen zijn zeer nuttig om voor een proefwerk nog een keer langs te lopen!

"Tekst bonusvraag hier."

- BONUSVRAAG! -

Hoofdstuk 17: Gravitatie

- UITLEG & AANTEKENINGEN -

De volgende dia's zijn de aantekeningen die je in de les overgenomen hebt. Alles wat hier tusn de rode lijnen staat zou ook in je schrift moeten staan. Dit is de essentiële stof voor het proefwerk en deze moet je proberen volledig te begrijpen. Je vindt hier ook de tekst bij de bordoefeningen waarvan je als het goed is alleen de uitwerkingen hebt opgeschreven.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

1. Alle voorwerpen in het universum trekken elkaar aan met de **universele gravitatiekracht**. Door de **constante G** is de kracht klein tenzij een van de twee voorwerpen een grote massa heeft.

zwaartekracht van het ene voorwerp op het andere

massa van voorwerp 1

massa van voorwerp 2

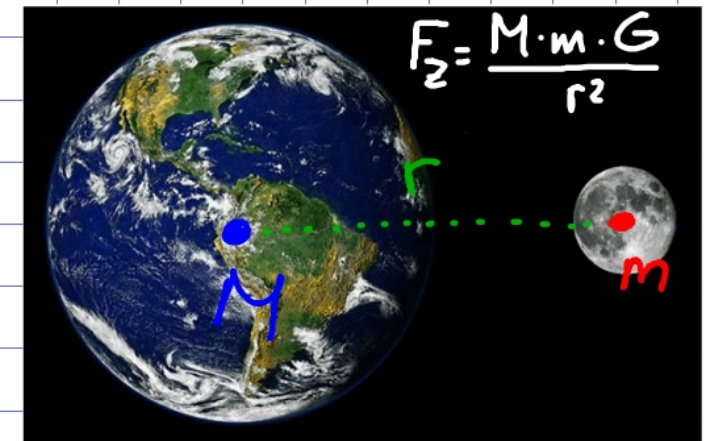
universele gravitatieconstante: $6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

afstand tussen de voorwerpen

$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

Bordoeffening 1:

$$F_z = \frac{71 \text{ kg} \cdot 58 \text{ kg} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(0,75 \text{ m})^2} = 4,9 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$



Bordoeffening 1: Bereken de gravitatiekracht tussen persoon A ($m = 71 \text{ kg}$) en persoon B ($m = 58 \text{ kg}$) die 75 cm uit elkaar zitten.

2a) aarde, $m = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
 maan, $m = 7,35 \cdot 10^{22} \text{ kg}$

b) afstand maan-aarde: $r = 3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$
 straal aarde, $r = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$

c)
$$F_g = \frac{m \cdot M \cdot G}{r^2}$$

$$= \frac{7,35 \cdot 10^{22} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(3,84 \cdot 10^8)^2}$$

$$= 1,98 \cdot 10^{20} \text{ N}$$



baan-
straal

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

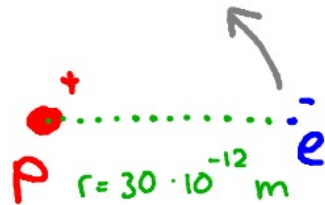
- 2 a Zoek in *Binas* de massa van de aarde en de maan op. Zoek ook de afstand tussen de aarde en de maan op.
 b Leg uit of het bij deze afstand erg veel uit zou maken als je de afstand vanaf het aardoppervlak gemeten hebt of vanaf het midden van de aarde.
 c Bereken de aantrekkingskracht die de aarde uitoefent op de maan.
 d Bereken ook de aantrekkingskracht die de maan uitoefent op de aarde. Had je dit antwoord kunnen voorspellen? Leg uit.

- 3 In het ruimtestation ISS, dat zich op 355 km hoogte boven het aardoppervlak bevindt, is de zwaartekracht op 1 kg:
 A even groot als op aarde.
 B iets kleiner dan op aarde.
 C ongeveer half zo groot als op aarde.
 D nul.
 Licht je antwoord toe.

- 4 a In *Binas* tabel 40A vind je de atoomstraal van een waterstofatoom. Bereken de gravitatiekracht tussen het proton in de kern en het elektron aan de buitenkant.
 b Voor de elektrische aantrekkingskracht tussen het elektron en het proton geldt de wet van Coulomb (zie hoofdstuk 11):

$$F_{el} = f \frac{qQ}{r^2}$$

Bereken de elektrische kracht en vergelijk je antwoord met de vorige vraag. Wat is je conclusie?



$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

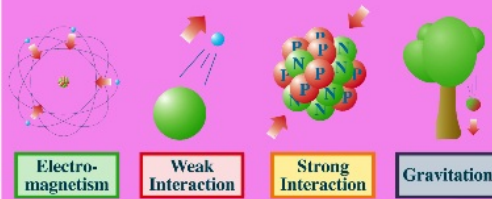
$$= 1,13 \cdot 10^{-46} \text{ N}$$

$$F_d = f \cdot \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2}$$

$$= 2,56 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2} \quad f = 8,99 \cdot 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{C}^{-2}$$

FUNDAMENTAL FORCES OF NATURE



Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

- 2 a Zoek in *Binas* de massa van de aarde en de maan op. Zoek ook de afstand tussen de aarde en de maan op.
 - b Leg uit of het bij deze afstand erg veel uit zou maken als je de afstand vanaf het aardoppervlak gemeten hebt of vanaf het midden van de aarde.
 - c Bereken de aantrekkingskracht die de aarde uitoefent op de maan.
 - d Bereken ook de aantrekkingskracht die de maan uitoefent op de aarde. Had je dit antwoord kunnen voorspellen? Leg uit.
- 3 In het ruimtestation ISS, dat zich op 355 km hoogte boven het aardoppervlak bevindt, is de zwaartekracht op 1 kg:
 - A even groot als op aarde.
 - B iets kleiner dan op aarde.
 - C ongeveer half zo groot als op aarde.
 - D nul.
 Licht je antwoord toe.
 - 4 a In *Binas* tabel 40A vind je de atoomstraal van een waterstofatoom. Bereken de gravitatiekracht tussen het proton in de kern en het elektron aan de buitenkant.
 - b Voor de elektrische aantrekkingskracht tussen het elektron en het proton geldt de wet van Coulomb (zie hoofdstuk 11):

$$F_{el} = f \frac{qQ}{r^2}$$

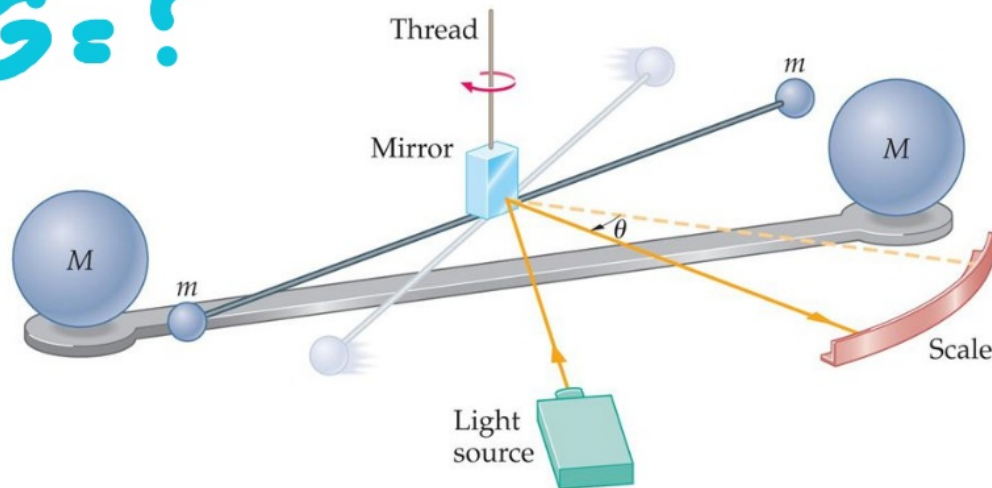
Bereken de elektrische kracht en vergelijk je antwoord met de vorige vraag. Wat is je conclusie?

2. De gravitatieconstante G is voor het eerst gemeten met een **torsiebalans**:

$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

The Cavendish Experiment – “Weighing the Earth”

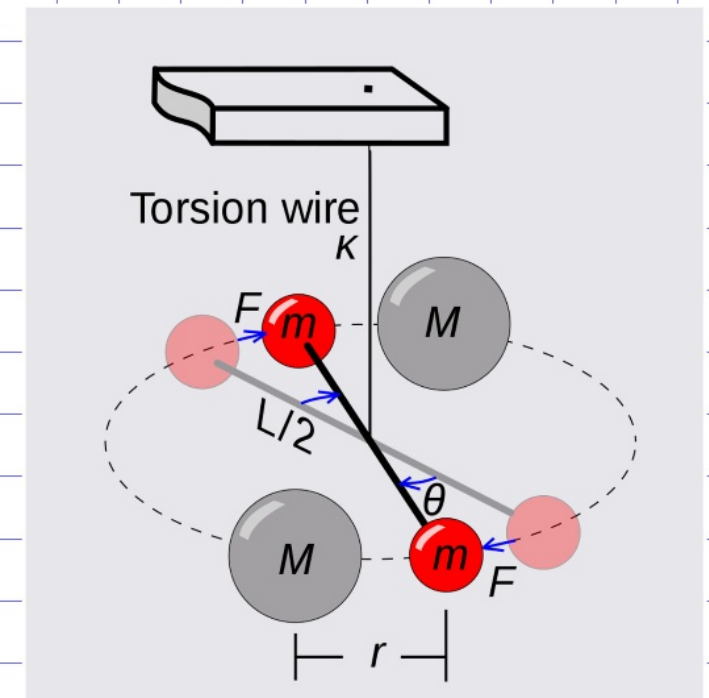
$G = ?$



© 2010 Pearson Education, Inc.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



$$5b) \quad F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

$$= \frac{158 \text{ kg} \cdot 0,73 \text{ kg} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(0,23 \text{ m})^2}$$

$$= 1,45 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

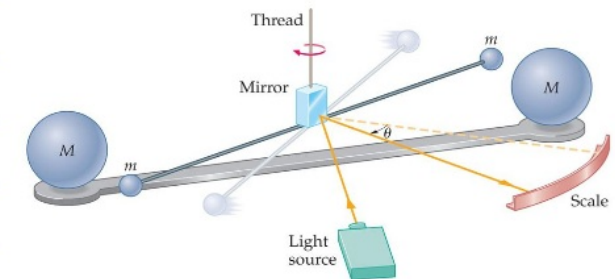
Opg. → 5, 6, 7 en 9

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

- 5 Lees bron 2 over het bepalen van de gravitatieconstante.
- Bedenk een manier om heel nauwkeurig de draaiing te bepalen. Leg uit waarom deze manier zo nauwkeurig is.
 - De kleine bol heeft een massa van 0,73 kg en de grote bol een massa van 158 kg. De afstand tussen de middelpunten was 23,0 cm. Bereken de kracht die Cavendish gemeten heeft.
 - Men zegt wel dat Cavendish de aarde gewogen heeft. Verklaar die uitspraak.

The Cavendish Experiment –
“Weighing the Earth”



3. De **valversnelling** aan het oppervlak van een planeet of maan volgt uit de formule voor universele gravitatie:

Geldt alleen aan het oppervlak van hemellichamen (planeet, maan, astroïde).

Geldt overall.

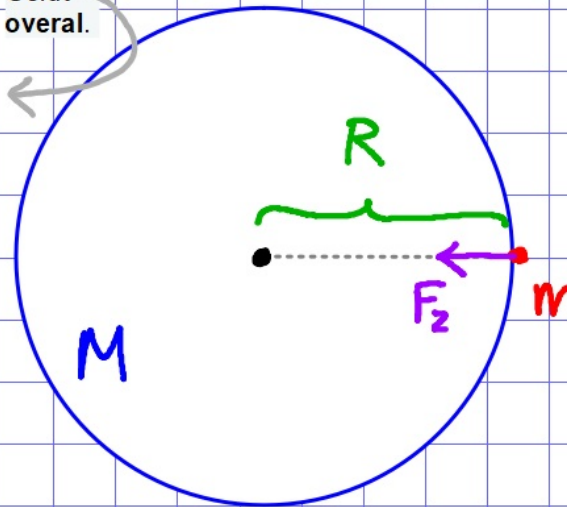
$$F_z = g \cdot m \quad F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

$$g \cdot m = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

$$g = \frac{M \cdot G}{r^2}$$

$$g = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(6,371 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Bordoeefening 2: Bereken de valversnelling aan het aardoppervlak m.b.v. M, G en r.

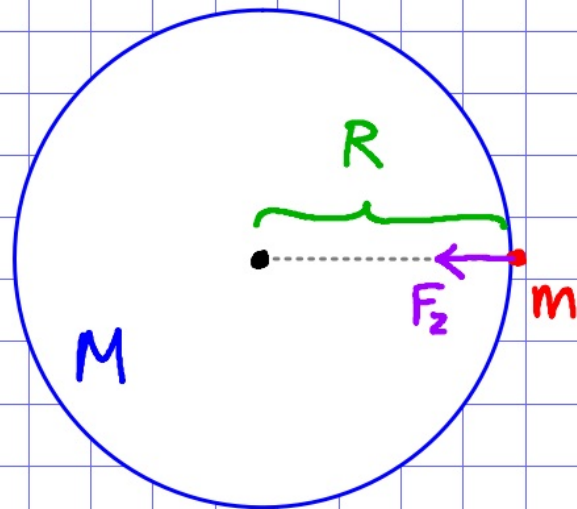


Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



LET OP: zwaartekracht en gravitatie zijn dezelfde kracht!



$$g = \frac{M \cdot G}{r^2}$$

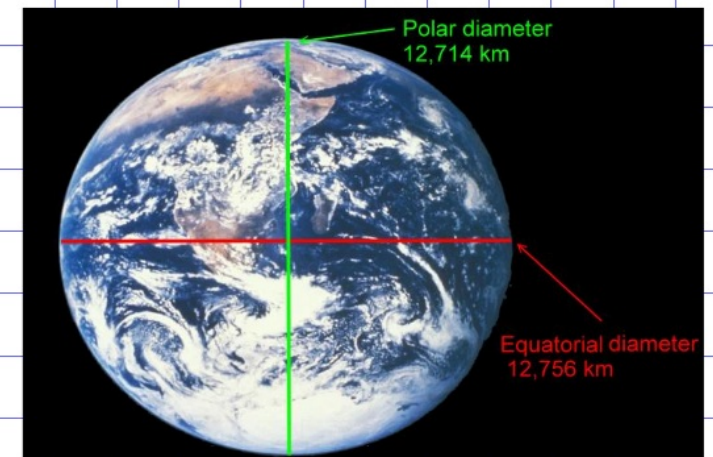
$$6) \quad r = \sqrt{\frac{M \cdot G}{g}} = \sqrt{\frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{9,813}} \\ = 6,327 \cdot 10^6 \text{ m}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Opdrachten

- 6 De valversnelling in Nederland is gelijk aan $g = 9,813 \text{ m/s}^2$. Bereken de afstand van Nederland tot het middelpunt van de aarde.



Opg. → 5, 6, 7 en 9

7a)

$$g = \frac{M \cdot G}{r^2} = \frac{0,0735 \cdot 10^{24} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(1,738 \cdot 10^6)^2} = 1,62 \text{ m/s}^2$$

aarde: $g = 9,81$ dus $\frac{9,81}{1,62} = 6,06$

$$b) \quad E_k = E_z \rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = m \cdot g \cdot h$$

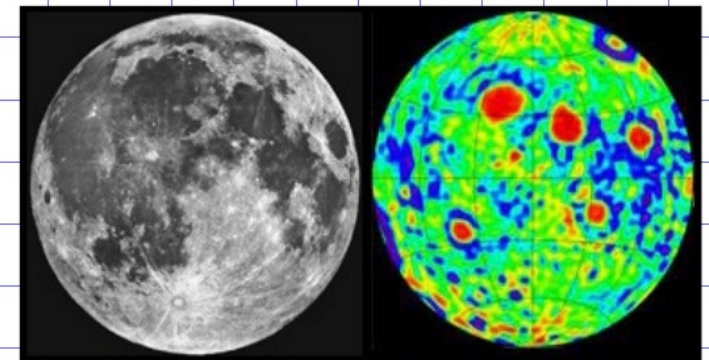
$$c) \quad g = \frac{M \cdot G}{r^2} = \frac{568 \cdot 10^{24} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(58,2 \cdot 10^6 \text{ m})^2} = 11,2 \text{ m/s}^2$$

$$d) \quad g = \frac{M \cdot G}{r^2} \quad V = 4 \cdot \pi \cdot r^3 \quad m = \rho \cdot V$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

- 7 a Bereken de versnelling van de zwaartekracht op het oppervlak van onze maan en toon aan dat deze zes maal zo klein is als die op aarde.
- b Waar kun je hoger springen, op de aarde of op de maan? Geef uitleg.
- c Bereken met behulp van *Binas* de valversnelling op het oppervlak van de planeet Saturnus.
- d Saturnus is vele malen zwaarder dan de aarde. Leg uit waarom de valversnelling op Saturnus niet veel groter is dan op aarde.

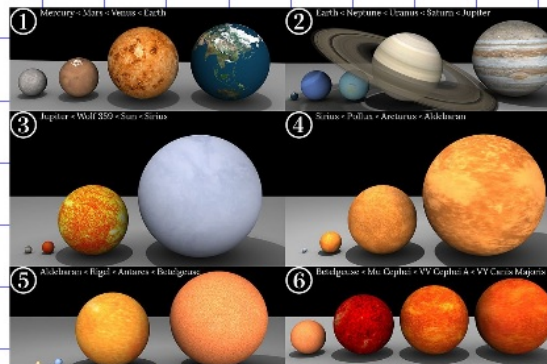


Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

~~8~~ De zon is een normale ster. In het hoofdstuk Astrofysica zal je zien dat massa en grootte van sterren sterk kunnen verschillen. In de tabel staat een aantal bijzondere sterren met hun massa en hun straal gegeven ten opzichte van de zon. De massa en straal van de zon vind je in *Binas*. Bereken in Excel de valversnelling aan het oppervlak van die sterren. Bewaar het bestand voor opdracht 14.

hemel- lichaam	soort	massa t.o.v. de zon	straal t.o.v. de zon
Zon	normale ster	1,00	1,00
Betelgeuze	rode superreus	15	700
Proxima Centauri	rode dwerg	0,123	0,21
Sirius B	witte dwerg	0,98	0,0084
Krab-pulsar	neutronenster	2,0	$2,8 \cdot 10^{-5}$



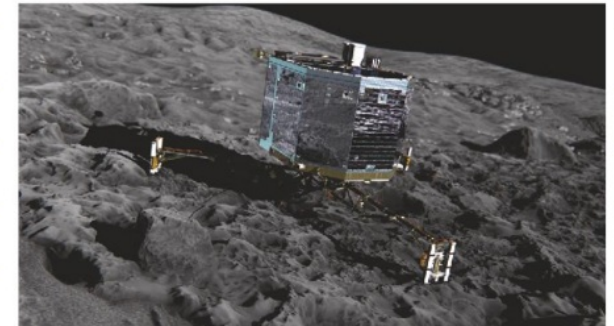
$$9a) \quad m = \rho \cdot V = 3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 33 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \\ = 1 \cdot 10^{14} \text{ kg}$$

$$g = \frac{m \cdot G}{r^2} = \frac{1 \cdot 10^{14} \text{ kg} \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(2 \cdot 10^3 \text{ m})^2} \\ = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

- 9 In november 2014 plaatste de ruimtesonde Rosetta een landingstoestel op de komeet 67P/Churyumov-Gerasimenko. Van deze komeet weten we ongeveer het volume en schatten we de dichtheid. Het volume is 33 km^3 en de geschatte dichtheid is $3 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$. Voor het gemak stellen we dat de komeet een bol is met een straal van 2 km .

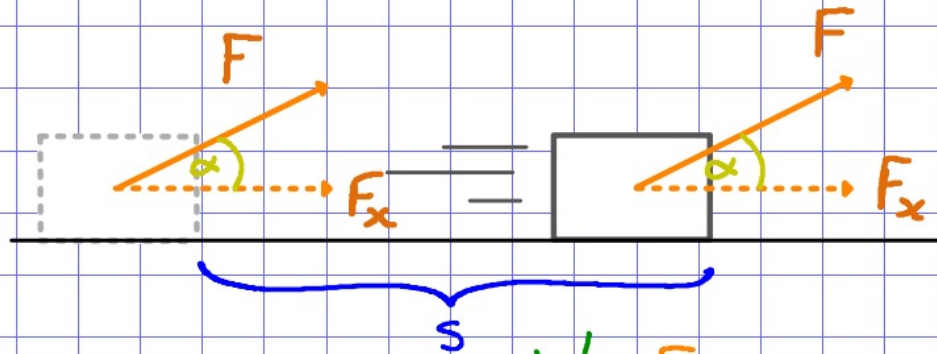
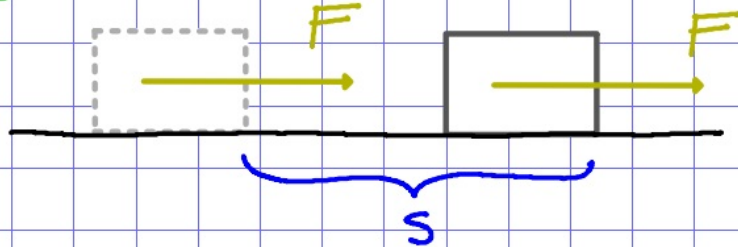


▲ **Figuur 17.6** De landingsmodule van Rosetta

- Bereken de valversnelling op het oppervlak van de komeet.
- Zou er een parachute gebruikt worden bij de landing? Geef uitleg.

Wiskundig intermezzo: arbeid uit variabele kracht en

arbeid (J) → $W = F \cdot s$ ← verplaatsing (m)
joule ↑
 kracht (N)



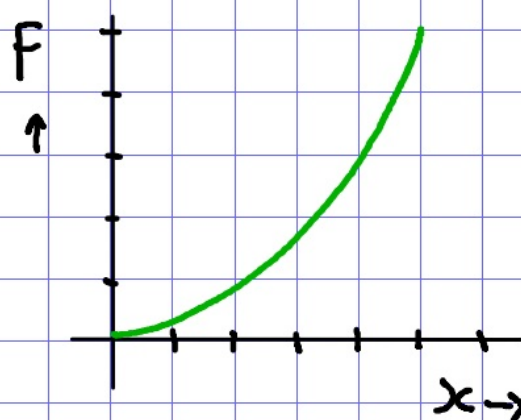
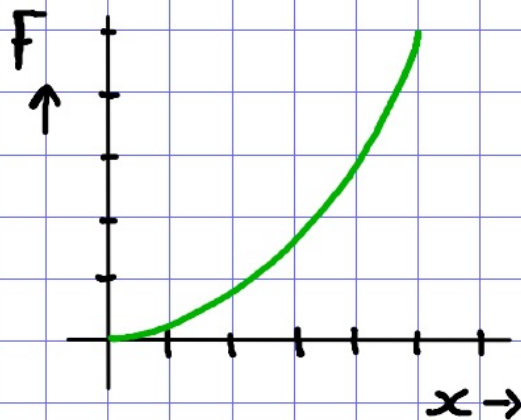
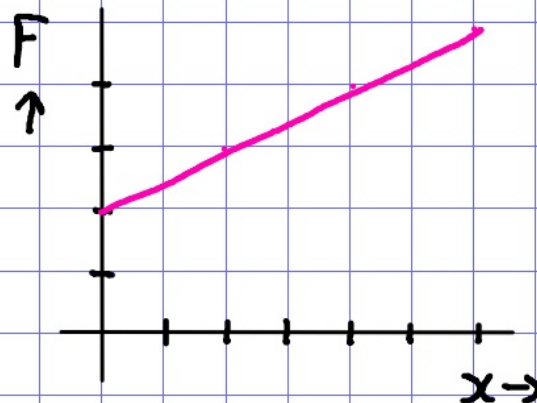
$$W = F \cdot \cos \alpha \cdot s$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

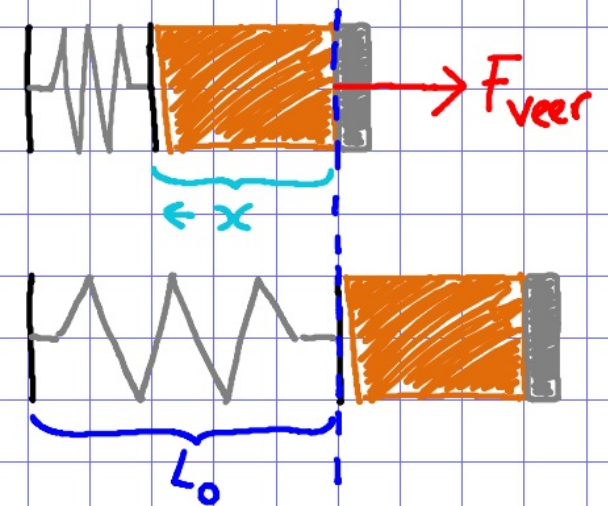


Wiskundig intermezzo: arbeid uit *variabele* kracht en

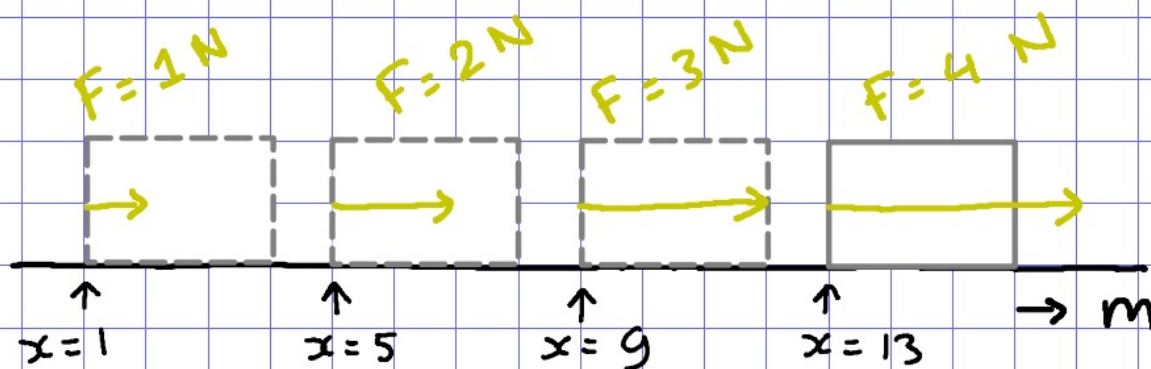


Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



Wiskundig intermezzo: arbeid uit *variabele* kracht en



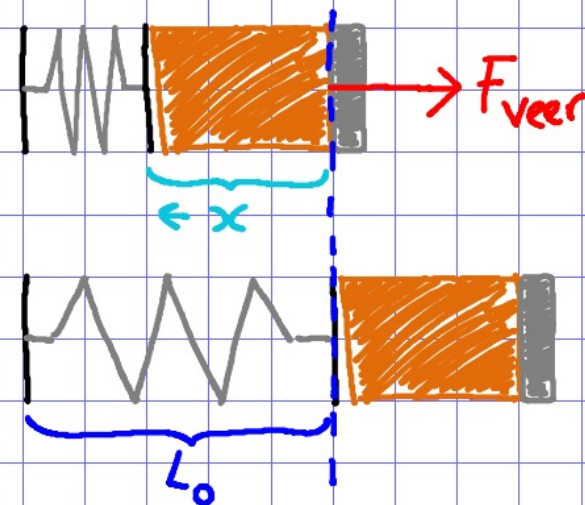
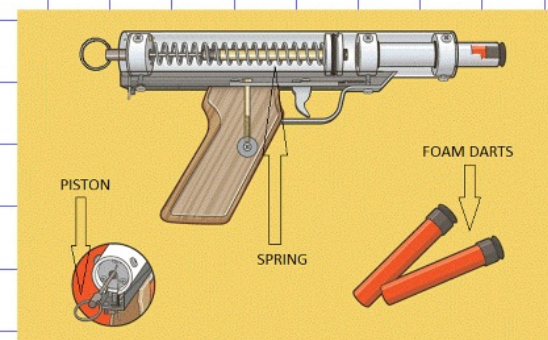
$$F(x) = \frac{1}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$W = \int_{x=1}^{x=13} F(x) dx = \left[\frac{1}{8}x^2 + \frac{3}{4}x \right]_{x=1}^{x=13} = 30,9 - 0,9 = 30 \text{ J}$$

$$W = F_{\text{gem}} \cdot s = 2,5 \text{ N} \cdot 12 \text{ m} = 30 \text{ J}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



Wiskundig intermezzo: arbeid uit *variabele* kracht en

$$W = \Delta E_g = \int_{x_1}^{x_2} F(r) dr = \int_{x_1}^{x_2} \frac{mMG}{r^2} dr$$

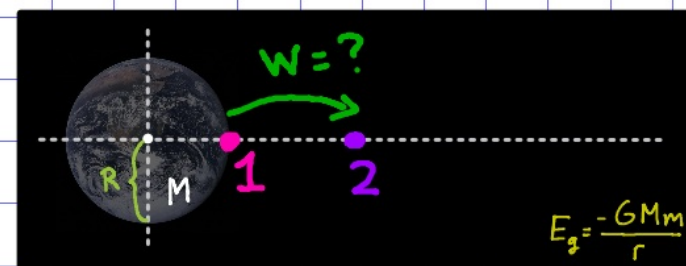
$$= mMG \int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{r^2} dr = -mMG \left[\frac{1}{r} \right]_{x_1}^{x_2}$$

negatieve energie?

$$\cancel{W} = E_g = \int F \cdot dr = \int \frac{MmG}{r^2} = -\frac{MmG}{r}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

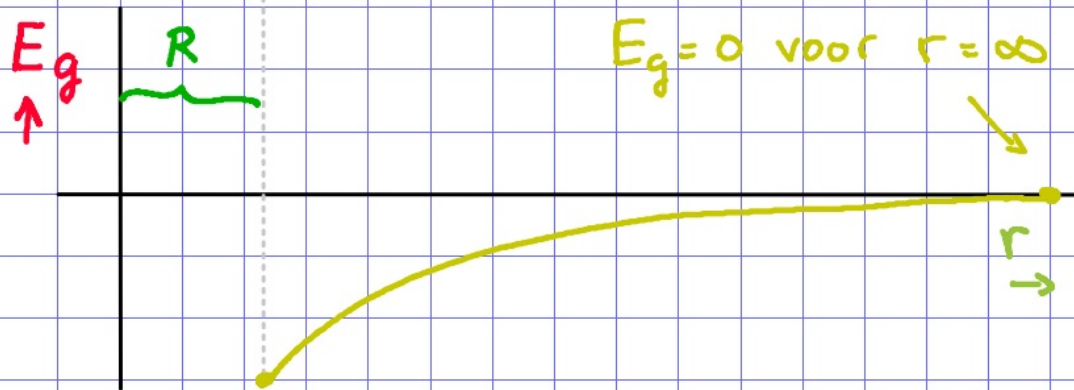
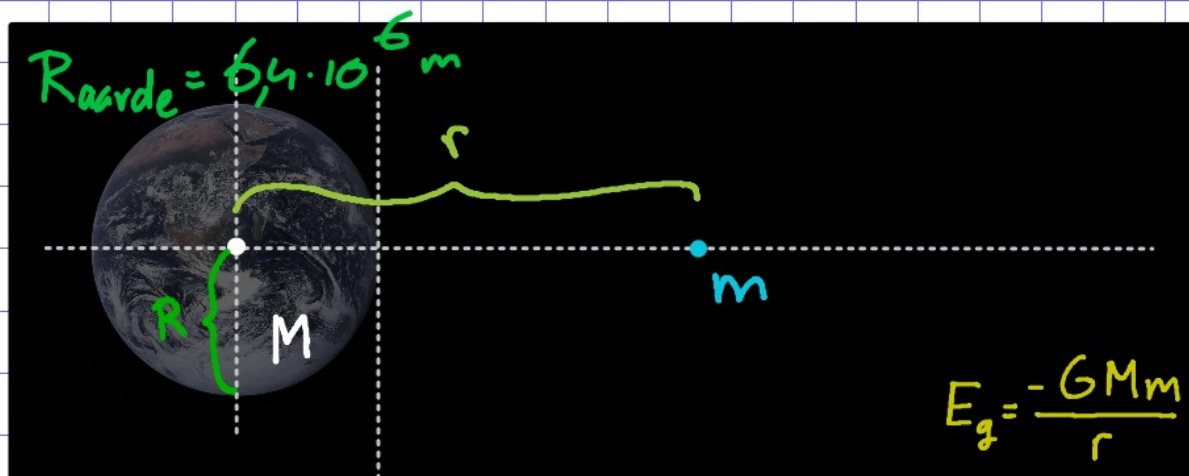
§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

kracht op
voorwerp als
functie van r

4. Van een voorwerp op een zekere afstand tot een hemellichaam kun je de **gravitationele potentiële energie** berekenen:



Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

$$E_z = m \cdot g \cdot h \quad \text{Hfd 7}$$

Geldt alleen aan het oppervlak van hemellichamen (planeet, maan, astroïde).

Geldt overal.

$$E_g = \frac{-GMm}{r} \quad \text{Hfd 17}$$

Bord oefening 2: We hebben een kogel van 2,4 kg recht omhoog afgeschoten. De kogel bereikt een hoogte van $1,8 \times 10^3 \text{ km}$ boven het aardoppervlak

- Reken uit wat de gravitatie-energie van de kogel aan het oppervlak was.
- Reken uit wat de gravitatie-energie van de kogel op het hoogste punt is.
- Bereken met welke kinetische energie de kogel is afgeschoten.
- Reken de snelheid uit waarmee de kogel is afgeschoten.

Bordoeffening 2:

$$a) E_{g1} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 2,4}{6,4 \cdot 10^6} = -1,5 \cdot 10^8 \text{ J}$$

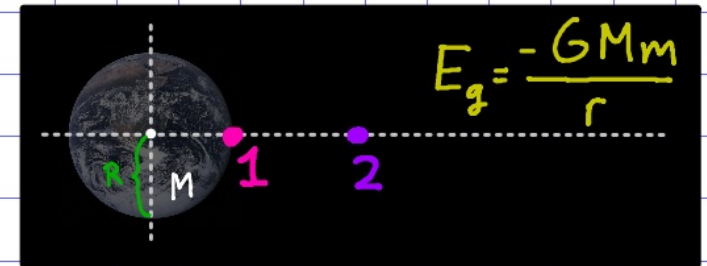
$$b) E_{g2} = \frac{-6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 2,4}{8,2 \cdot 10^6} = -1,2 \cdot 10^8 \text{ J}$$

$$c) \Delta E_g = -1,2 \cdot 10^8 \text{ J} - (-1,5 \cdot 10^8 \text{ J}) = 3,3 \cdot 10^7 \text{ J}$$

$$d) E_k = \frac{1}{2} m v^2$$
$$\rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 3,3 \cdot 10^7}{2,4}} = 5,2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



Bordoeffening 2: We hebben een kogel van 2,4 kg recht omhoog afgeschoten. De kogel bereikt een hoogte van $1,8 \times 10^3$ km boven het aardoppervlak

- Reken uit wat de gravitatie-energie van de kogel aan het oppervlak was.
- Reken uit wat de gravitatie-energie van de kogel op het hoogste punt is.
- Bereken met welke kinetische energie de kogel is afgeschoten.
- Reken de snelheid uit waarmee de kogel is afgeschoten.

$$\text{ii)} \quad E_g = \frac{-GMm}{r} = - \frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24} \cdot 100}{6,371 \cdot 10^6 \text{ m}}$$

$$= -6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

dit is als het ware
het energietekort dat
de sonde zou hebben
met het oog op ontsnapping
als deze in rust op het
aardoppervlak stond

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



Opdrachten

- 10 Differentieer de gravitatie-energie naar r . Wat valt je op aan het resultaat?
- 11 Bereken hoeveel kinetische energie een ruimtesonde met een massa van 100 kg moet hebben als hij recht omhoog wordt gelanceerd en nét aan de zwaartekracht van de aarde weet te ontsnappen.
- 12 a Wat gebeurt er als de ruimtesonde uit de vorige opdracht een tweemaal zo grote kinetische energie heeft?
b Gebruik de wet van behoud van energie om te berekenen met welke snelheid de ruimtesonde uit vraag a uiteindelijk door de ruimte blijft reizen.

12a) punt 1: $E_{\text{tot}} = E_k + E_g$

$$E_{\text{tot}} = (2 \times 6,25 \cdot 10^9 \text{ J}) + - 6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$= 6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

ver weg v. d. aarde, punt 2

$$E_{\text{tot}} = E_k + E_g = 6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$E_k + 0 = 6,25 \cdot 10^9 \text{ J}$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,25 \cdot 10^9}{100}} = 1,12 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

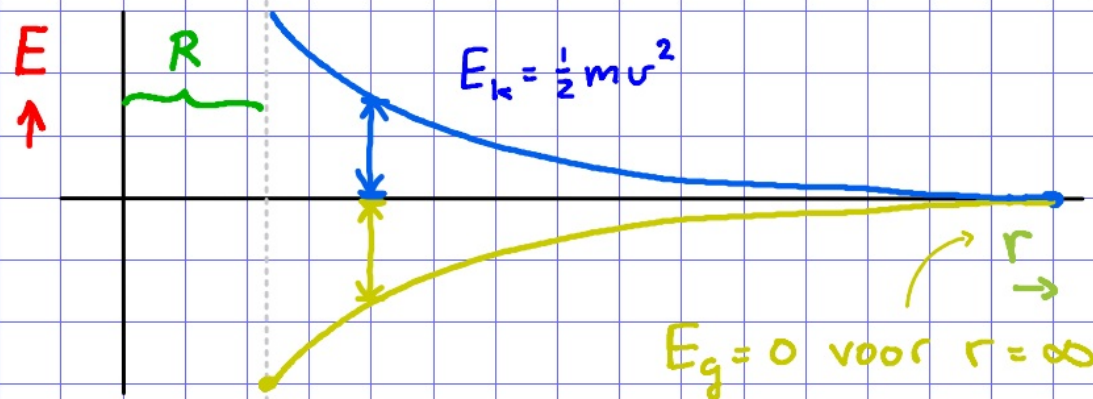
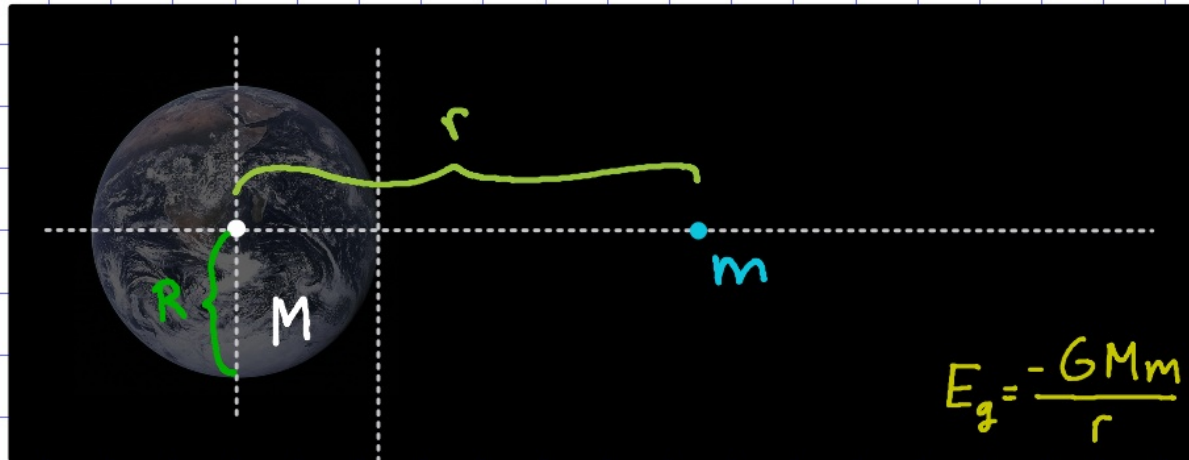
§ 17.1 Gravitatiekracht en energie



Opdrachten

- 10 Differentieer de gravitatie-energie naar r . Wat valt je op aan het resultaat?
- 11 Bereken hoeveel kinetische energie een ruimtesonde met een massa van 100 kg moet hebben als hij recht omhoog wordt gelanceerd en nét aan de zwaartekracht van de aarde weet te ontsnappen.
- 12 a Wat gebeurt er als de ruimtesonde uit de vorige opdracht een tweemaal zo grote kinetische energie heeft?
b Gebruik de wet van behoud van energie om te berekenen met welke snelheid de ruimtesonde uit vraag a uiteindelijk door de ruimte blijft reizen.

5. Om definitief aan de zwaartekracht van een hemellichaam te ontsnappen heb je minstens de **ontsnappingssnelheid** nodig. Voor aarde: 11 km/s.



Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Bord oefening 3: Leid een formule af waarmee je de ontsnappingssnelheid van een voorwerp kunt uitrekenen uit de massa vd planeet en de afstand van het voorwerp tot het middelpunt vd planeet.

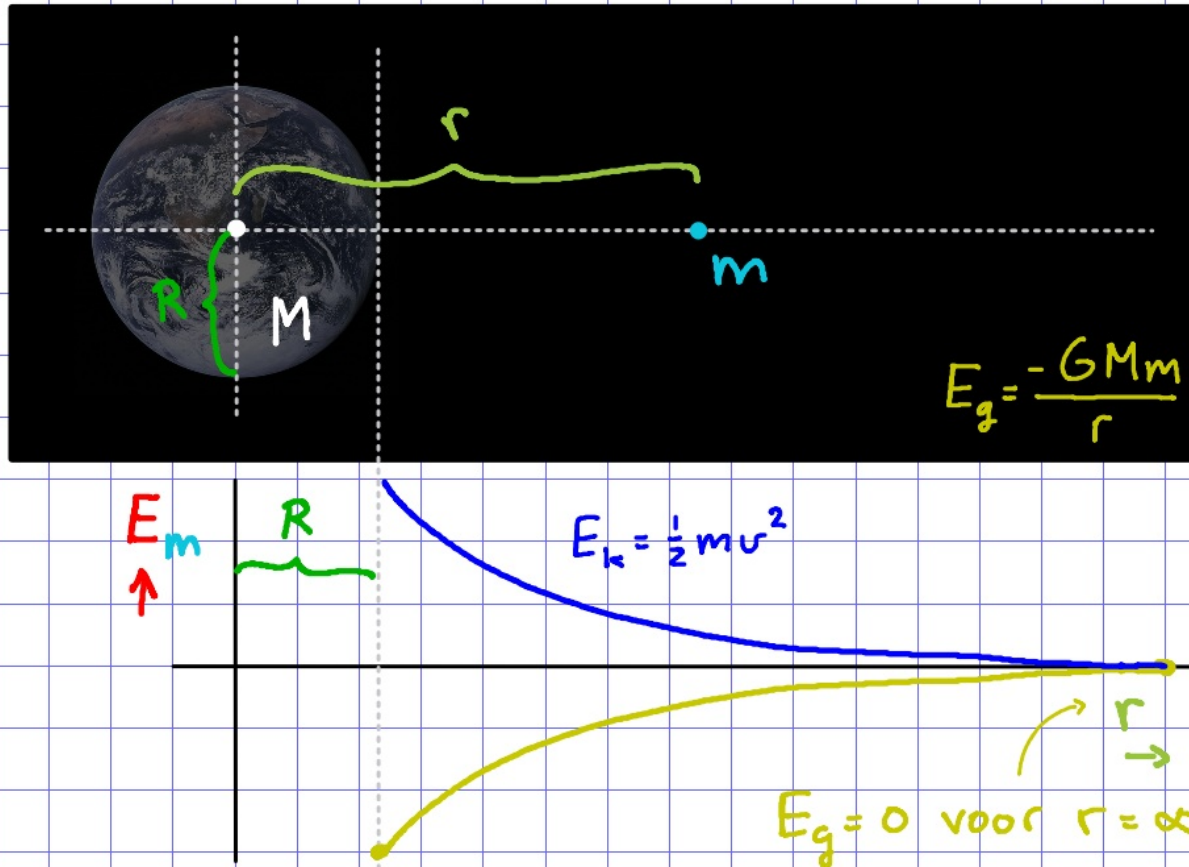
$$E_k + E_g \geq 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0$$

$$\frac{1}{2}v^2 = \frac{GM}{r}$$

$$v^2 = \frac{2GM}{r} \quad v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

5. Om definitief aan de zwaartekracht van een hemellichaam te ontsnappen heb je minstens de **ontsnappingssnelheid** nodig. Voor aarde: 11 km/s.



Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Voor ontsnapping moet gelden:
 $v = 0$ m/s in het oneindige.

$$E_k + E_g = 0$$

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

Speciale formule:
 alleen geldig vanaf het
 oppervlak van een
 planeet.

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

Algemene formule:
 geldig voor alle afstanden
 van voorwerp tot
 middelpunt vd planeet.

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Opgaven bij § 17.1

13 b) Voor een succesvolle
ontsnapping moet zijn

$$v = 0 \text{ in } r = \infty$$

$$E_k + E_g = 0$$

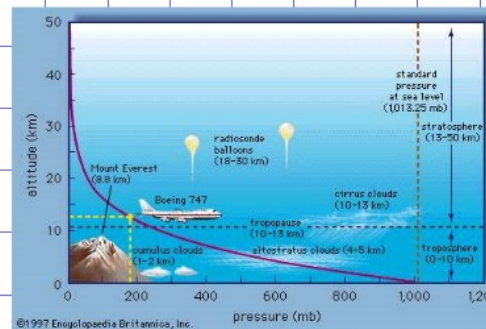
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{GMm}{r} = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$$

ontsnappingsnelheid vanaf het
oppervlak van een planeet met
lichaamsstraal R en massa M .

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

snelheid die je nog moet hebben
voor ontsnapping van een planeet
met massa M vanaf een afstand r tot
het middelpunt van die planeet.



Opdrachten

- 13 a Hoe is het mogelijk dat bij de ontsnappingsnelheid de totale energie 0 J is?
b Leid de formule voor de ontsnappingsnelheid af uit de energievergelijking.

- ~~14~~ a Bereken met Excel de ontsnappingsnelheid vanaf de aarde en vanaf de andere planeten. Bij welke planeet is de ontsnappingsnelheid het kleinst?
b Bereken de ontsnappingsnelheden van de sterren in opdracht 8.
c Bereken de ontsnappingsnelheid vanaf het oppervlak van de maan.

- 15 Bij de berekeningen aan de ontsnappingsnelheid wordt de luchtweerstand verwaarloosd. Beredeneer of het reëel is deze factor te verwaarlozen bij het lanceren van een raket.

- 16 Ster P en ster Q hebben allebei dezelfde valversnelling g aan het oppervlak, maar de straal van ster P is drie keer zo groot als die van ster Q.

Wat is juist?

- A De ontsnappingsnelheid aan het oppervlak van ster P is groter dan die aan het oppervlak van ster Q.
B De ontsnappingsnelheid aan het oppervlak van ster Q is groter dan die aan het oppervlak van ster P.
C De ontsnappingsnelheden zijn gelijk.

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Opgaven bij § 17.1

$$\frac{G \cdot M_P}{r_P^2} = \frac{G \cdot M_Q}{r_Q^2}$$

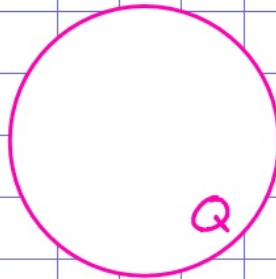
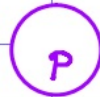
$$M_Q = \frac{M_P}{r_P^2} \cdot r_Q^2$$

$$v_Q = \sqrt{\frac{2GM_Q}{r_Q}} = \sqrt{\frac{2G \frac{M_P}{r_P^2} \cdot r_Q^2}{r_Q}}$$

$$v_Q = \sqrt{2G \frac{M_P}{r_P^2} \cdot r_Q} = \sqrt{2G \frac{M_P}{r_P} \cdot \frac{r_Q}{r_P}} = \sqrt{2G \frac{M_P}{r_P} \cdot 3}$$

$$v_Q = \sqrt{3} \cdot \sqrt{2G \frac{M_P}{r_P}} = \sqrt{3} \cdot v_P$$

16



ontsnapping:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$

valversnelling:

$$g = \frac{G \cdot M}{r^2}$$

$$r_Q = 3 \cdot r_P$$

$$g_Q = g_P$$

Opdrachten

- 13 a Hoe is het mogelijk dat bij de ontsnappingssnelheid de totale energie 0 J is?
b Leid de formule voor de ontsnappingssnelheid af uit de energievergelijking.

- 14 a Bereken met Excel de ontsnappingssnelheid vanaf de aarde en vanaf de andere planeten. Bij welke planeet is de ontsnappingssnelheid het kleinst?
b Bereken de ontsnappingssnelheden van de sterren in opdracht 8.
c Bereken de ontsnappingssnelheid vanaf het oppervlak van de maan.

- 15 Bij de berekeningen aan de ontsnappingssnelheid wordt de luchtweerstand verwaarloosd. Beredeneer of het reëel is deze factor te verwaarlozen bij het lanceren van een raket.

- 16 Ster P en ster Q hebben allebei dezelfde valversnelling g aan het oppervlak, maar de straal van ster P is drie keer zo groot als die van ster Q. Wat is juist?

- A De ontsnappingssnelheid aan het oppervlak van ster P is groter dan die aan het oppervlak van ster Q.
B De ontsnappingssnelheid aan het oppervlak van ster Q is groter dan die aan het oppervlak van ster P.
C De ontsnappingssnelheden zijn gelijk.

$$\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

§ 17.1 Gravitatiekracht en energie

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Opgaven bij § 17.1

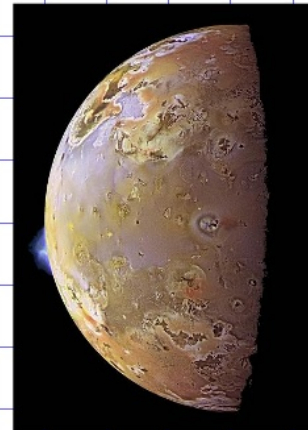
18

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 8,94 \cdot 10^{22}}{1,815 \cdot 10^6}}$$

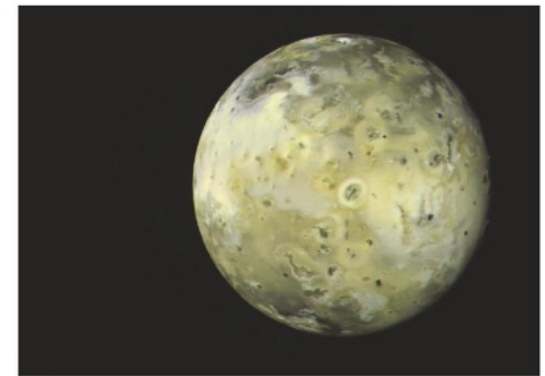
$$v = 2,6 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

ontsnapping:

$$v = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$$



- 17 Een communicatiesatelliet wordt gelanceerd vanaf de evenaar om hem in een baan om de aarde te brengen. Maakt het uit of je naar het oosten lanceert of naar het westen, of maakt het geen verschil? Verklaar je antwoord.



▲ Figuur 17.9 Jupitermaan Io

- 18 Op de maan Io van Jupiter zijn actieve vulkanen. Zie figuur 17.9. De massa van Io is $8,94 \cdot 10^{22}$ kg en de straal is 1815 km. De brokstukken die de vulkanen op Io uitstoten, krijgen snelheden die kunnen oplopen tot wel 1,0 km/s. Deze snelheden zijn veel groter dan die waarmee de vulkanen op aarde lava wegschieten. Kunnen de snelste brokstukken aan de zwaartekracht op Io ontsnappen? Licht je antwoord toe door de ontsnappingssnelheid op Io te berekenen.

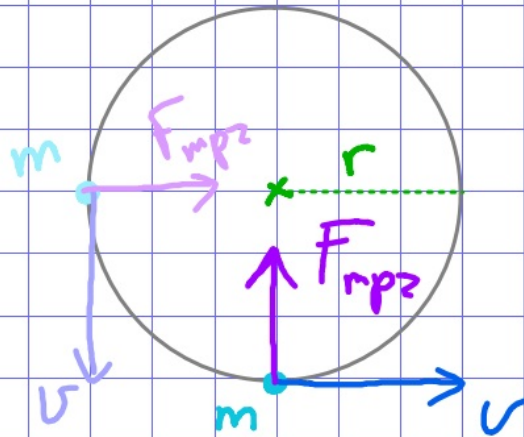
§ 17.2 Een rondje om de aarde

6. Een **eenparige cirkelbeweging** telt als versnelde beweging omdat de **richting van de snelheid** continu verandert.

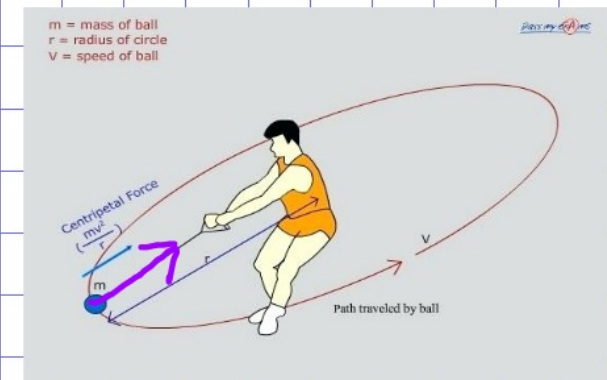
Voor een eenparige cirkelbeweging is een **middelpuntzoekende kracht** nodig. Formule:

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

Bij de eenparige cirkelbeweging van een maan om een planeet dient de gravitatiekracht als middelpuntzoekende kracht.



Hoofdstuk 17: Gravitatie



6 (vervolg). Bij de eenparige cirkelbeweging van bijv. een maan om een planeet is de **gravitatiekracht** deze middelpuntzoekende

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$F_z = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

Bord oefening 4. Combineer bovenstaande formules en vind een formule waarmee je de baansnelheid van een stabiele cirkelbaan kunt berekenen.

$$\frac{\cancel{m} \cdot v^2}{\cancel{r}} = \frac{M \cdot \cancel{m} \cdot G}{r^2}$$

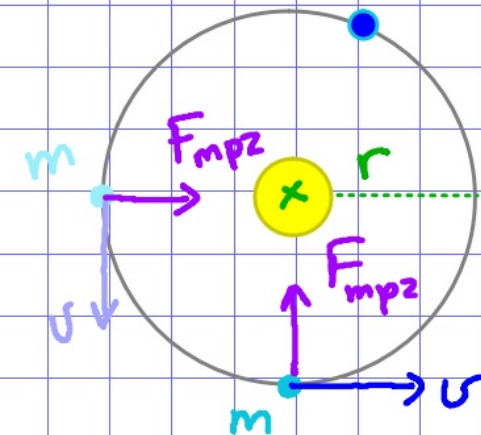
$$v^2 = \frac{M \cdot G}{r}$$

$$v = \sqrt{\frac{M \cdot G}{r}}$$

LET OP: formule voor stabiele cirkelbaan lijkt op formule voor ontspanningsnelheid!

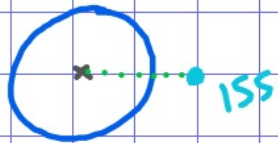
Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde



interessant aspect: de massa van het voorwerp in de baan doet er niet toe!

20 baanstraal, $r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} + 355 \cdot 10^3 \text{ m}$
 $= 6,726 \cdot 10^6 \text{ m}$



$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}} = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{6,726 \cdot 10^6 \text{ m}}}$$

$$= 7,70 \cdot 10^3 \text{ m/s} = \underline{2,77 \cdot 10^4 \text{ km/h}}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

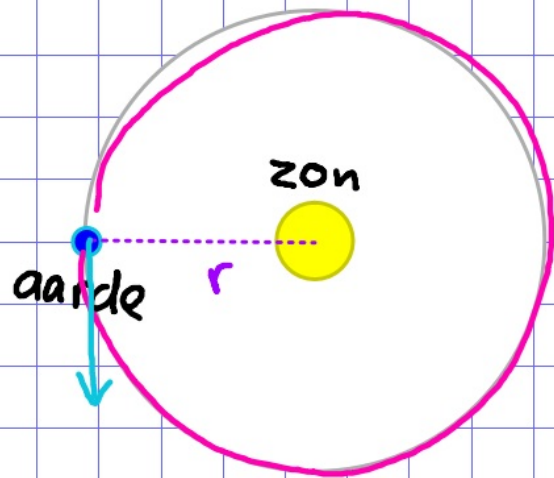
§ 17.2 Een rondje om de aarde

Opdrachten

- 19 Leid uit de formules voor de gravitatiekracht en de middelpuntzoekende kracht de formule voor de snelheid af.
- 20 Het internationale ruimtestation ISS van figuur 17.13 bevindt zich op een hoogte van 355 km boven de aarde. Bereken de snelheid van het ISS.



7. De **baansnelheid (v)** van een planeet hangt af van de **baanstraal (r)** en de **omlooptijd (T)**:



$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

↓
want

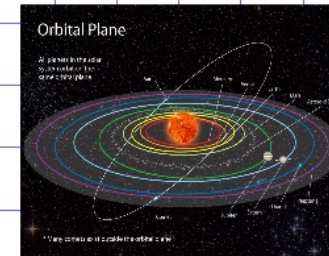
$$v = \frac{s}{t}$$

Bordoeffening 5. Bereken de baansnelheid van de aarde. Zoek de benodigde waarden op in Binas. m/s

$$v = \frac{6,28 \cdot 150 \cdot 10^9 \text{ m}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 2,99 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde



$$\textcircled{21} \text{ baanstraal, } r = 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} + 355 \cdot 10^3 \text{ m} = 6,726 \cdot 10^6 \text{ m}$$

$$\text{baansnelheid, } v = 7,70 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{6,28 \cdot 6,726 \cdot 10^6 \text{ m}}{7,70 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 5,49 \cdot 10^3 \text{ s} = 1,52 \text{ u}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

Opdrachten

- 21 Het internationale ruimtestation ISS (figuur 17.13), bevindt zich op een hoogte van 355 km boven de aarde. Bereken de omlooptijd van het ISS.



▲ Figuur 17.13 Het ruimtestation ISS

- 22 Een polaire satelliet beweegt in een baan over de polen van de aarde op 670 km boven het aardoppervlak. In 1,5 uur draait de satelliet een rondje om de aarde, terwijl de aarde langzaam onder hem door draait.
- Leg uit waarom een polaire satelliet geschikt is als spionagesatelliet.
 - Bereken de baansnelheid van een polaire satelliet.

Bordoefening 6:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{2\pi r}{T} = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

$$r^3 = \frac{t^2 GM}{4\pi^2} = \frac{(24 \cdot 3600)^2 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{39,44} = 7,540 \cdot 10^{22}$$

$$r = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m} = 4,22 \cdot 10^4 \text{ km} = 42200 \text{ km}$$

$$\frac{4\pi^2 r^3}{T^2} = GM$$

$$4\pi^2 r^3 = GMT^2$$

$$r^3 = \frac{GMT^2}{4\pi^2}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

Bordoefening 6a: Combineer beide formules voor baansnelheid en leidt een nieuwe formule af waarmee je r kunt uitrekenen uit T , G en M .

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2\pi \cdot r}{T}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

Derde wet van Kepler

Bordoefening 6b: Reken uit welke baanstraal hoort bij een geostationaire baan om de aarde ($T = 24$ uur).

$$\begin{aligned}
 22b) \text{ baanstraal, } r &= 6,371 \cdot 10^6 \text{ m} \\
 &+ 670 \cdot 10^3 \text{ m} \\
 &= 7,041 \cdot 10^6 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{baanomtrek} &= 2 \cdot \pi \cdot 7,041 \cdot 10^6 \text{ m} \\
 &= 4,428 \cdot 10^7 \text{ m}
 \end{aligned}$$

$$v = \frac{\text{omtrek}}{T} = \frac{4,428 \cdot 10^7 \text{ m}}{1,5 \cdot 3600} = 8,2 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

Opdrachten

- 21 Het internationale ruimtestation ISS (figuur 17.13), bevindt zich op een hoogte van 355 km boven de aarde. Bereken de omlooptijd van het ISS.



▲ Figuur 17.13 Het ruimtestation ISS

- 22 Een polaire satelliet beweegt in een baan over de polen van de aarde op 670 km boven het aardoppervlak. In 1,5 uur draait de satelliet een rondje om de aarde, terwijl de aarde langzaam onder hem door draait.
- Leg uit waarom een polaire satelliet geschikt is als spionagesatelliet.
 - Bereken de baansnelheid van een polaire satelliet.

$$23a) \quad v = \frac{2\pi r}{T} \quad v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$\frac{4\pi r^2}{T^2} = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$23b) \quad \frac{4\pi^2}{GM} = \frac{39,44}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}} = 9,90 \cdot 10^{-14} \text{ m}^{-3} \cdot \text{s}^2$$

$\text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$ kg

$$23c) \quad \frac{T^2}{r^3} = 9,90 \cdot 10^{-14} \rightarrow r^3 = \frac{T^2}{9,90 \cdot 10^{-14}}$$

$$r = \left(\frac{(24 \cdot 3600)^2}{9,90 \cdot 10^{-14}} \right)^{\frac{1}{3}} = 4,22 \cdot 10^7 \text{ m}$$

$$\sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{3}}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

- 23 a Leid uit de formules voor de baansnelheid uit bronnen 6 en 7 de derde wet van Kepler af: $\frac{T^2}{r^3} = \text{constant}$ (zie ook de introductie van dit hoofdstuk).
- b Bereken de constante uit vraag a voor satellieten rond de aarde.
- c Bereken de baanstraal die nodig is om een satelliet een geostationaire baan te geven.
- 24 a Laat zien dat een satelliet die in een cirkelbaan op 500 km hoogte boven het aardoppervlak vliegt een snelheid heeft van $27 \cdot 10^3 \text{ km/h}$.
- b In hoeveel uur draait deze satelliet eenmaal om de aarde?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$\rightarrow \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$= \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

(24)

$$a. v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}{(6,371 \cdot 10^6 + 5,00 \cdot 10^5)}}$$

v =

$$F = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2} \quad F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{G \cdot M}{4\pi^2}$$

3^e wet v. Kapl.

stabiele
cirkelbaan:

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

- 23 a Leid uit de formules voor de baansnelheid uit bronnen 6 en 7 de derde wet van Kepler af: $\frac{T^2}{r^3} = \text{constant}$ (zie ook de introductie van dit hoofdstuk).
 b Bereken de constante uit vraag a voor satellieten rond de aarde.
 c Bereken de baanstraal die nodig is om een satelliet een geostationaire baan te geven.
- 24 a Laat zien dat een satelliet die in een cirkelbaan op 500 km hoogte boven het aardoppervlak vliegt een snelheid heeft van $27 \cdot 10^3$ km/h.
 b In hoeveel uur draait deze satelliet eenmaal om de aarde?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$\rightarrow \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$

$$= \text{kg}^1 \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

(24)

b. $T^2 = \frac{4\pi^2 \cdot r^3}{GM}$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2}$$

3^e wet v. Kapl.

$$= \frac{4 \cdot (3,14)^2 \cdot (6,371 \cdot 10^6 + 5,00 \cdot 10^5)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 5,972 \cdot 10^{24}}$$

$$T^2 = 3,21 \cdot 10^7$$

$$T = 5667 \text{ s} = 1,57 \text{ u}$$

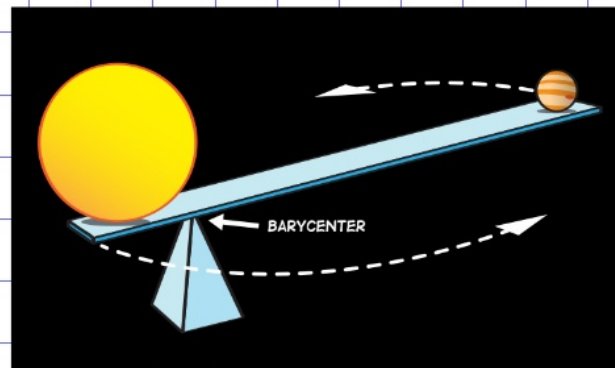
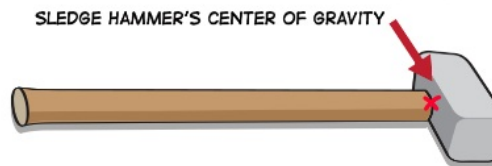
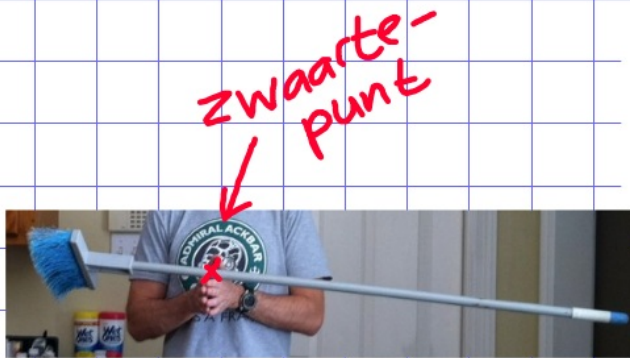
Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

- 23 a Leid uit de formules voor de baansnelheid uit bronnen 6 en 7 de derde wet van Kepler af: $\frac{T^2}{r^3} = \text{constant}$ (zie ook de introductie van dit hoofdstuk).
b Bereken de constante uit vraag a voor satellieten rond de aarde.
c Bereken de baanstraal die nodig is om een satelliet een geostationaire baan te geven.
- 24 a Laat zien dat een satelliet die in een cirkelbaan op 500 km hoogte boven het aardoppervlak vliegt een snelheid heeft van $27 \cdot 10^3 \text{ km/h}$.
b In hoeveel uur draait deze satelliet eenmaal om de aarde?

$$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$
$$\rightarrow \text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$$
$$= \text{kg}^1 \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-2}$$

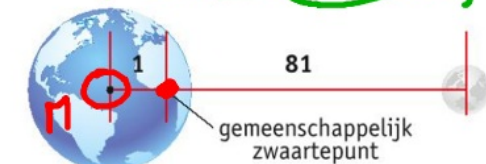
8. Doordat de maan een relatief grote massa heeft t.o.v. de aarde (1/81e) ligt het **barycentrum** van het aarde-maan-systeem 4671 km uit het middelpunt van de aarde. Hierdoor volgt de aarde een slingerend pad rond de zon.



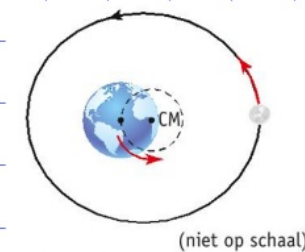
Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.2 Een rondje om de aarde

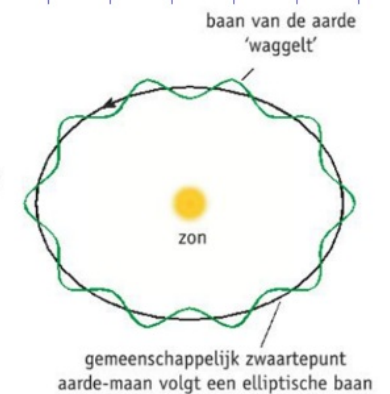
384400 km



▲ **Figuur 17.14:** Het gemeenschappelijk zwaartepunt van het aarde-maanstelsel



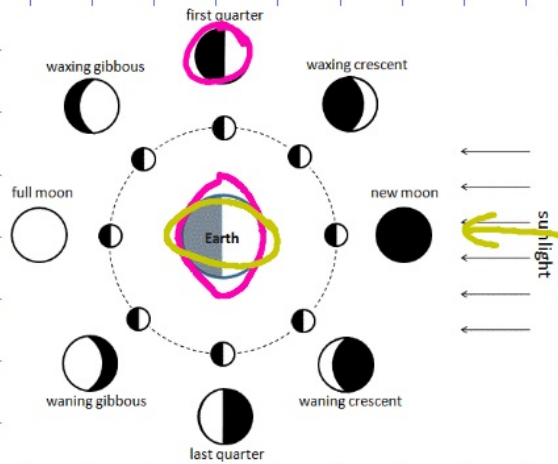
(niet op schaal)



Figuur 17.15

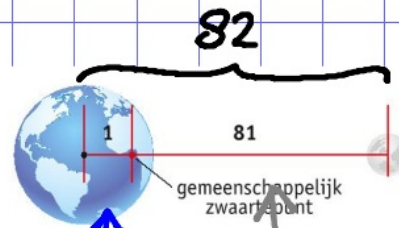
§ 17.2 Een rondje om de aarde

(26) a) Onthoud: in scheveningen heb je een zonsondergang in zee, dus de aarde draait naar het oosten.



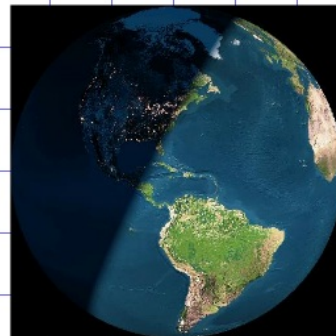
Hoofdstuk 17: Gravitatie

25a)



▲ Figuur 17.14: Het gemeenschappelijk zwaartepunt van het aarde-maan stelsel

$\frac{1}{82}$ e deel $\frac{81}{82}$ e deel



Opgaven bij § 17.2

Opdrachten

- 25 De afstand tussen het middelpunt van de aarde en het middelpunt van de maan is gemiddeld 384 400 km.
- Bereken de straal van de baan die het zwaartepunt van de aarde rond het gemeenschappelijk zwaartepunt aflegt.
 - Bereken ook de straal van de baan die de maan rond het gemeenschappelijk zwaartepunt aflegt.
- 26 Lees bron 9.
- Leg uit waar het eerder vloed is, in Scheveningen of in Harwich.
 - Bij nieuwe maan en volle maan ontstaat springtij. Het hoge water is dan hoger en het lage water lager. Er bestaat ook doottij. Hierbij is het verschil tussen hoog water en laag water veel kleiner. In welke periode is er sprake van doottij?
 - Springtij vindt altijd enkele dagen na volle maan en nieuwe maan plaats. Waardoor zou dat komen?
 - Het verschil tussen hoog en laag water in Scheveningen is nog geen 2 m. Een eindje verderop in Zeeland is dit verschil 5 m. Geef een verklaring waarom de getijdewerking in Zeeland veel groter is dan in Scheveningen.

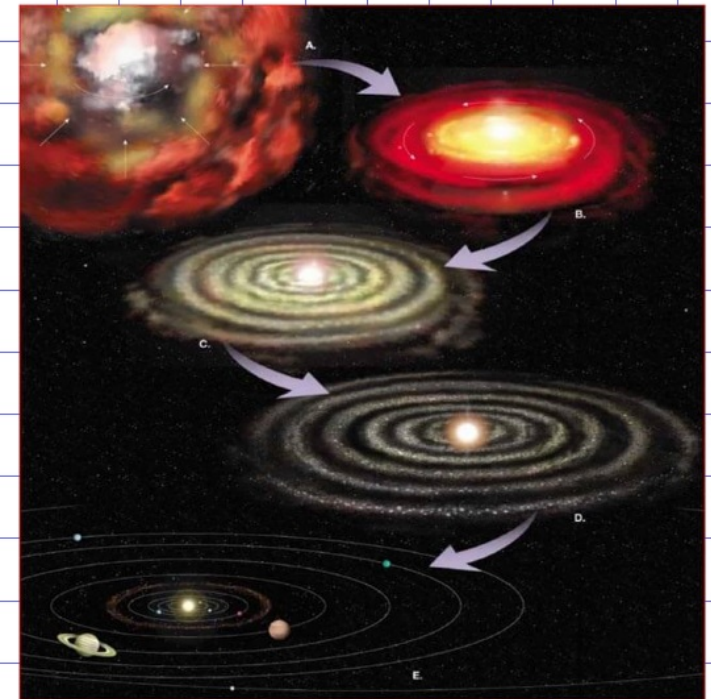
§ 17.3 Een rondje om de zon

10. Het zonnestelsel is ontstaan doordat een grote **gaswolk** van allerlei stoffen door **onderlinge gravitatie samengetrokken**.

Middelgrote lokale ophopingen van massa vormden **planeten**. Kleinere lokale ophopingen van massa in de buurt van planeten vormden **manen** en **planetoïden**. Grote ophopingen vormen **sterren**.

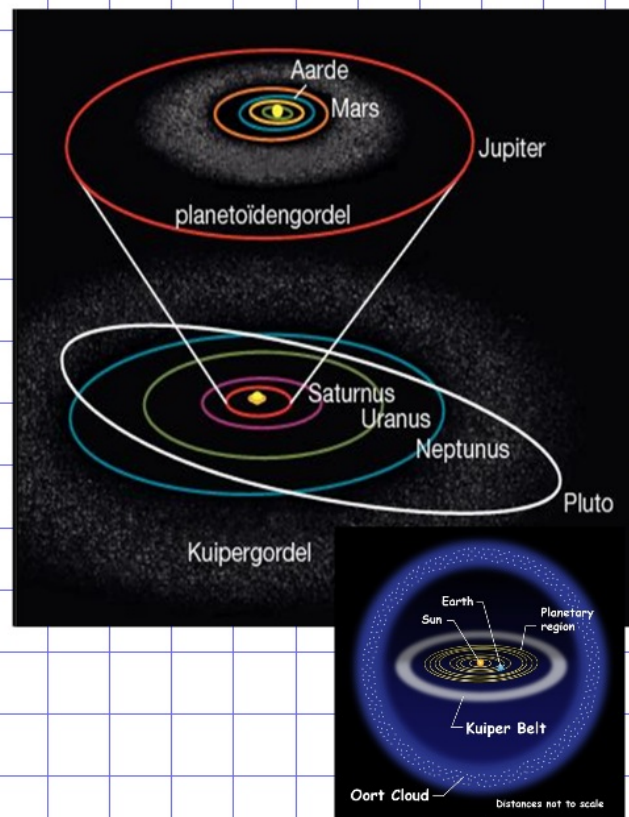
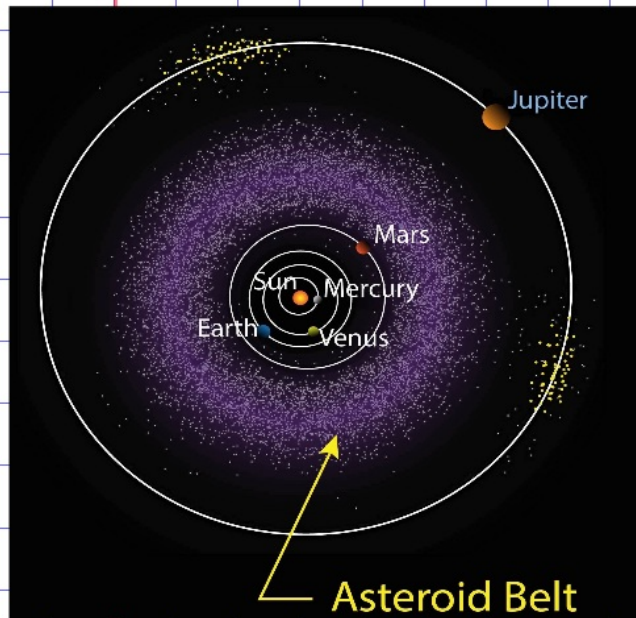


Hoofdstuk 17: Gravitatie



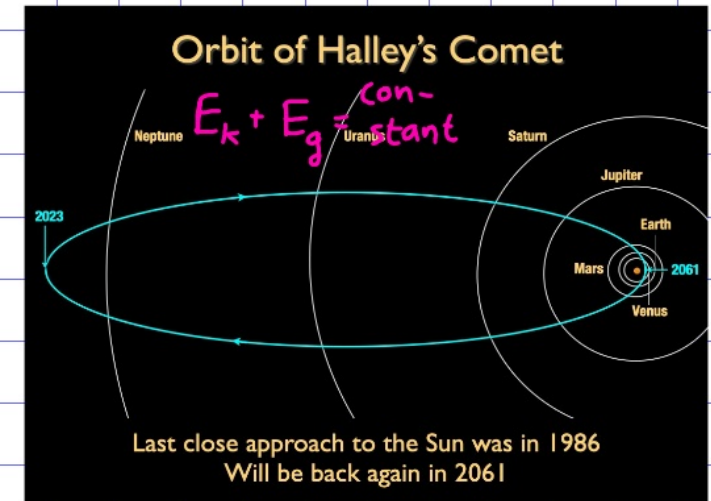
Why is the Solar System flat?

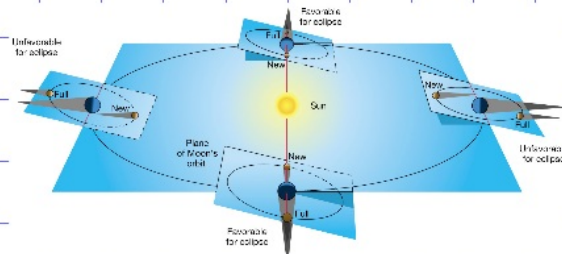
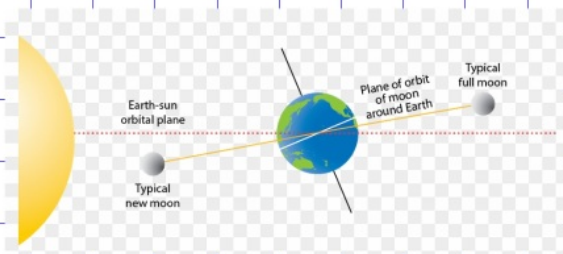
Onderdelen van ons zonnestelsel die nuttig zijn om van af te weten:
planeten, manen, astroïdengordel, kuipergordel, oortwolk, trojanen,
kometen.



Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.3 Een rondje om de zon

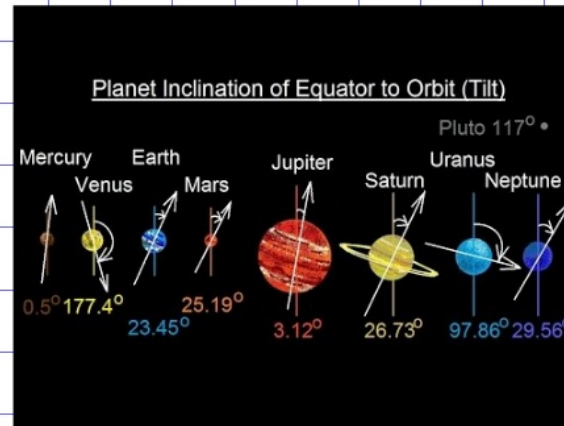
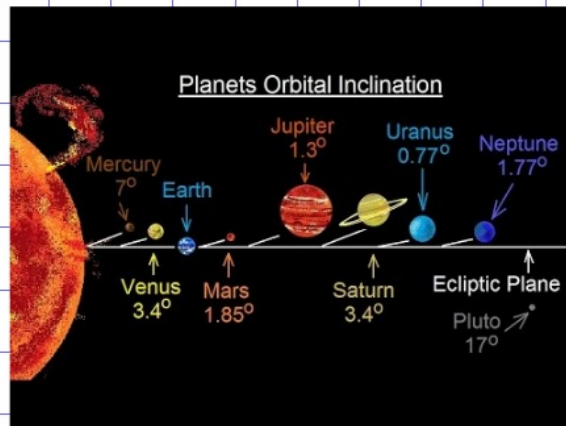




Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.3 Een rondje om de zon

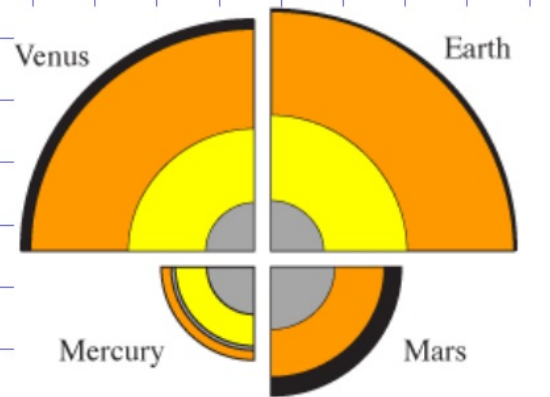
- 27 Bedenk een oorzaak waardoor de rotatieassen van de planeten niet meer precies loodrecht op het draaivlak van de zon staan.
- 28 De ecliptica is het vlak waarin de aarde om de zon draait. De baanvlakken van de planeten maken een kleine hoek met dit vlak. In *Binas* kun je daar informatie over vinden. Bij welke planeet is deze hoek het grootst? Hoe groot is deze hellingshoek?
- 29 a Zoek op wat de gezamenlijke massa van de zon en de acht planeten is.
b Hoeveel % van de massa van het zonnestelsel bevindt zich in de planeten? Geef de berekening.



11. De vier **binnenplaneten** zijn rotsplaneten met een oppervlak in de vaste fase, de vier **buitenplaneten** zijn gasbollen.

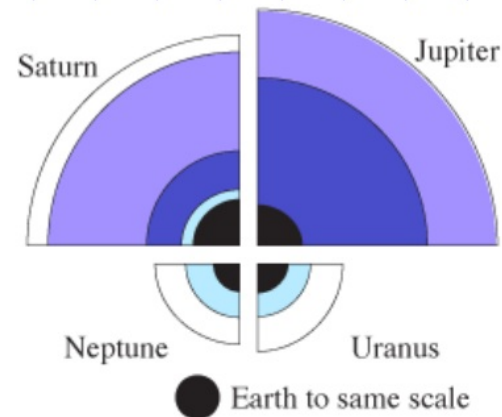
Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.3 Een rondje om de zon



solid iron core
 liquid iron core
 silicate mantle
 silicate crust

Terrestrial planet interiors to same scale



silicate core
 ice core
 liquid metallic hydrogen
 liquid hydrogen
 gaseous hydrogen

Jovian planets interiors to same scale

$$30 \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2 \cdot (0,7833 \cdot 10^{12} \text{ m})^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1,9884 \cdot 10^{30}}}$$

baan-
straal
van
jupiter

$$T = 3,78 \cdot 10^8 \text{ s} = 12,0 \text{ j}$$

↑
 M_{zon}

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.3 Een rondje om de zon

30 De derde wet van Kepler luidt:

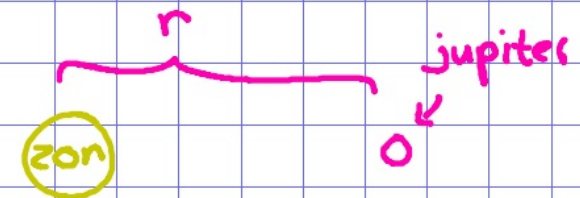
$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

$$\frac{T^2}{d^3} = \text{const.}$$

De wet werd in 1619 voor het eerst door deze Duitse astronoom afgeleid.

Jupiter bevindt zich op een afstand van $7,88 \cdot 10^{11} \text{ m}$ van de zon. Bereken met behulp van de derde wet van Kepler de omlooptijd van Jupiter.

31 De omlooptijd van het maantje Dactyl rond de planetoïde Ida is 1,54 dagen (figuur 17.22). De massa van Ida is $4,2 \cdot 10^{16} \text{ kg}$. Bereken de gemiddelde baanstraal van Dactyl in kilometers. Gebruik de derde wet van Kepler uit de vorige vraag.



$$31 \quad \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM} \rightarrow r = \left(\frac{GMT^2}{4\pi^2} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$r = \left(\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \cdot \overset{M_{IDA}}{4,2 \cdot 10^{16}} \cdot (1,54 \cdot 24 \cdot 3600)^2}{39,44} \right)^{\frac{1}{3}}$$

$$r = 1,08 \cdot 10^5 \text{ m}$$

T moet in
seconden

Hoofdstuk 17: Gravitatie

§ 17.3 Een rondje om de zon

30 De derde wet van Kepler luidt:

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{GM}$$

De wet werd in 1619 voor het eerst door deze Duitse astronoom afgeleid.

Jupiter bevindt zich op een afstand van $7,88 \cdot 10^{11}$ m van de zon. Bereken met behulp van de derde wet van Kepler de omlooptijd van Jupiter.

31 De omlooptijd van het maantje Dactyl rond de planetoïde Ida is 1,54 dagen (figuur 17.22). De massa van Ida is $4,2 \cdot 10^{16}$ kg. Bereken de gemiddelde baanstraal van Dactyl in kilometers. Gebruik de derde wet van Kepler uit de vorige vraag.

§ 17.3 Een rondje om de zon

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Opgaven bij § 17.3

Hoofdstuk 17: Gravitatie

- Toepassingen -

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

①

$$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$$

$$F_g = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2}$$

$$v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\left(\frac{2\pi r}{t}\right)^2 = \frac{GM}{r}$$

$$\frac{4\pi^2 r^2}{t^2} = \frac{GM}{r}$$

Opgave 1 Satelliet (pilotexamens vwo 2011-II en 1995-I)
Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Hierin is:

r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;

G de gravitatieconstante;

M de massa van de aarde.

heb je al
gedaan bij:

Bord oefening 6:

- Leid deze formule af met behulp van formules in Binas.

Kort nadat de zon in het oosten is opgekomen, is vanaf de evenaar de satelliet in een 500 km hoge cirkelvormige baan rond de aarde gebracht. Op deze hoogte is de gravitatie-energie van de satelliet $-17,399$ GJ. De massa van de satelliet is 300 kg.

- Bereken de toename van de gravitatie-energie vanaf de lancering.

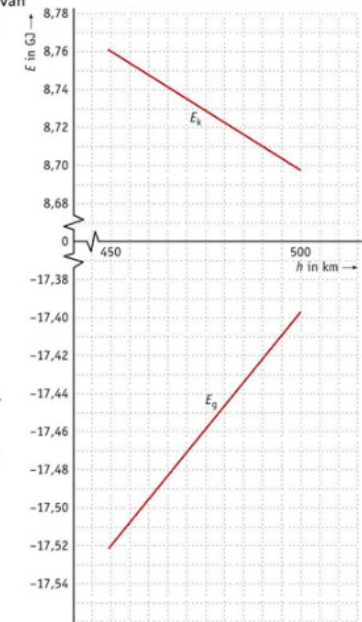
Op 500 km hoogte heerst geen volledig vacuüm. Hierdoor ondervindt de satelliet een kleine wrijvingskracht, zodat zijn hoogte langzaam afneemt. In figuur 17.36 staan de kinetische energie E_k en de gravitatie-energie E_g van de satelliet als functie van de hoogte h getekend. Doordat de wrijvingskracht zeer klein is, 'zakt' de satelliet per omloop maar heel weinig. Daarom kan elke afzonderlijke omloop als een cirkelbaan worden beschouwd.

- Leg aan de hand van figuur 17.36 uit hoe de omlooptijd van de satelliet op den duur verandert.

Gedurende drie jaar zakt de satelliet van de hoogte van 500 km naar 450 km. Hierbij cirkelt hij vele duizenden malen rond de aarde en legt daarbij een afstand af van $7,2 \cdot 10^{11}$ m.

- Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht die over deze afstand op de satelliet werkt.

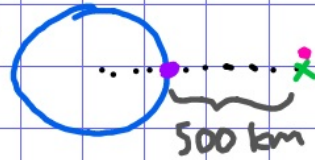
De baan van de satelliet loopt over de beide polen van de aarde. Doordat de aarde om haar as draait, beweegt de satelliet tijdens elke volgende omloop boven een ander stuk van de aarde. Op een bepaald



▲ Figuur 17.36

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen



② op de grond:

$$E_g = - \frac{M m G}{r} = - \frac{5,971 \cdot 10^{24} \cdot 300 \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{6,371 \cdot 10^6 \text{ m}} = - 1,875 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

op 500 km hoogte: $E_g = - 17,399 \cdot 10^9 \text{ J}$

$$\text{verschil, } \Delta E_g = - 17,399 \cdot 10^9 \text{ J} - - 1,875 \cdot 10^{10} \text{ J}$$

$$= 1,35 \cdot 10^9 \text{ J} \text{ aan } E_g \text{ gewonnen (uit } E_k \text{ of } W)$$

③

De sateliet gaat **sneller** op 450 km hoogte en legt per omwenteling een **kleinere afstand af** dus de omlooptijd T wordt kleiner.

Opgave 1 Satelliet (pilotexamens vwo 2011-II en 1995-I)
Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Hierin is:

r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;

G de gravitatieconstante;

M de massa van de aarde.

1 Leid deze formule af met behulp van formules in Binas.

Kort nadat de zon in het oosten is opgekomen, is vanaf de evenaar de satelliet in een 500 km hoge cirkelvormige baan rond de aarde gebracht. Op deze hoogte is de gravitatie-energie van de satelliet $-17,399 \text{ GJ}$. De massa van de satelliet is 300 kg.

2 Bereken de toename van de gravitatie-energie vanaf de lancering.

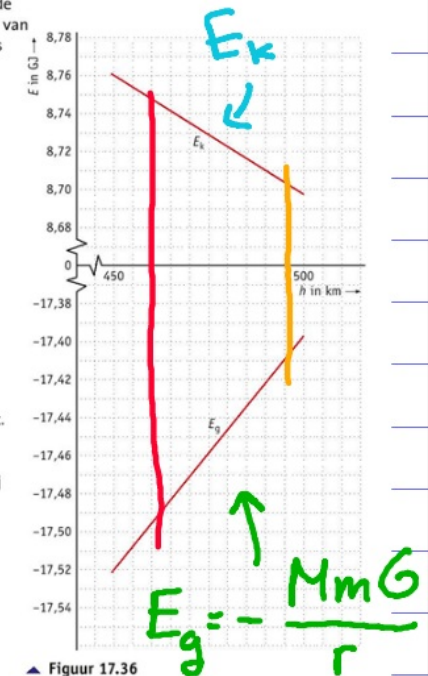
Op 500 km hoogte heerst geen volledig vacuüm. Hierdoor ondervindt de satelliet een kleine wrijvingskracht, zodat zijn hoogte langzaam afneemt. In figuur 17.36 staan de kinetische energie E_k en de gravitatie-energie E_g van de satelliet als functie van de hoogte h getekend. Doordat de wrijvingskracht zeer klein is, 'zakt' de satelliet per omloop maar heel weinig. Daarom kan elke afzonderlijke omloop als een cirkelbaan worden beschouwd.

3 Leg aan de hand van figuur 17.36 uit hoe de omlooptijd van de satelliet op den duur verandert.

Gedurende drie jaar zakt de satelliet van de hoogte van 500 km naar 450 km. Hierbij cirkelt hij vele duizenden malen rond de aarde en legt daarbij een afstand af van $7,2 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

4 Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht die over deze afstand op de satelliet werkt.

De baan van de satelliet loopt over de beide polen van de aarde. Doordat de aarde om haar as draait, beweegt de satelliet tijdens elke volgende omloop boven een ander stuk van de aarde. Op een bepaald



▲ Figuur 17.36

$$E_g = - \frac{M m G}{r}$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

$$E_{\text{tot}} = E_k + E_g$$

④

op 500 km hoogte:

$$E_{\text{tot}} = 8,696 + -17,399 = -8,703 \text{ GJ}$$

op 450 km hoogte:

$$E_{\text{tot}} = 8,760 + -17,520 = -8,760 \text{ GJ}$$

$$\Delta E_{\text{tot}} = -8,760 - -8,703 = -0,057 \text{ GJ}$$

$$W = F \cdot s, \text{ dus } F = \frac{W}{s} = \frac{5,7 \cdot 10^7}{7,2 \cdot 10^{11} \text{ m}} = 7,9 \cdot 10^{-5} \text{ N}$$

Opgave 1 Satelliet (pilotexamens vwo 2011-II en 1995-I)
Een satelliet cirkelt rond de aarde. Voor de omlooptijd T geldt:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{GM}}$$

Hierin is:

r de afstand van de satelliet tot het middelpunt van de aarde;

G de gravitatieconstante;

M de massa van de aarde.

- Leid deze formule af met behulp van formules in Binas.

Kort nadat de zon in het oosten is opgekomen, is vanaf de evenaar de satelliet in een 500 km hoge cirkelvormige baan rond de aarde gebracht. Op deze hoogte is de gravitatie-energie van de satelliet $-17,399 \text{ GJ}$. De massa van de satelliet is 300 kg.

- Bereken de toename van de gravitatie-energie vanaf de lancering.

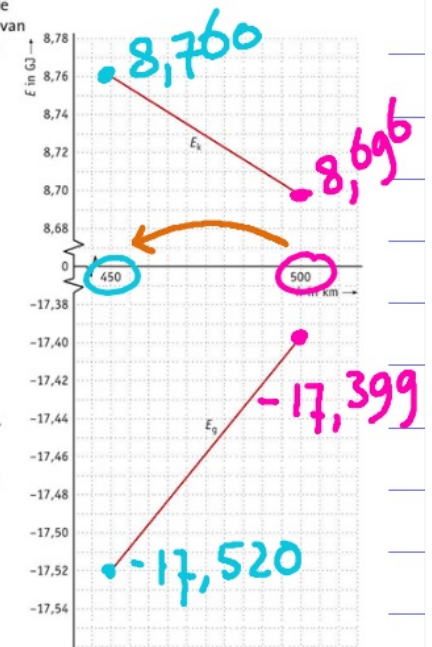
Op 500 km hoogte heerst geen volledig vacuüm. Hierdoor ondervindt de satelliet een kleine wrijvingskracht, zodat zijn hoogte langzaam afneemt. In figuur 17.36 staan de kinetische energie E_k en de gravitatie-energie E_g van de satelliet als functie van de hoogte h getekend. Doordat de wrijvingskracht zeer klein is, 'zakt' de satelliet per omloop maar heel weinig. Daarom kan elke afzonderlijke omloop als een cirkelbaan worden beschouwd.

- Leg aan de hand van figuur 17.36 uit hoe de omlooptijd van de satelliet op den duur verandert.

Gedurende drie jaar zakt de satelliet van de hoogte van 500 km naar 450 km. Hierbij cirkelt hij vele duizenden malen rond de aarde en legt daarbij een afstand af van $7,2 \cdot 10^{11} \text{ m}$.

- Bepaal de gemiddelde wrijvingskracht die over deze afstand op de satelliet werkt.

De baan van de satelliet loopt over de beide polen van de aarde. Doordat de aarde om haar as draait, beweegt de satelliet tijdens elke volgende omloop boven een ander stuk van de aarde. Op een bepaald



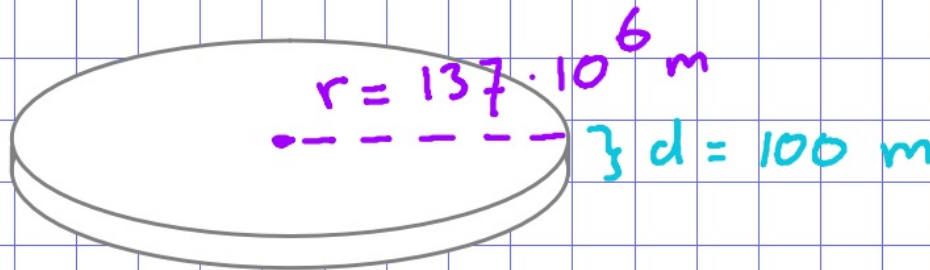
▲ Figuur 17.36

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

6

ringen van
Saturnus:



verhouding
Saturnus

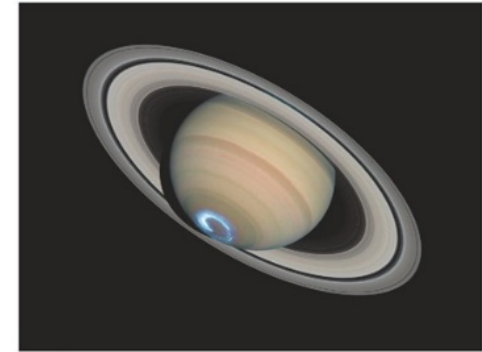
$$\frac{r}{d} = \frac{137 \cdot 10^6 \text{ m}}{100 \text{ m}} = 1,37 \cdot 10^6$$

verhouding
DVD

$$\frac{r}{d} =$$

Opgave 2 Ringen van Saturnus (pilotexamen vwo 2012-I)

Saturnus is de op één na grootste planeet van ons zonnestelsel. Saturnus staat bekend om zijn ringen rond de evenaar, die bestaan uit ijsdeeltjes en steengruis. De diameter van deze deeltjes kan variëren van een enkele centimeter tot een meter. Zie figuur 17.37.



▲ Figuur 17.37 Saturnus

De ringen strekken zich uit tot een straal van $137 \cdot 10^6 \text{ m}$ en blijken minder dan 100 m dik te zijn. Ze worden vaak met een dvd-schijfje vergeleken, wat betreft de verhouding tussen straal en dikte.

6 Laat aan de hand van een berekening zien of de Saturnus-ringen in verhouding veel dunner of veel dikker zijn dan een dvd-schijfje.

Hieronder wordt de geschiedenis van de ontdekking van de ringen van Saturnus kort weergegeven:

1610	De eerste waarnemingen van Saturnus met een primitieve telescoop, het lijkt wel of Saturnus 'oren' heeft.
1612	Tot zijn verbazing kan Galilei geen 'oren' meer bij Saturnus waarnemen.
1655	Met een verbeterde telescoop stelt Huygens vast dat het hier om volledige ringen gaat.
1848	Roche berekent een theoretische limiet waarbinnen manen om een planeet uiteenvallen tot kleine brokstukjes.
1859	Maxwell laat theoretisch zien dat de ringen geen vast geheel kunnen vormen, maar moeten bestaan uit losse deeltjes.
1895	James Keeler bevestigt de theorie van Maxwell experimenteel.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

8 $\frac{I}{I_0} = 0,17 \rightarrow 0,17 = (0,5)^n$

$$n = \frac{10 \log(0,17)}{10 \log(0,5)} = 2,556$$

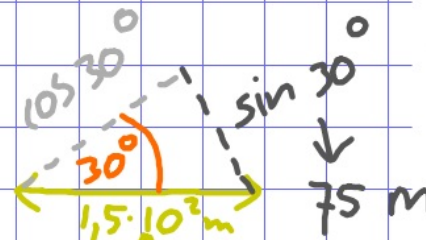
$$d = n \cdot d_{1/2} = 2,556 \cdot 59 \text{ m} = 1,5 \cdot 10^2 \text{ m}$$

10 $T = k \cdot r^{3/2} \rightarrow T^2 = k^2 \cdot (r^{3/2})^2$

$$\frac{T^2}{r^3} = C \leftarrow T^2 = k^2 \cdot r^3$$

$$I = I_0 \cdot (0,5)^{\frac{d}{d_{1/2}}}$$

Hfd 13



$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M}$$

$$\frac{T^2}{d^3} = \text{constant}$$

3^e wet v. Kepler

Het feit dat Galilei de ringen in 1612 niet meer kon vinden, zegt iets over de positie van de aarde ten opzichte van het draaivlak van de ringen.

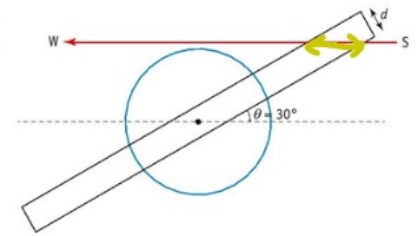
7 Leg dit uit aan de hand van een schets.

Als de ringen voor een ster S langstreken, constateert een waarnemer W dat de straling van S verzwakt wordt tot 17% van de oorspronkelijke hoeveelheid.

Uit modelberekeningen bij de veronderstelde dichtheid en samenstelling van de ringen volgt een halveringsdikte net als bij ioniserende straling. Zie figuur 17.38.

Hiervoor geldt:

$$d_{1/2} = 59 \text{ m}$$

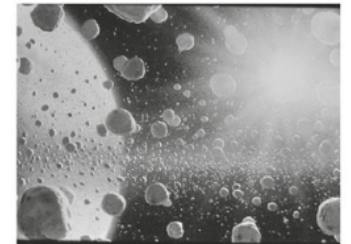


▲ Figuur 17.38

8 Bereken de dikte d van de ringen die hieruit volgt.

De deeltjes waar de ringen uit bestaan draaien om de planeet Saturnus. Zie figuur 17.39.

- Hierover gaan de onderstaande twee stellingen:
- 1 De draaiing van de ringdeeltjes is een voorwaarde voor het bestaan van de ringen.
 - 2 De draaiing van de ringdeeltjes is onafhankelijk van de draaiing van Saturnus om zijn eigen as.



▲ Figuur 17.39

9 Leg van elke stelling uit of deze juist is.

Elk ringdeeltje beschrijft een cirkelbaan rond Saturnus met straal r. Voor het verband tussen de omlooptijd T en de straal r geldt $T = k \cdot r^{\frac{1}{2}}$, waarin k constant is.

De deeltjes aan de binnenkant van een ring en de meer naar buiten gelegen deeltjes worden vergeleken. Dit levert drie stellingen op.

10 Welke van de drie stellingen is juist? Licht je antwoord toe.

- A Binnendeeltjes raken achter op buitendeeltjes.
- B De ringen draaien als één geheel.
- C Buitendeeltjes raken achter op binnendeeltjes.

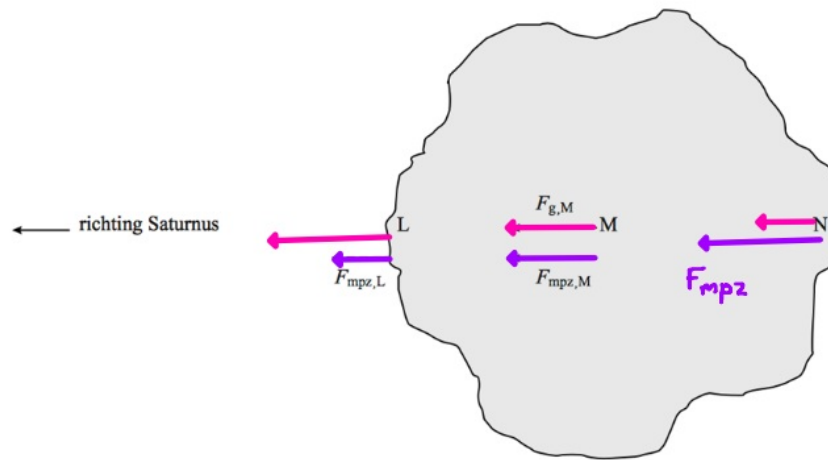
$$(x^a)^b = x^{a \cdot b}$$

In 1848 stelde Roche een algemeen model op voor een rotsblok dat om een planeet cirkelt onder invloed van de gravitatiekracht. In dit model worden de krachten in drie punten L, M en N met elkaar vergeleken. De gravitatiekrachten F_g in die punten verschillen van elkaar. Ook de benodigde middelpuntzoekende krachten F_{mpz} op materiaal in de punten verschillen van elkaar. De situatie is schematisch weergegeven op het werkblad. In die figuur zijn met pijlen drie krachten aangegeven.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

11



In 1848 stelde Roche een algemeen model op voor een rotsblok dat om een planeet cirkelt onder invloed van de gravitatiekracht. In dit model worden de krachten in drie punten L, M en N met elkaar vergeleken. De gravitatiekrachten F_g in die punten verschillen van elkaar. Ook de benodigde middelpuntzoekende krachten F_{mpz} op materiaal in de punten verschillen van elkaar. De situatie is schematisch weergegeven op het werkblad. In die figuur zijn met pijlen drie krachten aangegeven.

- 11 Voer de volgende opdrachten uit:
- Teken op het werkblad de krachtpijl van de benodigde middelpuntzoekende kracht in punt N en de krachtpijlen van de gravitatiekracht in de punten L en N.
 - Leg aan de hand van de getekende krachtpijlen uit dat het rotsblok uit elkaar valt.

① $v = \frac{2\pi r}{T}$

← groter voor N

← zelfde voor N, M en L

groter voor N, lineair met r

$F_{mpz} = \frac{m \cdot v^2}{r}$

voor dezelfde omlooptijd T als punt L heeft is voor punt N een grotere F_{mpz} nodig.

Maar F_g is juist kleiner in punt N

$F_g = \frac{m \cdot M \cdot G}{r^2}$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

12

afstand zon-Aldebaran, $s = 63,1 \cdot 10^{16} \text{ m}$

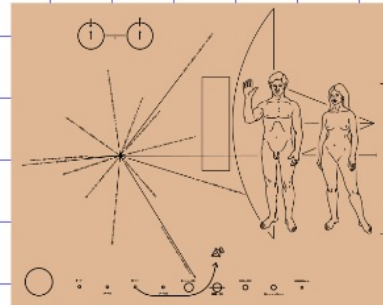
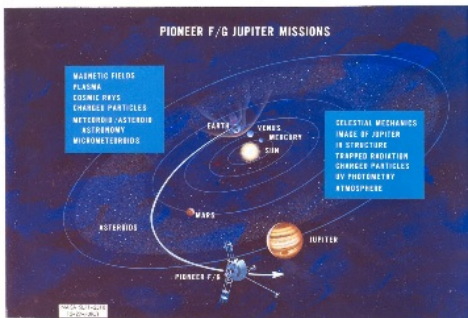
$$1,0 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

(gemiddelde afstand aarde-zon)

$$t = \frac{s}{v} = \frac{63,1 \cdot 10^{16} \text{ m}}{(2,6 \cdot 1,496 \cdot 10^{11}) \text{ m/j}} = 1,6 \cdot 10^6 \text{ j}$$

binas 32B

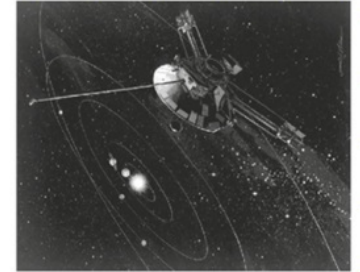
binas 31



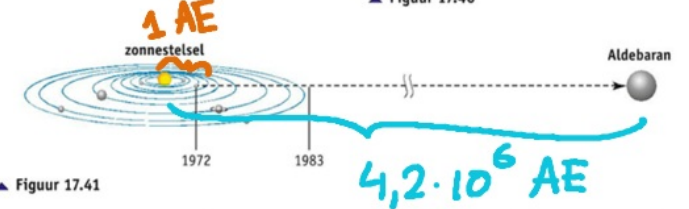
Opgave 3 Pioneer-10 (examen vwo 2011-I)

De verkenners Pioneer-10 werd gelanceerd in 1972 en was in 1983 het eerste ruimtevaartuig dat ons zonnestelsel verliet. Zie de 'artist impression' in figuur 17.40.

In 1983 bewoog Pioneer-10 met een snelheid van ongeveer 2,6 AE per jaar in de richting van de rode ster Aldebaran. Zie figuur 17.41. Deze figuur is niet op schaal.



▲ Figuur 17.40



▲ Figuur 17.41

In het begin van de reis wordt Pioneer-10 door de zon vertraagd. Aan het eind van zijn reis wordt Pioneer-10 door Aldebaran versneld. Tim en Maaïke bespreken het effect hiervan op de gemiddelde snelheid van Pioneer-10.

Tim denkt dat v_{gem} minder dan 2,6 AE per jaar is door de invloed van de zon.

Maaïke meent dat v_{gem} meer dan 2,6 AE per jaar is, omdat de massa van Aldebaran 25 keer zo groot is als de massa van de zon.

13 Leg uit wie er gelijk heeft.

Pioneer-10 kan het zwaartekrachtveld van de zon alleen verlaten als de kinetische energie van de Pioneer-10 groter is dan de bindende gravitatie-energie.

In 1983 bevond Pioneer-10 zich op een afstand $r = 6,2 \cdot 10^{13} \text{ m}$ van de zon.

14 Toon aan dat zijn snelheid dan ruimschoots voldoende is om uit het zonnestelsel te ontsnappen.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

$$1,0 \text{ AE} = 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}$$

(gemiddelde afstand aarde-zon)

14 op $t = 1983$, $v = \frac{s}{t} = \frac{2,6 \times 1,496 \cdot 10^{11} \text{ m}}{365 \cdot 24 \cdot 3600} = 1,2 \cdot 10^4 \text{ m/s}$

voor ontsnapping: $E_{\text{tot}} = E_k + E_g > 0$

$$E_k = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = \frac{1}{2} \cdot m \cdot (1,2 \cdot 10^4 \text{ m/s})^2 = 7,6 \cdot 10^7 \cdot m$$

$$E_g = \frac{-MmG}{r} = \frac{-1,9884 \cdot 10^{30} \cdot m \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}} = -2,14 \cdot 10^7 \cdot m$$

Opgave 3 Pioneer-10 (examen vwo 2011-I)

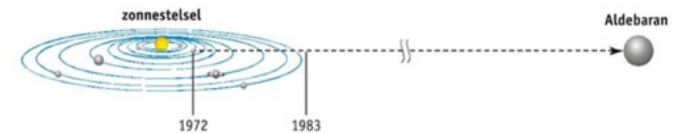
De verkenners Pioneer-10 werd gelanceerd in 1972 en was in 1983 het eerste ruimtevaartuig dat ons zonnestelsel verliet. Zie de 'artist impression' in figuur 17.40.

In 1983 bewoog Pioneer-10 met een snelheid van ongeveer 2,6 AE per jaar in de richting van de rode ster Aldebaran. Zie figuur 17.41. Deze figuur is niet op schaal.



▲ Figuur 17.40

- 12 Bereken hoeveel jaar Pioneer-10 over zijn reis naar Aldebaran zal doen als hij zijn hele reis met de gegeven snelheid beweegt.



▲ Figuur 17.41

In het begin van de reis wordt Pioneer-10 door de zon vertraagd. Aan het eind van zijn reis wordt Pioneer-10 door Aldebaran versneld. Tim en Maaïke bespreken het effect hiervan op de gemiddelde snelheid van Pioneer-10.

Tim denkt dat v_{gem} minder dan 2,6 AE per jaar is door de invloed van de zon.

Maaïke meent dat v_{gem} meer dan 2,6 AE per jaar is, omdat de massa van Aldebaran 25 keer zo groot is als de massa van de zon.

- 13 Leg uit wie er gelijk heeft.

energieschuld voor ontsnapping

Pioneer-10 kan het zwaartekrachtveld van de zon alleen verlaten als de kinetische energie groter is dan de bindende gravitatie-energie.

In 1983 bevond Pioneer-10 zich op een afstand $r = 6,2 \cdot 10^{12} \text{ m}$ van de zon.

- 14 Toon aan dat zijn snelheid dan ruimschoots voldoende is om uit het zonnestelsel te ontsnappen.

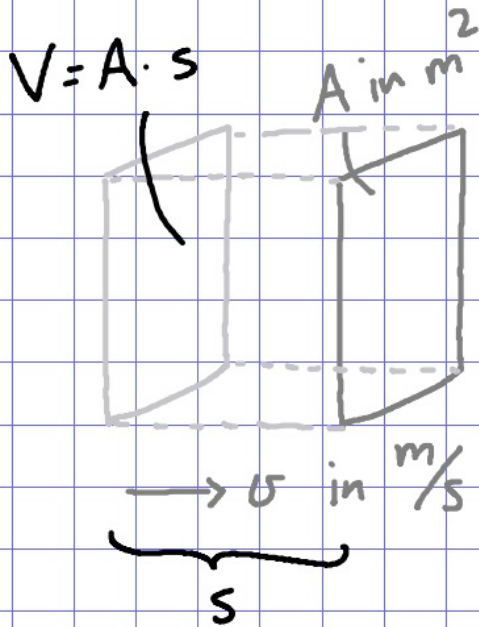
Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

15

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} \cdot v$$

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho \cdot V$$



$$s = v \cdot \Delta t \text{ en } V = A \cdot s$$

$$\Delta V = A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$\Delta m = \rho \cdot A \cdot v \cdot \Delta t$$

$$F = \frac{\rho \cdot A \cdot v \cdot \cancel{\Delta t}}{\cancel{\Delta t}} \cdot v = \rho \cdot A \cdot v^2$$



Pioneer-10 beweegt op zijn reis door de Kuiper gordel. Dit is een gebied van ijsig interplanetair stof dat ons zonnestelsel omgeeft, op een afstand tussen 30 AE en 100 AE. Doordat Pioneer-10 dit interplanetaire stof 'opveegt', neemt de massa van Pioneer-10 toe. Een voorwerp dat tijdens zijn beweging in massa toeneemt, ondervindt daardoor een tegenwerkende kracht.

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} v \quad (1)$$

als de massa vanuit stilstand wordt opgeveegd

Voor de tegenwerkende kracht op Pioneer-10 ten gevolge van het 'opvegen' van het stof geldt:

$$F = A \rho v^2 \quad (2)$$

Hierin is:

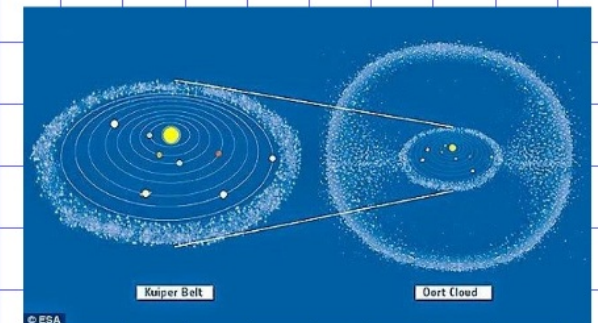
- ρ de stofdichtheid in kg m^{-3} ;
- A de frontale oppervlakte van Pioneer-10 in m^2 ;
- v de snelheid van Pioneer-10 in m s^{-1} .

goal: $F = A \cdot \rho \cdot v^2$

15 Leid formule (2) af. Maak gebruik van formule (1) en van formules uit Binas.

De snelheid van Pioneer-10 blijkt iets sterker af te nemen dan verklaard kan worden door de aantrekkingskracht van het zonnestelsel. Als de extra vertraging het gevolg is van bovenstaande tegenwerkende kracht, is daarmee de waarde voor de stofdichtheid van de Kuiper gordel te bepalen. De antenneschotel van Pioneer-10 heeft een diameter van 2,74 m. De frontale oppervlakte van Pioneer-10 is gelijk aan de oppervlakte van de antenneschotel. Op een bepaalde plaats in de Kuiper gordel had Pioneer-10 (massa = 241 kg) een snelheid v van $1,23 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ en ondervond een extra vertraging van $8,74 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$.

16 Bereken hieruit de stofdichtheid op die plaats in de Kuiper gordel, als aangenomen wordt dat deze extra vertraging volledig veroorzaakt wordt door het 'opvegen' van het stof.



Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

$$(16) \quad a = \frac{\Sigma F}{m} \rightarrow F = m \cdot a = 241 \text{ kg} \cdot 8,74 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}^2 = 2,106 \cdot 10^{-7} \text{ N}$$

$$A = \pi \cdot r^2 = 3,14 \cdot \left(\frac{2,74 \text{ m}}{2}\right)^2 = 5,89 \text{ m}^2$$

$$\rho = \frac{F}{A \cdot v^2} = \frac{2,106 \cdot 10^{-7} \text{ N}}{5,89 \text{ m}^2 \cdot (1,23 \cdot 10^4 \text{ m/s})^2} = 2,36 \cdot 10^{-16} \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Pioneer-10 beweegt op zijn reis door de Kuipergordel. Dit is een gebied van ijsig interplanetair stof dat ons zonnestelsel omgeeft, op een afstand tussen 30 AE en 100 AE. Doordat Pioneer-10 dit interplanetaire stof 'opveegt', neemt de massa van Pioneer-10 toe. Een voorwerp dat tijdens zijn beweging in massa toeneemt, ondervindt daardoor een tegenwerkende kracht:

$$F = \frac{\Delta m}{\Delta t} v \quad (1)$$

Voor de tegenwerkende kracht op Pioneer-10 ten gevolge van het 'opvegen' van het stof geldt:

$$F = \rho A v^2 \quad (2)$$

Hierin is:

- ρ de stofdichtheid in kg m^{-3} ;
- A de frontale oppervlakte van Pioneer-10 in m^2 ;
- v de snelheid van Pioneer-10 in m s^{-1} .

15 Leid formule (2) af. Maak gebruik van formule (1) en van formules uit *Binas*.

De snelheid van Pioneer-10 blijkt iets sterker af te nemen dan verklaard kan worden door de aantrekkingskracht van het zonnestelsel. Als de extra vertraging het gevolg is van bovenstaande tegenwerkende kracht, is daarmee de waarde voor de stofdichtheid van de Kuipergordel te bepalen. De antenneschotel van Pioneer-10 heeft een diameter van 2,74 m. De frontale oppervlakte van Pioneer-10 is gelijk aan de oppervlakte van de antenneschotel. Op een bepaalde plaats in de Kuipergordel had Pioneer-10 (massa = 241 kg) een snelheid v van $1,23 \cdot 10^4 \text{ m s}^{-1}$ en ondervond een extra vertraging van $8,74 \cdot 10^{-10} \text{ m s}^{-2}$.

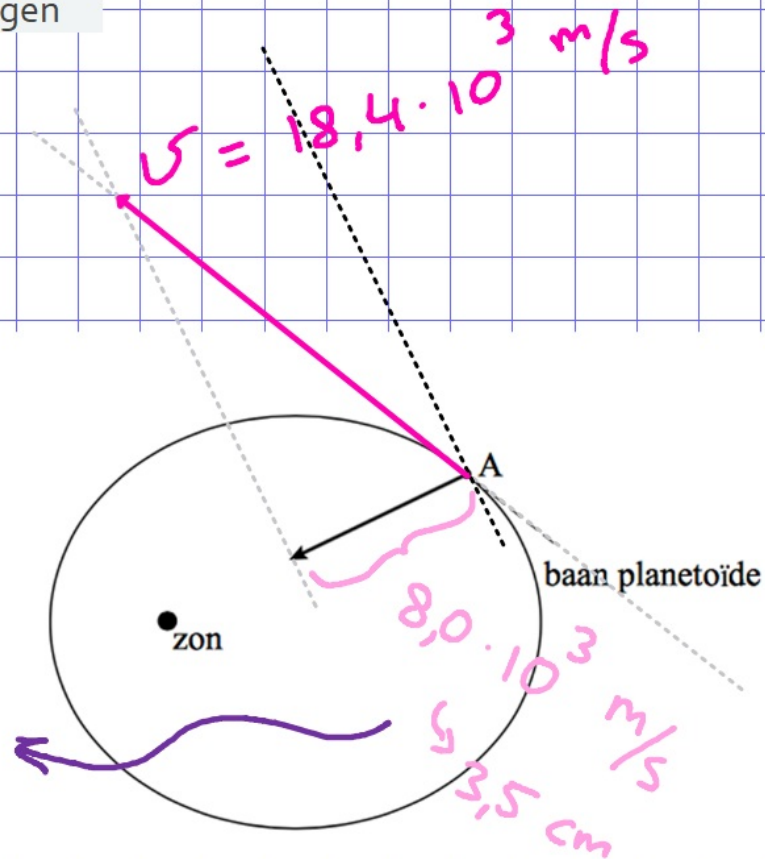
16 Bereken hieruit de stofdichtheid op die plaats in de Kuipergordel, als aangenomen wordt dat deze extra vertraging volledig veroorzaakt wordt door het 'opvegen' van het stof.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

17

$$1 \text{ cm} \hat{=} 2,29 \cdot 10^3 \text{ m}$$



Opgave 4 Planetoïde (examen vwo 1,2 2009-II)

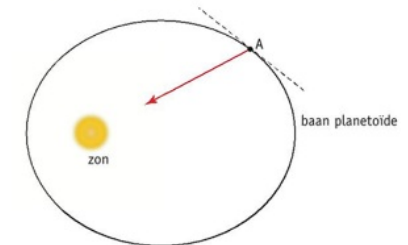
Planetoïden zijn kleine, rotsachtige hemellichamen die rond de zon bewegen. Een botsing met de aarde kan grote gevolgen hebben. Een inslag op land geeft een krater van 10 à 20 keer de doorsnede van het object. Een inslag in de oceaan kan een tsunami veroorzaken. In figuur 17.42 staat een foto van zo'n planetoïde.

In figuur 17.43 is de ellipsvormige baan van een planetoïde weergegeven.



▲ Figuur 17.43

In een ellipsbaan staat de snelheidsvector niet steeds loodrecht op de verbindingslijn van de planetoïde met de zon. De snelheid kan daarom ook een component in de richting van de zon hebben. In figuur 17.44 is de snelheidscomponent in de richting van de zon in punt A getekend. De getekende component heeft een grootte van $8,0 \text{ km s}^{-1}$.



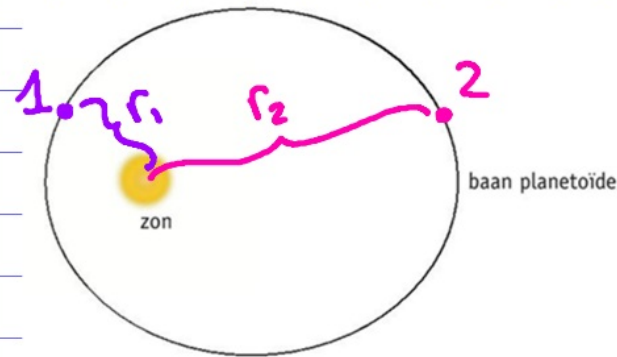
▲ Figuur 17.44

- 17 Bepaal in de figuur op het werkblad de grootte van de snelheid waarmee de planetoïde in punt A beweegt.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

Toepassingen

- 18 $E_{\text{tot}} = E_k + E_g$
- E_g is groter in punt 2 dan in punt 1, dus E_k is kleiner in punt 2 dan in punt 1.



De totale energie van een planetoïde in zijn ellipsbaan om de zon bestaat uit de som van zijn kinetische energie en zijn gravitatie-energie.

- 18 Bereken dat een planetoïde dicht bij de zon een grotere snelheid heeft dan op grotere afstand van de zon.

Op 29 januari 2008 'scheerde' de planetoïde TU24, met een doorsnede van 250 m, op een afstand van $5,38 \cdot 10^8$ m langs de aarde. Neem aan dat de aarde zich toen tussen de zon en de planetoïde bevond. Zie figuur 17.45. Figuur 17.45 is niet op schaal.



▲ Figuur 17.45

- 19 Laat met een berekening zien of TU24 op die plaats sterker door de aarde of sterker door de zon wordt aangetrokken.

$$19 \quad F_{z,zon} = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2} = \frac{1,9884 \cdot 10^{30} \cdot m \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(1,496 \cdot 10^{11} + 5,38 \cdot 10^8)^2} = 5,80 \cdot 10^{-3} \cdot m$$

$$F_{z,aarde} = \frac{M \cdot m \cdot G}{r^2} = \frac{5,972 \cdot 10^{24} \cdot m \cdot 6,67 \cdot 10^{-11}}{(5,38 \cdot 10^8)^2} = 1,33 \cdot 10^{-3} \cdot m$$

Hoofdstuk 17: Gravitatie

- *ACTIVITEITEN* -

Als we grotere activiteiten zoals practicum gedaan hebben tijdens dit hoofdstuk dan vind je hier de informatie die daar bij hoorde. Hoewel dit niet cruciaal is voor succes op het proefwerk is het wel nuttig om te bekijken. Probeer je daarbij te herinneren wat we precies gedaan hebben en waarom dat een nuttige leeractiviteit zou kunnen zijn met het oog op de proefwerkstof.

Hoofdstuk 17: Gravitatie

- Archief -